

磁流变悬架汽车的非线性振动特性分析*

吴莹^{1†} 农多敏^{2,3} 李佳佳¹ 刘少宝¹ 李蒙蒙¹

(1. 西安交通大学航天航空学院机械结构强度与振动国家重点实验室, 西安 710049)

(2. 西安理工大学土木建筑工程学院工程力学系, 西安 710048) (3. 广西柳工机械股份有限公司, 柳州 545001)

摘要 研究了具有磁流变阻尼器悬架系统汽车的非线性动力学行为. 汽车采用七自由度模型, 磁流变阻尼器采用 Sigmoid 模型, 路面激励为四轮有不同相位差的正弦激励. 根据第二类 Lagrange 方程建立了汽车振动微分方程, 采用四阶 Runge-Kutta 法进行数值仿真. 以激励频率为参数分析汽车振动响应分岔过程, 并通过时间历程图、相位图等分析了汽车在不同频率范围的振动特性, 结果表明在特定的激励频率区间汽车发生混沌运动. 分析结果可为基于磁流变阻尼器的车身振动控制提供理论指导.

关键词 磁流变阻尼器, 非线性振动, 分岔, 混沌

DOI: 10.6052/1672-6553-2013-061

引言

磁流变阻尼器(MR Damper)广泛用于汽车悬架、建筑结构等半主动控制(semi-active control). 由于磁流变阻尼本身具有非线性动力学特征, 基于磁流变阻尼器悬架的汽车更是一个具有强非线性的系统. 目前, 解决此类问题的主要方法是将其进行近似线性化处理. 但是, 在大激励幅值和高激励频率下, 如汽车高速通过不平路面时, 这种线性化的处理方法会造成较大的误差^[1-2], 从而不能准确预测其响应. 因此, 有必要对这一系统的动力学行为进行非线性分析. 国内外对汽车的非线性动力学分析主要集中在单自由度 1/4 汽车模型^[3-5]和二自由度 1/4 汽车模型^[6-8], 不能很好反映车辆整体的运动状态. 以整车为研究对象的七自由度模型充分考虑了汽车在运动过程中产生的垂直、俯仰和侧倾运动, 更接近实际系统, 但大大增加了系统运动分析的复杂性^[9]. 高维非线性动力系统的分岔、混沌运动分析尚缺乏完善的理论, 因此本文主要采用数值方法研究复杂路面激励下磁流变悬架汽车动力学特性.

1 七自由度汽车动力学模型

七自由度汽车模型如图 1 所示. 车身作为一个

刚体, 车身具有垂直、俯仰、侧倾三个自由度; 前轮独立, 可以分别做垂直运动; 后轮非独立, 可以连后轴质心一起做垂直和侧倾运动.

悬架为磁流变阻尼器. 采用徐赵东等人建立的 Sigmoid 模型^[10], 它将磁流变阻尼器的阻尼力表示如下:

$$F_{MR} = \frac{F_m (1 - e^{-\beta v})}{1 + e^{-\beta v}} \quad (1)$$

F_m 为磁流变阻尼器的屈服力, v 为相对速度, β 为无量纲系数.

汽车行驶在颠簸路面时, 人们常感觉车身上下、前后、左右摇晃, 这是因为在汽车的四个车轮所受位移激励具有相位差的原因. 采用含有相位差的正弦激励来模拟路面:

$$z_{i1} = A \sin(2\pi ft) \quad (2)$$

$$z_{i2} = A \sin(2\pi ft + \alpha) \quad (3)$$

$$z_{i3} = A \sin(2\pi ft + \delta) \quad (4)$$

$$z_{i4} = A \sin(2\pi ft + \alpha + \delta) \quad (5)$$

式中, z_{i1} 、 z_{i2} 、 z_{i3} 、 z_{i4} 分别表示左前轮、右前轮、左后轮、右后轮的激励, A 为激励的幅值, f 为激励的频率, α 为左右轮的相位差, δ 为前后轮的相位差.

求出系统的动能、势能、耗散能后, 由 Lagrange 第二类方程可得到系统的运动微分方程如下,

2012-06-25 收到第 1 稿, 2012-10-14 收到修改稿.

* 国家自然科学基金资助项目(10972179, 11272242)

† 通讯作者 E-mail: wying36@163.com

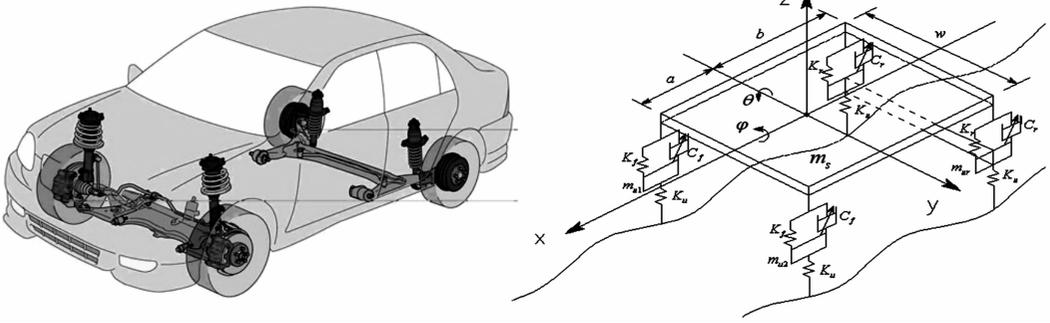


图1 七自由度汽车模型

Fig. 1 the seven degree-of-freedom (DOF) car mode

车身的垂直运动微分方程:

$$m_s \ddot{z} = -(2K_f + 2K_r)z - 2(C_f + C_r)\dot{z} + (2aK_f - 2bK_r)\theta + (2aC_f - 2bC_r)\dot{\theta} + K_f z_{u1} + C_f \dot{z}_{u1} + K_f z_{u2} + C_f \dot{z}_{u2} + K_r z_{u3} + C_r \dot{z}_{u3} + K_r z_{u4} + C_r \dot{z}_{u4} + F_{1MR} + F_{2MR} + F_{3MR} + F_{4MR} \quad (6)$$

车身的侧倾运动微分方程:

$$I_{xx} \ddot{\varphi} = -0.25w^2(2K_f + 2K_r)\varphi - 0.25w^2(2C_f + 2C_r)\dot{\varphi} + 0.5wK_f z_{u1} + 0.5wC_f \dot{z}_{u1} - 0.5wK_f z_{u2} - 0.5wC_f \dot{z}_{u2} + 0.5wK_r z_{u3} + 0.5wC_r \dot{z}_{u3} - 0.5wK_r z_{u4} - 0.5wC_r \dot{z}_{u4} + 0.5wF_{1MR} - 0.5wF_{2MR} + 0.5wF_{3MR} - 0.5wF_{4MR} \quad (7)$$

车身的俯仰运动微分方程:

$$I_{yy} \ddot{\theta} = (2aK_f - 2bK_r)z + (2aC_f - 2bC_r)\dot{z} - (2a^2K_f + 2b^2K_r)\theta - (2a^2C_f + 2b^2C_r)\dot{\theta} - aK_f z_{u1} - aC_f \dot{z}_{u1} - aK_f z_{u2} - aC_f \dot{z}_{u2} + bK_r z_{u3} + bC_r \dot{z}_{u3} + bK_r z_{u4} + bC_r \dot{z}_{u4} - aF_{1MR} - aF_{2MR} + bF_{3MR} + bF_{4MR} \quad (8)$$

左前轮的垂直运动微分方程:

$$m_{u1} \ddot{z}_{u1} = K_f(z - a\theta + 0.5w\varphi - z_{u1}) + C_f(\dot{z} - a\dot{\theta} + 0.5w\dot{\varphi} - \dot{z}_{u1}) - K_u(z_{u1} - z_{r1}) - F_{1MR} \quad (9)$$

右前轮的垂直运动微分方程:

$$m_{u2} \ddot{z}_{u2} = K_f(z - a\theta + 0.5w\varphi - z_{u2}) + C_f(\dot{z} - a\dot{\theta} + 0.5w\dot{\varphi} - \dot{z}_{u2}) - K_u(z_{u2} - z_{r2}) - F_{2MR} \quad (10)$$

后轮的垂直运动微分方程:

$$m_{ur} \ddot{z}_{ur} = 2K_f z + 2C_f \dot{z} + 2bK_r \theta + 2bC_r \dot{\theta} - 2(K_u + K_r)z_{ur} - 2C_r \dot{z}_{ur} + K_u(z_{i3} + z_{i4}) - F_{3MR} - F_{4MR} \quad (11)$$

后轮的侧倾运动微分方程:

$$I_{xxr} \ddot{\varphi} = 0.5w^2 K_r \varphi + 0.5w^2 C_r \dot{\varphi} +$$

$$0.5w(K_u + K_r)(z_{i4} - z_{i3}) + 0.5wC_r(\dot{z}_{i4} - \dot{z}_{i3}) + 0.5wK_u(z_{i3} - z_{i4}) - 0.5w(F_{3MR} - F_{4MR}) \quad (12)$$

其中 $F_{1MR}, F_{2MR}, F_{3MR}, F_{4MR}$ 为磁流变阻尼器的库伦阻尼力,表达式为:

$$F_{1MR} = \frac{F_m(1 - e^{-\beta(z_1 - z_{u1})})}{1 + e^{-\beta(z_1 - z_{u1})}} \quad (13)$$

$$F_{2MR} = \frac{F_m(1 - e^{-\beta(z_2 - z_{u2})})}{1 + e^{-\beta(z_2 - z_{u2})}} \quad (14)$$

$$F_{3MR} = \frac{F_m(1 - e^{-\beta(z_3 - z_{i3})})}{1 + e^{-\beta(z_3 - z_{i3})}} \quad (15)$$

$$F_{4MR} = \frac{F_m(1 - e^{-\beta(z_4 - z_{i4})})}{1 + e^{-\beta(z_4 - z_{i4})}} \quad (16)$$

$$z_1 = z - a\theta + 0.5w\varphi \quad (17)$$

$$z_2 = z - a\theta - 0.5w\varphi \quad (18)$$

$$z_3 = z + b\theta + 0.5w\varphi \quad (19)$$

$$z_4 = z + b\theta - 0.5w\varphi \quad (20)$$

z_1, z_2, z_3, z_4 表示车向在 4 个车轮处的铅垂位移。

2 结果与讨论

利用四阶 Runge-Kutta 法对动力学微分方程进行数值求解,路面激励参数分别取, $A = 0.01 \text{ m}$, $\alpha = \pi/8 \text{ rad}$, $\delta = \pi/4 \text{ rad}$, 汽车模型参数如表 1 所示。

以路面激励频率 f 为分岔参数分析汽车振动响应的分岔过程。数值积分时间为 400 个激励周期,按照激励的周期取点,在每一个确定的分岔参数上,用闪频法绘制最后 100 个 Poincare 点,避免受到瞬态响应的影响。结果如图 2、图 3 和图 4 所示。

图 2、图 3、图 4 分别是车身的垂直、侧倾、俯仰运动的位移关于激励频率的分岔图。由此三个图可知车身的垂直、侧倾、俯仰运动随频率的变化非常复杂。在所考虑的频率区域,混沌运动和周期运动

交替出现. 很显然, 在区间 $[0.50, 1.65]$ 、 $[2.58, 2.73]$ 、 $[2.84, 3.34]$, 车身的垂直、侧倾、俯仰运动有可能发生混沌运动; 在区间 $[1.75, 2.58]$, 系统发生周期运动; 在区间 $[3.53, 3.82]$ 系统发生周期二的运动, 在其它区间系统的运动形式还需要进一步分析. 由于分岔图无法区分混沌运动和拟周期运动, 下面选取某些特定频率值, 利用时间历程图、相位图、Poincare 截面, 功率谱图, 进一步分析车身的垂直、侧倾、俯仰运动特性.

表1 汽车模型的参数

Table 1 Parameters of car model

Parameters	Sizes and Units	Physical interpretation
m_s	745.1 kg	Vehicle body mass
m_{u1}, m_{u2}	25.2 kg	Front wheel mass
m_{ur}	68.9 kg	Back wheel mass
I_{yy}	767 kg · m ²	Pitching moment of inertia
I_{xx}	375.4 kg · m ²	Roll moment of inertia
I_{xxr}	24.6 kg · m ²	Rear axle center moment of inertia
a	1.117 m	The distance between front axle and body mass center
b	1.233 m	The distance between back axle and body mass center
w	1.278 m	wheelbase
K_f	30000 N/m	Front suspension stiffness coefficient
K_r	32500 N/m	Back suspension stiffness coefficient
C_f, C_r	570 N/m/s	Magnetorheological damper damping coefficient
K_u	181000 N/m	Tire vertical stiffness coefficient
F_m	1300 N	Magnetorheological damper yield force
β	200	dimensionless coefficient

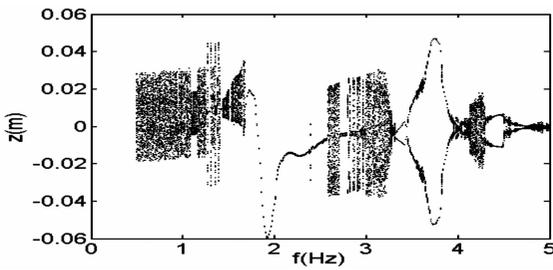


图2 车身垂直运动位移 z 关于频率 f 的分岔图
Fig. 2 Bifurcation diagram of z vs f

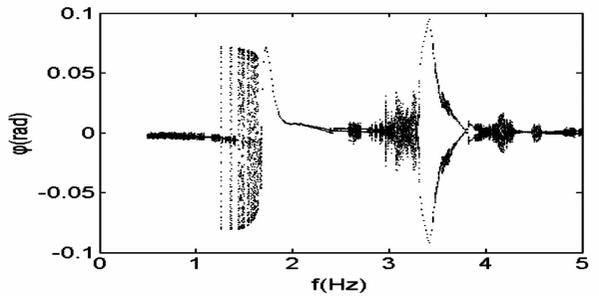


图3 车身侧倾角位移 φ 关于频率 f 的分岔图
Fig. 3 Bifurcation diagram of φ vs f

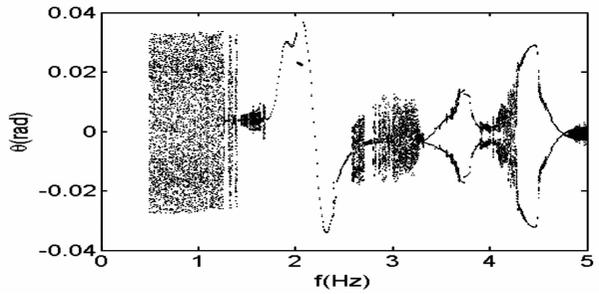


图4 车身俯仰角位移 θ 关于频率 f 的分岔图
Fig. 4 Bifurcation diagram of θ vs f

从图5、图6、图7可以看出, 系统的时间历程图无周期性, 相位图由许多相环组成, Poincare 截面上的点混乱, 功率谱具有类似噪声的背景和宽峰. 可知, 在 $f = 1.10$ Hz 时, 车身的垂直、侧倾、俯仰运动形式为混沌运动.

从图8、图9、图10可以看出: 系统的时间历程图呈周期性变化, 相位图为一个环, Poincare 截面上只有一个点, 功率谱只有一根谱线. 可知, 在 $f = 2.25$ Hz 时, 车身的垂直、侧倾、俯仰运动形式为周期运动.

图11、图13中, 系统的时间历程图无规律, 相位图由许多相环组成, Poincare 截面上的点组成一个封闭的曲线, 功率谱有两根离散的谱线. 由此可判断在 $f = 3.30$ Hz 时, 车身的垂直与俯仰运动形式

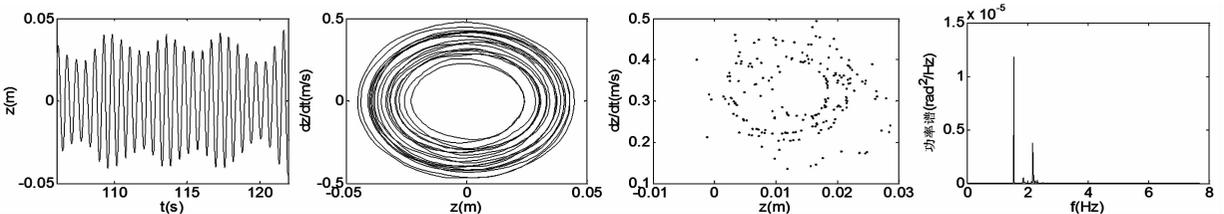


图5 车身垂直运动时间历程图、相位图、Poincare 截面, 功率谱图, $f = 1.61$ Hz

Fig. 5 Time history of z , phase portrait, Poincare map and power spectrum for $f = 1.61$ Hz

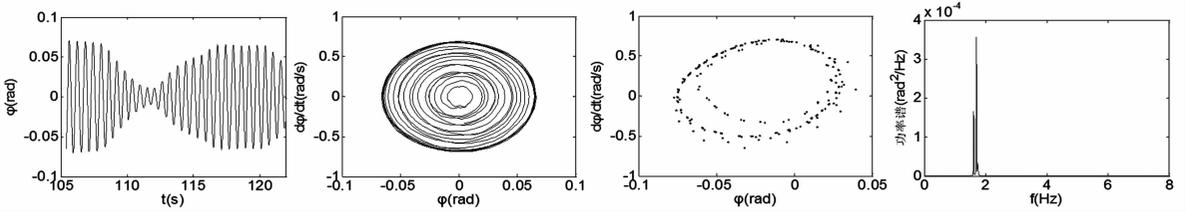


图6 车身侧倾运动时间历程图、相位图、Poincare 截面,功率谱图, $f=1.61$ Hz

Fig. 6 Time history of φ , phase portrait, Poincare map and power spectrum for $f=1.61$ Hz

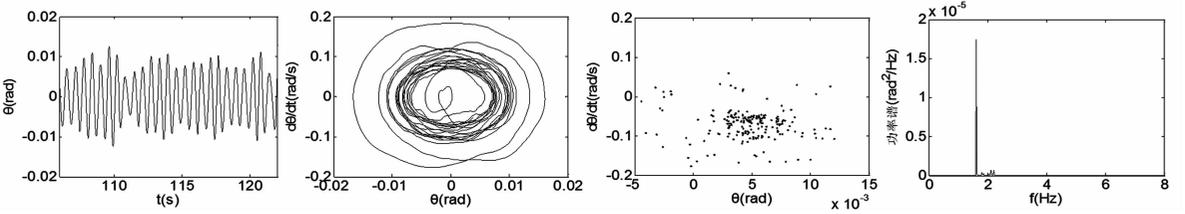


图7 车身俯仰运动时间历程图、相位图、Poincare 截面,功率谱图, $f=1.61$ Hz

Fig. 7 Time history of θ , phase portrait, Poincare map and power spectrum for $f=1.61$ Hz

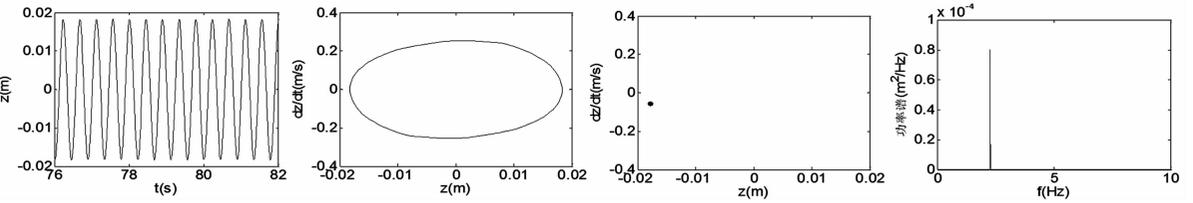


图8 车身垂直运动时间历程图、相位图、Poincare 截面,功率谱图, $f=2.25$ Hz

Fig. 8 Time history of z , phase portrait, Poincare map and power spectrum for $f=2.25$ Hz

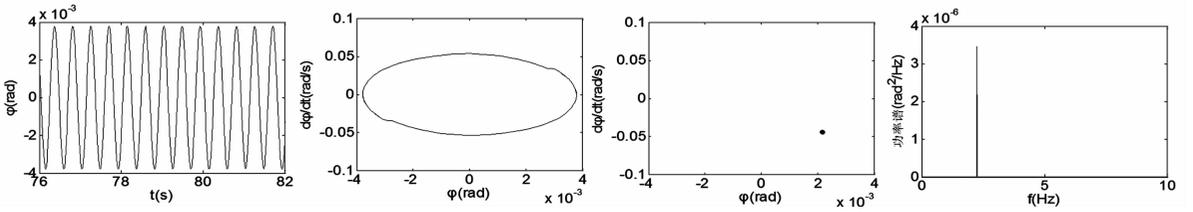


图9 车身侧倾运动时间历程图、相位图、Poincare 截面,功率谱图, $f=2.25$ Hz

Fig. 9 Time history of φ , phase portrait, Poincare map and power spectrum $f=2.25$ Hz

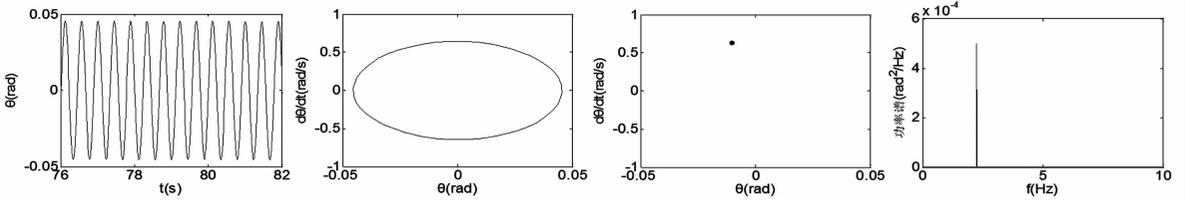


图10 车身俯仰运动时间历程图、相位图、Poincare 截面,功率谱图, $f=2.25$ Hz

Fig. 10 Time history of θ , phase portrait, Poincare map and power spectrum for $f=2.25$ Hz

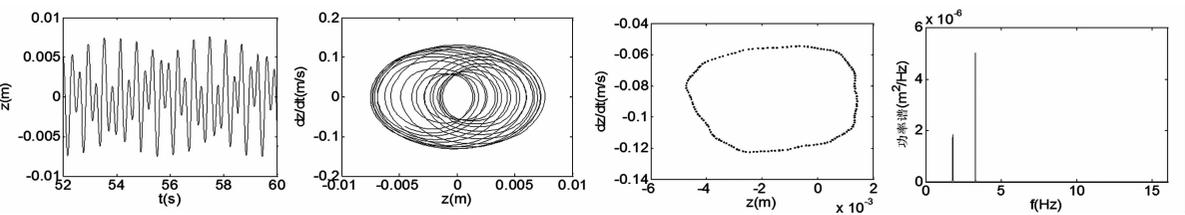
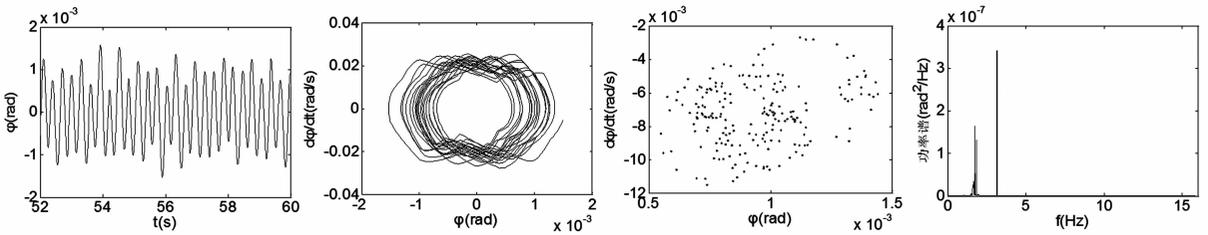
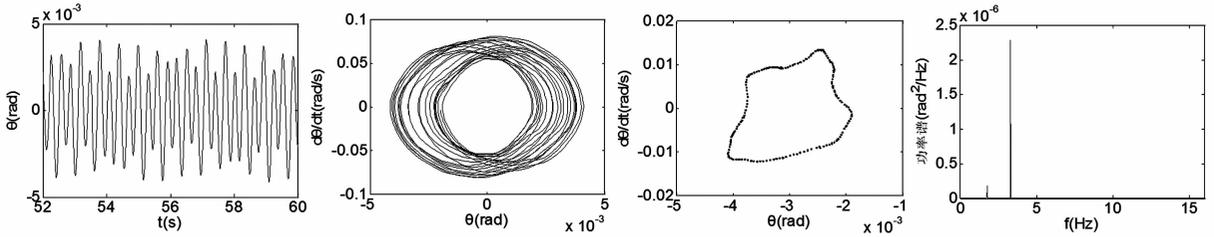


图11 车身垂直运动时间历程图、相位图、Poincare 截面,功率谱图, $f=3.30$ Hz

Fig. 11 Time history of z , phase portrait, Poincare map and power spectrum for $f=3.30$ Hz

图12 车身侧倾运动时间历程图、相位图、Poincare 截面,功率谱图, $f=3.30$ HzFig. 12 Time history of φ , phase portrait, Poincaré map and power spectrum for $f=3.30$ Hz图13 车身俯仰运动时间历程图、相位图、Poincare 截面,功率谱图, $f=3.30$ HzFig. 13 Time history of θ , phase portrait, Poincaré map and power spectrum for $f=3.30$ Hz

为拟周期运动. 而图12中,系统的时间历程图无周期性,相位图由许多相环组成,Poincaré截面上的点混乱,功率谱具有类似噪声的背景和宽峰. 因此,在 $f=3.30$ Hz 时,车身的侧倾运动形式为混沌运动. 此激励下车身的垂直、俯仰运动形式一致,但侧倾运动形式不一样.

3 结论

通过以上对7自由度汽车振动行为分析,结果表明车身的垂直、侧倾、俯仰运动形式在大部分频率范围内有一定的相似性,在某些频率激励范围内,运动形式不同. 车身振动过程中周期运动、拟周期运动和混沌运动交替出现. 混沌运动是及其不稳定的运动,十分有害,一方面增加了汽车的损坏率,另一方面降低了汽车的舒适性. 因此,利用磁流变阻尼器来对汽车进行减震控制时,应该充分考虑到由阻尼力的强非线性引起的混沌运动,做到趋利避害.

参 考 文 献

- 1 Takahashi T. Modeling, analysis and control methods for improving vehicle dynamic behavior (Overview). *R&D Review of Toyota CRDL*, 2003, 38: 1~9
- 2 胡海岩, 孟庆国. 动力学振动与控制学科未来的发展趋势. *力学进展*, 2002, 32(2): 294~296 (Hu H Y, Meng Q G. *Advances on dynamic vibration and control. Advances in mechanics*, 2002, 32(2): 294~296 (in Chinese))
- 3 Li S, Yang S, Gao W. Investigation on chaotic motion in hysteretic non-linear suspension system with multi-frequency excitations. *Mechanics Research Communications*, 2004, 31(2): 229~236
- 4 李韶华, 杨绍普. 拟周期激励下滞后非线性汽车悬架的混沌. *振动与冲击*, 2003, 22(3): 61~64 (Li S H, Yang S P. The chaos of nonlinear hysteresis automobile suspension with quasi periodic stimulation. *Journal of Vibration and Shock*, 2003, 22(3): 61~64 (in Chinese))
- 5 马新娜 杨绍普. 时滞在磁流变主动控制系统中的影响. *动力学与控制学报*, 2012, 10(3): 228~234 (Ma X N, Yang S P. Effect of time-delay on MRD active control system. *Journal of Dynamics and Control*. 2012, 10(3): 228~234 (in Chinese))
- 6 钱长照. 车桥耦合振动的摄动分析方法. *动力学与控制学报*, 2009, 7(4): 375~379 (Qian C Z. Perturbation method for coupling vibration system. *Journal of Dynamics and Control*, 2009, 7(4): 375~379 (in Chinese))
- 7 Grzegorz L, Marek B, Michael I F et al. Chaotic vibration of a quarter car model excited by the road surface profile. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2008, 13: 1373~1383
- 8 徐赵东, 沈亚鹏. 磁流变阻尼器的计算模型及仿真分

析. 建筑结构, 2003, 33(1): 68 ~ 70 (Xu Z D, Shen Y
P. The model and simulation of Magnetorheological damp-

er. *Journal of Building Structure*, 2003, 33(1): 68 ~ 70
(in Chinese))

NONLINEAR VIBRATION ANALYSIS OF AUTOMOBILE WITH SUSPENSION SYSTEM OF MAGNETORHEOLOGICAL DAMPER*

Wu Ying^{1†} Nong Duomin^{2,3} Li Jiajia¹ Liu Shaobao¹ Li Mengmeng¹

(1. *State key Laboratory for strength and Vibration of Mechanical Structures, School of Aerospace,
Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China*)

(2. *Department of Engineering Mechanics, School of Civil Engineering and Architecture,
Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China*)

(3. *Guangxi Liugong Machinery Co., Ltd., Liu Zhou 545001, China*)

Abstract The nonlinear dynamic behavior of seven degrees-of-freedom (DOF) automobile with suspension system of magnetorheological damper is analyzed. Sigmoid model is used as damper model, and external stimulus are sinusoidal with phase difference. The bifurcation of motion versus the stimuli frequency is investigated. The nonlinear dynamic behaviors are characterized by the time series of vibration response, phase diagram, Poincare map and power spectrum. The numerical results show that chaotic motion occurs at some special frequencies. The conclusions set some guidelines for the control of automobile with Suspension System of Magnetorheological Damper.

Key words magnetorheological damper, nonlinear vibration, bifurcation, chaos