

# 非线性隔振系统振动特性分析

黄志伟<sup>†</sup> 何雪松 陈志刚 杜堃

(中国舰船研究设计中心船舶振动噪声重点实验室, 武汉 430064)

**摘要** 在舰艇振动较大的部位加装隔振系统是提高自身声隐身性能最有效、最常用的方法之一, 而混沌隔振方法可以很好地提高舰船线谱的隔振能力. 以双层隔振系统为对象, 建立两自由度非线性隔振系统的动力学模型, 研究系统振动传递率特性及刚度对隔振效果的影响, 采用数值积分方法分析不同激励幅值  $f_1$  下系统随频率  $\omega$  变化的分岔规律及非线性动力学行为. 结果表明, 当  $f_1 = 12.0$  时, 双层混沌隔振系统在 1.11 ~ 1.18 倍频区域出现混沌运动, 该特征可以有效地降低结构噪声中的线谱成分, 其整体隔振性能良好, 验证了基于混沌理论的线谱控制方法的有效性.

**关键词** 双层隔振系统, 振动传递率, 分岔, 混沌

DOI: 10.6052/1672-6553-2013-063

## 引言

线谱是被动声呐在现代水声对抗中发现、跟踪和识别水下结构物的主要特征, 是水下结构物声隐身性能的优劣重要考核指标, 关系其战斗力和生命力的重要因素之一, 因而减振降噪技术一直国内外研究的热点<sup>[1-3]</sup>. 近年来, 抑制噪声源和控制噪声传播的途径主要包括选用低噪声设备以及在振动突出部位采用隔振技术等.

目前控制机械设备振动向船体传递较为常用的措施是采用隔振技术, 如浮筏、单层隔振装置、双层隔振装置等<sup>[4-6]</sup>. 然而现有的大多数隔振装置均是基于线性系统理论进行设计的, 对各频率分量的作用效果是按一定比例分布的, 并不对其中某一线谱成分具有明显的降低作用, 且线性隔振元件不能改变系统的频率结构, 即具有频率保持性, 对于单频输入系统其输出仍为单频, 因此对线谱的隔离能力非常有限<sup>[7]</sup>.

针对线性隔振系统存在诸多的问题<sup>[4-7]</sup>, 许多学者对非线性隔振装置进行大量研究, 结果表明在混沌状态下系统具有很好的隔振性能, 可以大幅隔离结构噪声中的线谱成分, 特别是在消除线谱激励上面具有明显的优势, 因而应用前景非常广泛<sup>[8-11]</sup>. 然而很少对工程中经常遇到的隔振问题利

用混沌性态开展工作, 系统地研究非线性隔振系统的振动传递率和混沌行为, 难以全面揭示其隔振效果. 混沌是非线性动力系统一种特有的运动形式, 实际工程中不仅需要考虑到隔振材料非线性因素, 而且进行隔振设计和分析时必须对被动隔振设备混沌振动特性进行研究<sup>[12]</sup>. 为此, 本文对一个两自由度非线性隔振系统进行建模, 采用数值积分方法仿真计算, 通过分岔图、Poincaré 图、时域波形图和幅值谱图等分析系统的振动传递率特性及动力学行为, 研究结果表明基于混沌理论的线谱控制方法具有较好的可行性.

## 1 双层隔振系统模型

在经典隔振理论中, 基础被假设为质量无限大的绝对刚体, 利用响应比或力传递率作为评价系统隔振效果的主要指标. 虽然这种假设大大简化了模型的计算分析, 但是却不尽合理. 船舶结构大多为板壳结构, 其动力机械设备质量往往较大, 与基础间的动态耦合作用不可忽视, 应将其基座视为具有一定机械阻抗的柔性基础, 这也是船舶动力机械隔振系统与陆地机械隔振系统的最大区别之处.

假设只考虑基于柔性基础的双层隔振系统垂直方向的振动传递, 则系统可以简化为一个两自由度模型, 如图 1 所示. 其中  $M_1$ 、 $M_2$  分别表示为被隔

振设备、基础的质量;  $X_1$ 、 $X_2$  分别表示为被隔振设备、基础的位移;假设基础的弹性支承为线性,  $K_2$ 、 $C_2$  分别表示其刚度、阻尼系数;隔振材料都是非线性的,具有非线性特性<sup>[11]</sup>,  $K_1$ 、 $K_3$  分别表示刚度的1次项、3次项系数,  $C_1$  为阻尼系数;  $F$  为隔振系统上的激励力,由变量  $F_1 \cos \Omega T$  和常量  $F_2$  组成,即  $F = F_1 \cos \Omega T + F_2$ .

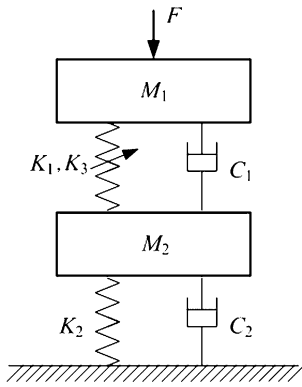


图1 双层非线性隔振系统模型

Fig.1 Two-degree-of-freedom vibration isolation mode

系统运动微分方程为

$$\begin{cases} M_1 \ddot{X}_1 + C_1(\dot{X}_1 - \dot{X}_2) + K_1(X_1 - X_2) + \\ K_3(X_1 - X_2)^3 = F_1 \cos \Omega T + F_2 \\ M_2 \ddot{X}_2 + C_1(\dot{X}_2 - \dot{X}_1) + K_1(X_2 - X_1) + \\ K_3(X_2 - X_1)^3 + C_2 \dot{X}_2 + K_2 X_2 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{令 } x_1 = \sqrt{\frac{K_3}{K_1}} X_1, x_2 = \sqrt{\frac{K_3}{K_1}} X_2, \omega_{1n} = \sqrt{\frac{K_1}{M_1}}, \omega_{2n} =$$

$$\sqrt{\frac{K_2}{M_2}}, t = T\omega_{1n}, \text{ 则有}$$

$$\frac{dx_1}{dT} = \omega_{1n} \sqrt{\frac{K_1}{K_3}} \frac{dx_1}{dt}, \quad \frac{dx_2}{dT} = \omega_{1n} \sqrt{\frac{K_1}{K_3}} \frac{dx_2}{dt} \quad (2)$$

$$\frac{dx_1^2}{dT} = \omega_{1n}^2 \sqrt{\frac{K_1}{K_3}} \frac{d^2 x_1}{dt^2}, \quad \frac{dx_2^2}{dT} = \omega_{1n}^2 \sqrt{\frac{K_1}{K_3}} \frac{d^2 x_2}{dt^2} \quad (3)$$

由此方程(1)可写为

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 + \xi_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + (x_1 - x_2) + \\ (x_1 - x_2)^3 = f_1 \cos \omega t + f_2 \\ \ddot{x}_2 + \mu \xi_1(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + \mu(x_2 - x_1) + \\ \mu(x_2 - x_1)^3 + \xi_2 \dot{x}_2 + \mu \beta x_2 = 0 \end{cases} \quad (4)$$

$$\text{式中: } \xi_1 = \frac{C_2}{\sqrt{M_1 K_1}}, \mu = \frac{M_1}{M_2}, \beta = \frac{K_2}{K_1}, \xi_2 = \mu \frac{C_2}{C_1} \xi_1, f_1 =$$

$$\sqrt{\frac{K_3}{K_1}} F_1, f_2 = \sqrt{\frac{K_3}{K_1}} F_2, \omega = \frac{\Omega}{\omega_{1n}}$$

## 2 系统隔振效果评估

一般以力传递率作为评价隔振效果的理论依据,然而力传递率不易测量,且它是建立在刚性基础的假设之上,不能完全反映基础的运动状况,只适用于低频段.实际效果的测定通常采用插入损失或振级落差来评定.插入损失定义为系统隔振前后基础响应有效值之比的常用对数20倍,可以实测但实施较难.振级落差定义为被隔振设备振动响应与对应基础响应有效值之比的常用对数20倍.振动响应可以是位移、速度或加速度,以位移响应为例,图1所示的非线性隔振系统振动传递率可定义为

$$T_{Du} = \left| \frac{X_1(j\omega)}{X_2(j\omega)} \right| = \sqrt{\frac{(\mu \xi_1 + \xi_2)^2 + (6\mu/\omega^4 + \mu + \mu\beta - \omega^2)^2}{(\mu \xi_1 \omega)^2 + (6\mu/\omega^4 + \mu)^2}} \quad (5)$$

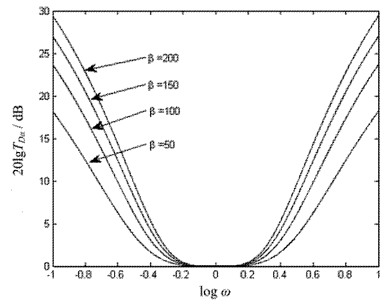


图2 隔振系统的振动传递率

Fig.2 Vibration transmissibility of vibration isolation system

对不同的刚度比  $\beta$ , 隔振系统的振动传递率如图2所示.从图中可以看出,系统隔振频率为带通,具有对称性,对高低频线谱的隔振效果比较明显;在相同激励频率下随着刚度比  $\beta$  的增大,系统的高频 ( $\log \omega > 0.4$ ) 隔振和低频 ( $\log \omega < -0.4$ ) 隔振效果明显提高,而中频 ( $-0.4 \leq \log \omega \leq 0.4$ ) 隔振效果变化不明显.

对于水下结构物,其辐射噪声的低频和低频振动比较突出,很难有效地将两者同时降低,而混沌隔振系统隔振性能则为解决这一矛盾提供一种可供选择的方法.

## 3 系统动力学分析

为了讨论激励幅值和频率对系统动力学特性

的影响,本文采用数值积分法,所选用的主要参数为: $\xi_1 = 0.2, \xi_2 = 0.3, \mu = 5, \beta = 100, f_2 = 1, x_1, x_2$  为无量纲位移.

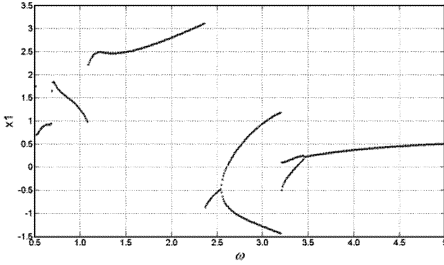


图3  $f_1 = 4.0$  时系统随激励频率变化的分岔图  
Fig. 3 Bifurcation diagram in terms of excitation frequency when  $f_1 = 4.0$

图3为 $f_1 = 4.0$ 时被隔振设备位移随激励频率 $\omega$ 变化的分岔图.从图中可以看出,在频率 $\omega = 0.5 \sim 5, \Delta\omega = 0.01$ 范围内,系统响应只存在周期运动和周期2运动,图4为 $\omega = 1.15$ 时系统响应的运动轨迹和时域信号图,从图中可以看出,轴心轨迹呈非线性特征,时域波形为稳定的周期信号;当 $2.54 < \omega < 3.44$ 时出现了倍周期分岔过程,由于激励幅值较小,未出现混沌现象.

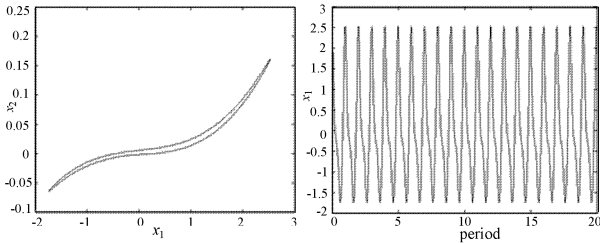


图4  $\omega = 1.15$  时系统响应的运动轨迹图和时域波形图  
Fig. 4 Orbit and time - history diagrams of the system response at  $\omega = 1.15$

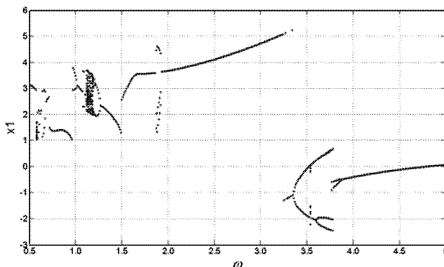


图5  $f_1 = 12.0$  时系统随激励频率变化的分岔图  
Fig. 5 Bifurcation diagram in terms of excitation frequency when  $f_1 = 12.0$

图5为 $f_1 = 12.0$ 时被隔振系统随激励频率 $\omega$ 变化的分岔图.与图3相比,系统响应不仅多次出

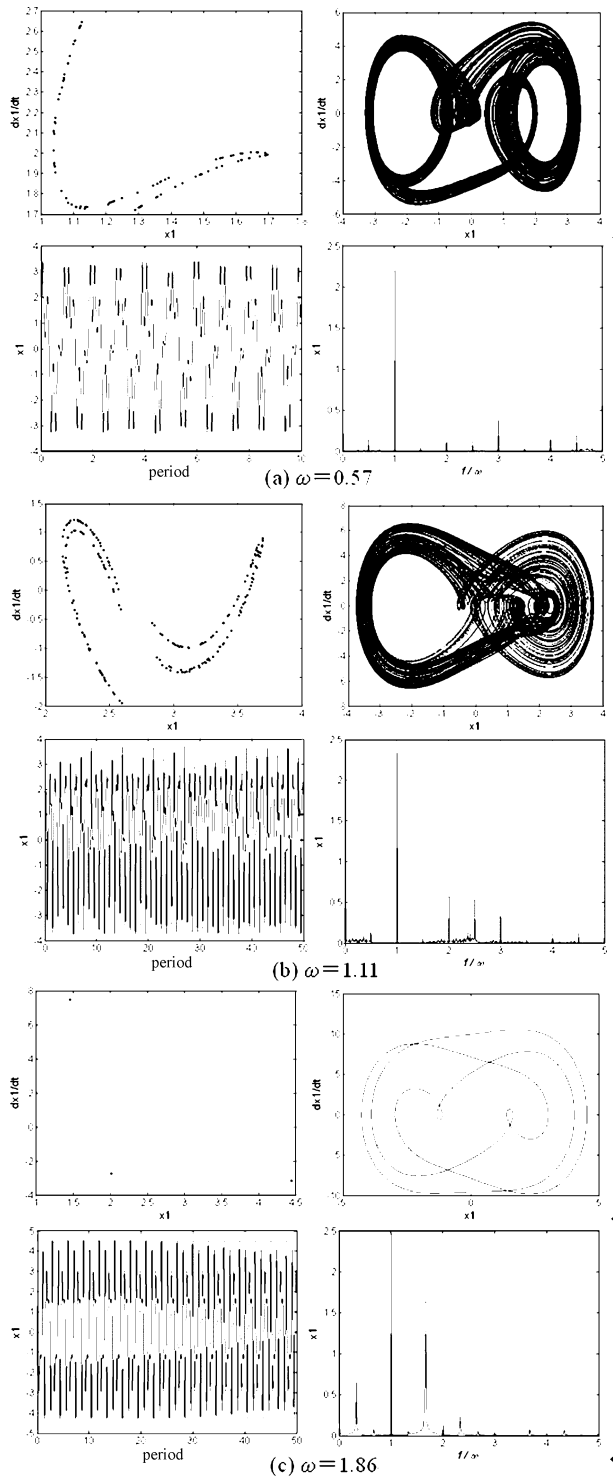


图6 不同激励频率下系统响应的 Poincaré 图、相图、时域波形图和幅值谱图  
Fig. 6 Poincaré maps, phase, time - histories and amplitude spectrum diagrams of the system response at different excitation frequency

现分岔过程,而且还出现混沌现象.当激励频率比较小时,系统响应在 $\omega = 0.57$ 时由周期1运动向周期2分岔演变,在此过程中,系统还出现了短暂的拟周期运动,如图6(a)所示,幅值谱图中主要存在

1/2 倍频. 之后周期 2 倒分岔与周期 1 交替出现, 当  $\omega = 1.11$  时, 系统响应进入混沌运动, 如图 6(b) 所示, 可以看到在 Poincaré 截面上具有明显的分形特征的混沌吸引子, 时域波形呈现无规则的现象, 频谱图中除倍频外, 还在  $0 \sim 0.5$  和  $1.5 \sim 2.5$  频率处存在连续幅值较小的谐波分量. 由此可见, 系统响应在  $\omega = 1$  附近存在着倍周期分岔和复杂的混沌运动.

当  $\omega > 1.18$  时, 系统响应由混沌运动  $\rightarrow$  周期 4 运动  $\rightarrow$  周期 2 运动不断演变, 当  $\omega = 1.26$  时再次进入周期 1 运动. 在  $1.85 < \omega < 1.92$  区间内系统响应出现短暂的周期 3 运动, 表现在 Poincaré 截面上的吸引子为 3 个孤立的点, 频谱中在  $1/3X$  倍频处存在幅值较大的谐波分量, 如图 6(c) 所示. 随着激励频率的增大, 在  $\omega = 3.3$  附近时系统振幅出现了较大的跳跃现象, 随后其响应进入倍周期分岔阶段, 其过程为周期 2 运动  $\rightarrow$  周期 4 运动  $\rightarrow$  周期 2 运动. 当  $\omega > 3.87$  时系统响应又进入周期运动.

对比分析图 3 和图 5 可知, 当激励幅值增大到一定值时, 双层隔振系统会出现拟周期运动和混沌运动, 能够有效地隔离结构噪声中的线谱成分, 激励频率处混沌运动比周期 1 运动的振级落差要大得多, 与文献[7]结论一致.

## 4 结论

本文针对线性隔振系统在动力机械设备应用效果不佳的问题, 建立了双层非线性隔振系统的动力学模型, 定义了激励条件下隔振系统的振动传递率表达式, 通过数值积分方法分析了系统非线性振动特性, 获得以下主要结论:

(1) 系统振动传递率为带通特性, 具有对称型, 对高低频线谱影响较大, 且随着刚度的增大, 其效果越明显, 而中频隔振效果不明显;

(2) 系统在不同激励幅值时随激励频率变化的具有不同的分岔规律, 当激励幅值增大时, 系统响应由周期运动向混沌运动演变, 呈现出丰富的非线性动力学现象;

(3) 通过系统动力学特性的分析表明, 混沌隔振系统不仅能有效隔离目标结构噪声中的线谱成分, 而且还具有良好的整体隔振性能, 将非线性刚度应用到动力机械设备隔振装置是可行和有效的.

## 参 考 文 献

- 徐洋, 华宏星, 张志谊, 等. 舰船主动隔振技术综述. 舰船科学技术, 2008, 30(2): 27 ~ 29 (Xu Y, Hua H X, Zhang Z Y, et al. Summary of ship active vibration isolation system. *Ship Science and Technology*, 2008, 30(2): 27 ~ 29 (in Chinese))
- 段小帅, 梁青, 陈绍青, 等. 双层隔振系统隔振效果评价与试验. 振动、测试与诊断, 2010, 30(6): 694 ~ 697 (Duan X S, Liang Q, Chen S Q, et al. Evaluation and experiment on vibration-isolation effect of double-stage vibration-isolation system. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2010, 30(6): 694 ~ 697 (in Chinese))
- 谢向荣, 朱石坚. 船舶动力机械双层混合隔振系统非线性动力学特性研究. 振动与冲击, 2010, 29(3): 174 ~ 177 (Xie X R, Zhu S J. Study on the nonlinear dynamics of the two-stage hybrid isolation system of power machinery on ships. *Journal of Vibration and Shock*, 2010, 29(3): 174 ~ 177 (in Chinese))
- Babitsky V I, Veprik A M. Universal bumped vibration isolator for severe environment. *Journal of Sound and Vibration*, 1998, 218(2): 269 ~ 292
- 孙红灵, 张培强, 张颀. 主动隔振与动力吸振器的联合减振研究. 机械强度, 2005, 27(4): 432 ~ 435 (Sun H L, Zhang P Q, Zhang K. Research on the joint vibration reduction of active vibration isolation and dynamic vibration absorber. *Journal of Mechanical Strength*, 2005, 27(4): 432 ~ 435 (in Chinese))
- 胡甫才, 蔡勇, 钟庆敏, 等. 柴油发电机组双层隔振的分析与试验研究. 噪声与振动控制, 2007, (4): 5 ~ 9 (Hu F C, Cai Y, Zhong Q M, et al. Analysis and experimental research on two-layer vibration isolation of diesel generating set. *Noise and Vibration Control*, 2007, (4): 10 ~ 13 (in Chinese))
- 楼京俊, 朱石坚, 何琳. 混沌隔振方法研究. 船舶力学, 2006, 10(5): 135 ~ 141 (Lou J J, Zhu S J, He L. Application of chaos method in vibration isolation. *Journal of Ship Mechanics*, 2006, 10(5): 135 ~ 141 (in Chinese))
- Yu X, Zhu S J, Liu S Y. Bifurcation and chaos in multi-degree-of-freedom nonlinear vibration isolation system. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2008, 385(5): 1498 ~ 1504
- 刘树勇, 朱石坚, 俞翔. 准周期激励非线性隔振系统的混沌研究. 船舶力学, 2010, 14(2): 141 ~ 147 (Liu S Y, Zhu S J, Yu X. Study on the chaos of the nonlinear vibra-

- tion isolation system under quasi-periodic excitation. *Journal of Ship Mechanics*, 2010, 14(2): 141 ~ 147 (in Chinese))
- 10 张振海,朱石坚,何其伟. 基于反馈混沌化方法的多线谱控制技术研究. 振动工程学报, 2012, 25(1): 30 ~ 37 (Zhang Z H, Zhu S J, He Q W. Multi-line spectra reduction of vibration isolation system based on chaotification method. *Journal of Vibration Engineering*, 2012, 25(1): 30 ~ 37 (in Chinese))
- 11 彭志科,郎自强,孟光,等. 一类非线性隔振器振动传递特性分析. 动力学与控制学报, 2011, 9(4): 314 ~ 320 (Peng Z K, Guo Z Q, Meng G, et al. Analysis on transmissibility for a class of nonlinear vibration isolators. *Journal of Dynamics and Control*, 2011, 9(4): 314 ~ 320 (in Chinese))
- 12 唐果,陈安华,郭源君. 被动隔振体产生混沌的参数条件研究. 振动与冲击, 2010, 29(8): 35 ~ 39 (Tang G, Chen A H, Guo Y J. Parametrical condition for chaos occurrence on a vibration-isolated body. *Journal of Vibration and Shock*, 2010, 29(8): 35 ~ 39 (in Chinese))

## RESEARCH ON THE VIBRATION CHARACTERISTICS OF NONLINEAR ISOLATION SYSTEM

Huang Zhiwei<sup>†</sup> He Xuesong Chen Zhigang Du Kun

(Science and Technology on Ship Vibration and Noise Key Laboratory, China Ship Development and Design Center, Wuhan 430064, China)

**Abstract** To reduce the radiated waterborne noise and improve the capability of acoustic stealth of ships, the method can be implemented conveniently and effectively by inserting isolators between the vibration source and the base. A dynamic model for two-degree-of-freedom vibration isolation system with nonlinear spring was established. The vibration transmissibility and the isolation effectiveness of the system are analyzed. Bifurcation diagrams of the system with different excitation amplitude  $f_1$  were gained and the dynamic behaviors with different excitation frequencies  $\omega$  were also obtained by numerical method. The research results reveal that chaotic motion of the system appears at the 1.12 ~ 1.18 frequency component when  $f_1 = 12.0$ , and the reduction of the line spectrum in chaotic state is much greater than that in non-chaotic state and the isolation effectiveness of the system is eminent. The application of chaos method in line spectrum reduction is preferably validated.

**Key words** vibration isolation system, vibration transmissibility, bifurcation, chaos