

# 动态网络的稳定性与分布控制研究\*

王嵘<sup>1†</sup> 刘斌<sup>1,2</sup> 刘东南<sup>1</sup> 朱彪<sup>1</sup>

(1. 湖南工业大学电气与信息工程学院, 株洲 412008) (2. 湖南工业大学理学院, 株洲 412008)

**摘要** 针对分散控制无法实现子系统之间的信息交换, 将分布式控制应用于网络化系统, 以期实现子系统之间的信息交换和提高网络的性能. 利用 Lyapunov 函数法, 分别给出了在传统分散控制和网络分布式控制下的整个网络化系统稳定性的判据; 给出了可容许的最大时滞的优化算法. 将所得到的理论结果, 结合到一个简单的网络化系统, 进行数值仿真. 结果表明, 与传统分散控制相比较, 网络分布式控制更能提高整个网络化系统稳定性的收敛速度.

**关键词** 网络化系统, 分布式控制, 分散控制, 稳定性, 优化, 时滞

DOI: 10.6052/1672-6553-2013-031

## 引言

动态网络是由各个子系统组成的一个随时间不断变化的实时网络系统. 作为一个大型复杂动态系统, 动态网络分布式控制系统的控制关键在于考虑了整个系统及子系统之间的信息交换. 文献[1]中采用分散控制系统框架来解决大型动态系统的复杂性. 该方法应用于网络化系统, 能够解决网络化系统中的复杂性问题, 然而忽略了子系统之间的联系, 因而只能进行局部控制.

数字通信网络能够实现子系统之间的互联, 因而在控制设计上不仅能够使用子系统的信息, 还包括相邻子系统之间的状态. 这样一类新颖的方法被称为分布式控制<sup>[2]</sup>, 这类方法比传统的分散控制相比具有更好的性能<sup>[3]</sup>. 另一个使用相邻子系统信息进行控制的情况是: 在没有稳定的分散控制存在下, 比如在系统<sup>[4]</sup>中分散安装模式 (Decentralized Fixed Modes, DFM) 无法找到稳定的分散控制原则, 此时采用相邻的子系统信息有助于互联系统的稳定性.

现今大部分分布式系统主要处理大型系统的稳定性问题比如文献[5]. 以上的文献是基于通信拓扑已经给出的假设情况下, 然而通信拓扑的引入能够为分布式控制器的结构设计提供一个附加性

的自由度. 通信拓扑设计<sup>[6]</sup>在整体系统控制的性能和稳定性上起重要作用. 文献[7-8]中展示了当因为时滞而使系统的鲁棒性降低时, 代理子系统的互联能够增进整个系统的收敛速度以保持期望的性能. 文献[9], 作者设计了控制器之间的控制增益和通信拓扑, 从而探索由通信网络提供的额外自由度并将这个问题表达为一个混合变量的优化问题. 此外, 该方法还可以在短暂通信链路失败的情况下保障系统稳定, 增强整个系统的鲁棒性. 然而, 以上提到的文献都是基于理想通信网络的假设. 使用通信网络要考虑非理想情况带来的问题: 传输的数据通过通信网络会经历时滞, 或者传输数据丢失. 这些代价是导致控制系统不稳定, 性能下降的根源.

目前网络化系统的各个子系统之间的信息处于分散控制状态, 子系统之间的信息未能够实现交换和互联, 或者信息交换量不大, 限制了网络化系统的性能优化. 网络通信时传输的数据通过网络链接会经历时滞, 或者传输数据丢失, 导致系统不稳定性.

本文对网络化系统进行介绍. 针对网络化系统建立了控制模型. 对网络化系统进行控制设计, 采用了两种方案: 分散控制和分布式控制, 并且补充了分布式控制的时滞控制解决方案. 将两种设计进

2012-06-01 收到第 1 稿, 2012-09-17 收到修改稿.

\* 国家自然科学基金资助项目 (61174075) 和湖南省自然科学基金重点项目 (11JJ2038)

† 通讯作者 E-mail: wangrong714@qq.com

行仿真分析,使用收敛速度对两种方案进行了比较.结果表明分布式控制相对分散控制的优越性以及时滞解决方案的引入对系统性能的提高.

### 1 模型建立

一个网络化系统是由  $N$  个子系统组成的动态网络,这里,为简单起见,假设此动态网络具有如下的线性形式:

$$\dot{x}_i = A_i x_i + \sum_{j \in N_i} A_{ij} x_j + B_i u_i \quad (1)$$

其中:  $x_i$  为子系统  $i$  的状态.  $i = 1, 2, \dots, N$  表示第  $i$  个子系统.  $x_i \in R^n, u_i \in R^p$  分别为子系统的状态和输入.  $A_{ij} \in R^{n \times n}, B_i \in R^{n \times p}$ .  $\sum_{j \in N_i} A_{ij} x_j$  代表各个子系统物理上的连接.  $A_{ij}$  是指第  $i$  个子系统与第  $j$  个子系统之间的连接或者耦合系数矩阵. 这里  $N_i$  是与第  $i$  个子系统相联的子系统的序号的集合.

考虑如下的具有网络分布式控制形式的控制方案:

$$u_i = K_i x_i + \sum_{j \in G_i} K_{ij} x_j(t - \tau) \quad (2)$$

其中:  $K_i x_i$  为第  $i$  个子系统局部(本地)控制,即网络的分散控制部分;而后面的  $\sum_{j \in G_i} K_{ij} x_j(t - \tau)$  是来自网络化系统中与第  $i$  个子系统相关联的子系统的控制输入,即网络分布式控制部分.  $G_i$  表示第  $i$  子系统的控制器的一个集合,特别的当  $K_{ij} = 0, \forall j \in G_i$ ,则上式表示为一个分散的控制器;  $K_i$  与  $K_{ij}$  是控制增益矩阵. 在本文中,假设所有的通信链路之间通信都具有相同的时间延迟  $\tau$ .

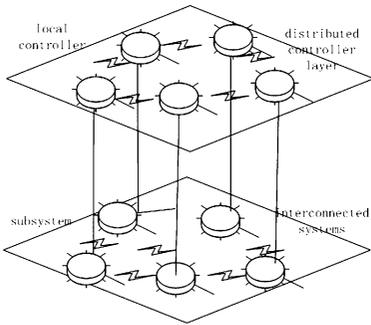


图1 网络分布式控制模型图

Fig.1 Interconnected systems with distributed control architecture

我们必须综合考虑到网络化系统中各个子系统的相互联系,充分挖掘其内在的联系,最终寻找数据间的内在关系.因此,在控制器(2)中,采用控制方法是网络分布式控制.本文就是要研究网络

(1)在具有分布式控制形式(2)下的稳定性问题.

## 2 分散控制设计与网络分布式控制设计

### 2.1 分散控制设计

论首先,设计分散控制方法.

考虑网络(1)的分散控制为:

$$u_i = K_i x_i \quad (3)$$

这里,  $K_i$  是需要设计的控制增益矩阵. 分散控制的控制增益矩阵  $K_i$  由下面的定理给出:

**定理 2.1**<sup>[11]</sup>: 如果存在  $\varepsilon > 0$  的常数、对称正定解  $Q_i > 0$ , 和矩阵  $Y_i$  使得下面的线性矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} A_i Q_i + (A_i Q_i)^T + B_i Y_i + (A_i Q_i)^T + \frac{1}{\varepsilon} (\sum_{j \in N_i} A_{ij} A_{ij}^T) & Q_i \\ Q_i & \frac{1}{\varepsilon_i (N-1)} I_n^n \end{bmatrix} < 0$$

其中  $Q_i = P_i^{-1}, I_n$  为  $n$  维单位矩阵,则分散控制增益矩阵为以上不等式,  $K_i = Y_i Q_i^{-1}$  可使网络(1)渐进稳定.

证明: 证明采取与文献[11]类似的方法: 令 Lyapunov 函数:

$$V(x) = \sum_{i=1}^N x_i^T P_i x_i$$

对其进行求导,得到如下结果:

$$\dot{V}(x) = \sum_{i=1}^N \dot{x}_i^T P_i x_i + \sum_{i=1}^N x_i^T P_i \dot{x}_i$$

将(3)代入(1):

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= A_i x_i + \sum_{j \in N_i} A_{ij} x_j + B_i K_i x_i = \\ & (A_i + B_i K_i) x_i + \sum_{j \in N_i} A_{ij} x_j \end{aligned}$$

即:

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) &= \sum_{i=1}^N [x_i^T (A_i^T P_i + K_i^T B_i^T P_i + P_i A_i + \\ & P_i B_i K_i) x_i] + \sum_{i=1}^N [(\sum_{j \in N_i} A_{ij} x_j)^T P_i x_i + \\ & x_i^T P_i \sum_{j \in N_i} A_{ij} x_j] \end{aligned}$$

应用了下面的引理:

**引理 2.1**<sup>[10]</sup>: 设  $X, Y$  是两个维数相等的矩阵. 对于任意的  $\varepsilon > 0$ , 下面的不等式成立.

$$X^T Y + Y^T X \leq \varepsilon X^T X + \frac{1}{\varepsilon} Y^T Y$$

并且结合引理 2.1, 对正数  $\varepsilon > 0$ , 得到如下不

等式:

如果  $\forall i$ ,

$$(A_i^T P_i + K_i^T B_i^T P_i + P_i A_i + P_i B_i K_i) + \frac{1}{\varepsilon} P_i \left( \sum_{j \in N_i} A_{ij} A_{ij}^T \right) P_i + \varepsilon (N-1) I_n < 0$$

那么  $\dot{V}(x)$  是负定的, 令:  $Q_i = P_i^{-1}$  和  $K_i = Y_i Q_i^{-1}$ , 再用  $P_i^{-1}$  乘以上述不等式前项和后项可得:

$$A_i Q_i + (A_i Q_i)^T + B_i Y_i Q_i + Q_i (B_i Y_i)^T + \varepsilon Q_i (N-1) I_n Q_i + \frac{1}{\varepsilon} \left( \sum_{j \in N_i} A_{ij} A_{ij}^T \right) < 0$$

使用 Schur 引理即可得到  $\dot{V}(x)$  是负定的, 因此, 此网络是渐近稳定的. 证毕.

令:  $\bar{A}_i = A_i + B_i K_i$ , 我们得到此网络的闭环表达式:

$$\dot{x} = Ax, \quad x(t_0) = x_0 \quad (4)$$

其中:

$$x = [x_1, x_2, \dots, x_N]^T$$

$$A = \begin{bmatrix} \bar{A}_1 & A_{12} & \cdots & A_{1N} \\ A_{21} & \bar{A}_2 & \cdots & A_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{N1} & A_{N1} & \cdots & \bar{A}_N \end{bmatrix} \in R^{nN \times nN}$$

显而易见上述微分方程的解为  $x(t) = e^{A(t-t_0)} x_0$ , 而且其范数满足以下不等式:

$$\|x(t)\| \leq e^{\|A\|(t-t_0)} \|x_0\|, \quad \forall t \geq t_0 \quad (5)$$

即:

$$\|x(t)\| \leq e^{\text{Re}\{\lambda_{\max}\}(t-t_0)} \|x_0\|, \quad \forall t \geq t_0 \quad (6)$$

其中  $\text{Re}\{\lambda_{\max}\}$  表示矩阵  $A$  的最大实部特征值. 由此可以看出,  $\text{Re}\{\lambda_{\max}\}$  反映了整个网络指数稳定性的收敛速度.

## 2.2 分布式控制设计

这一节, 在考虑网络成本的约束下, 将通过设计网络分布式控制器, 提高分散控制下网络的收敛速度, 从而提升系统性能. 这里, 整个过程不考虑延迟时间, 即  $\tau = 0$ .

设分布式控制为:

$$\bar{u}_i = \sum_{j=1, j \neq i}^N d_{ij} K_{ij} x_j, \quad j \in G_i \quad (7)$$

其中,  $d_{ij} \in \{0, 1\}$ , 当  $d_{ij} = 1$  表示子系统控制器  $i, j$  之间存在信息的交换. 当  $d_{ij} = 0$  表示子系统控制器  $i, j$  之间不存在信息的交换, 即表示网络子系统之间没有信息的交换. 在网络分布式控制下, 整个闭

环系统可以表示为:

$$\dot{x} = \bar{A}x, \quad x(t_0) = x_0 \quad (8)$$

其中:

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} \bar{A}_1 & A_{12} & \cdots & A_{1N} \\ A_{21} & \bar{A}_2 & \cdots & A_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{N1} & A_{N1} & \cdots & \bar{A}_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & A_{12} & \cdots & A_{1N} \\ A_{21} & 0 & \cdots & A_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{N1} & A_{N1} & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{A} = A_{dec} + A_{dist} \quad (9)$$

其中  $A_{dec}$  为控制系统的子系统参数矩阵;  $A_{dist}$  是控制系统的互相通讯的子系统控制矩阵参数, 该矩阵表达了子系统之间存在的一种互联状态. 其中,  $\bar{A}_{ij} = d_{ij} B_i K_{ij}$ .

同时, 考虑到实际的情况, 我们假设网络中不可以随意添加许多链接, 即链接的数量是有限的:

$$\sum_{1 \leq i \leq j \leq N} r_{ij} d_{ij} \leq c, \quad (10)$$

其中:  $c > 0$  是整个通信网络系统的约束总成本,  $r_{ij}$  表示子系统  $i$  和  $j$  建立联系的成本. 这个成本的关键因数是子系统间的距离, 该问题在实际系统对象中, 有很重要的意义.

因此, 整个问题可以被描述为: 在给定的通信约束下, 寻找网络分布式控制 (即适当设置相互关联的通信连接与通讯强度), 以提高整个网络稳定运行的收敛速度. 此问题可以归结为以下优化控制问题:

$$\begin{aligned} & \min_{K_{ij}, d_{ij}} \text{Re}\{\lambda_{\max}(\bar{A})\} \\ & \text{subject to } \text{Re}\{\lambda_{\max}(\bar{A})\} < \text{Re}\{\lambda_{\max}(A)\} \\ & \sum_{1 \leq i \leq j \leq N} r_{ij} d_{ij} \leq c, \quad d_{ij} \in \{0, 1\} \end{aligned} \quad (11)$$

**定理 2.2:** 考虑一个网络系统 (8), 如果对某些分布控制矩阵  $k_{ij}$  以及链接决策  $d_{ij}$ , 优化问题 (11) 存在解, 则在此分布式控制律下的整个网络系统取得指数稳定性的收敛速度高于分散控制律下的网络取得指数稳定性的收敛速度.

证明: 此定理的证明可以采用类似于定理 2.1 证明方法得到, 这里省去其证明过程. 证毕

## 2.3 存在通讯时滞下的网络分布式控制设计

时滞系统是指系统中一处或几处的信号传递有时间延迟的系统. 蒸气和流体在管道中的流动, 电信号在长线上的传递, 都有时间延迟. 含有这类元件的系统都是时滞系统. 对于一个具体控制系统, 时滞可能由测量元件或测量过程造成, 也可能

由控制元件和执行元件造成,或者由它们共同造成.严格地说,控制系统中时滞是普遍存在的,只有大小的不同.

在本节中,考虑一个更加实际的情况,就是考虑通信网络各子系统之间在信息交换时存在信号的时延.这里为简单起见,假设所有信号在通信链路中都相同的时延  $\tau$ ,其中  $\tau$  是常量.

从公式(2)中,可以将闭环式(1)改写成如下形式:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_{dec}x(t) + A_{dist}x(t - \tau) \\ x(\theta) &= x_0, \forall \theta \in [-\tau, 0] \end{aligned} \quad (12)$$

其中  $A_{dec}$  为分散控制系统部分的闭环控制矩阵,  $A_{dist}$  是分布式控制系统部分的闭环控制矩阵.考虑时间延迟系统(12),假设其收敛速度为,利用下列公式进行转换(参见<sup>[11]</sup>):

$$z(t) = e^{\alpha t} x(t) \quad (13)$$

其中  $\alpha > 0$  是延迟的衰变率,则可以得到:

$$\dot{z}(t) = (A_{dec} + \alpha I)z(t) + A_{dist}e^{\alpha \tau} z(t - \tau) \quad (14)$$

**定理 2.3:** 如果存在对称正定矩阵  $P > 0, Q > 0$ , 使得下面的不等式成立:

$$S_1 = \begin{bmatrix} \tilde{A}^T P + P\tilde{A} + \tau Q & \tau e^{\alpha \tau} \tilde{A} P A_{dist} \\ \tau e^{\alpha \tau} A_{dist}^T P \tilde{A} & -\tau Q \end{bmatrix} < 0 \quad (15)$$

其中,  $\tilde{A} = A_{dec} + \alpha I + A_{dist}e^{\alpha \tau}$ , 则系统(14)是指数稳定的且具有衰减率  $\alpha$ .

证明: 参见文献[11].

时间延迟对整体系统的稳定性有重要意义,在一个给定的网络的约束条件下,对于一个预先设计的分布式控制器,在保证网络取得指数稳定性的前提下,我们需要估计网络中可容许的最大的通信延时,这样对于在这个最大延时值范围内的网络延时,整个通讯网络系统仍然具有指数稳定性和较快的收敛速度.

考虑相互关联的时间延迟系统(12),在保证系统稳定性的前提下,最大延时  $\tau$  可以由以下优化问题解决:

$$\begin{aligned} \min_{\tau} \quad & \text{imize } \tau \\ \text{subject to } & S_1 < 0 \text{ with } \alpha = |\text{Re}\{\lambda_{\max}(A)\}| \end{aligned}$$

其中  $\text{Re}\{\lambda_{\max}(A)\}$  表示的互联系统中分散控制律的衰减速率.

Step1: 目标函数:  $\min_{\tau} \text{imize } \tau$

Step2: 目标函数条件选择:  $\alpha = |\text{Re}\{\lambda_{\max}(A)\}|$ . Re

$\{\lambda_{\max}(A)\}$  反映了整个网络指数稳定性的收敛速度.

Step3: 求解条件  $S_1 < 0$  (根据定理 2.3) 有,

$$S_1 = \begin{bmatrix} \tilde{A}^T P + P\tilde{A} + \tau Q & \tau e^{\alpha \tau} \tilde{A} P A_{dist} \\ \tau e^{\alpha \tau} A_{dist}^T P \tilde{A} & -\tau Q \end{bmatrix} < 0$$

$$\tilde{A} = A_{dec} + \alpha I + A_{dist}e^{\alpha \tau}$$

Step4: 使用 YALMIP 工具箱<sup>[10]</sup> 解决优化问题.

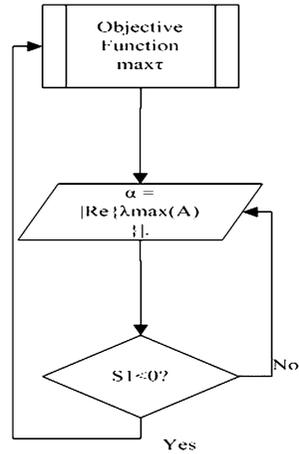


图2 延时优化问题算法流程图

Fig. 2 Delay optimization algorithm flowchart

以下是具体优化步骤:

第一步: 给矩阵  $A_{dec}, A_{dist}, P, Q$ , 赋值: 例如我们选取:

$$A_{dec} = \begin{bmatrix} -9 & 1 & 0 & 5 \\ 1 & -9 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & -9 & 3 \\ 5 & 0 & 3 & -9 \end{bmatrix}$$

$$A_{dist} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} 0.2844 & 0.5828 & 0.4329 & 0.5298 \\ 0.4692 & 0.4235 & 0.2259 & 0.6405 \\ 0.0648 & 0.5155 & 0.5798 & 0.2091 \\ 0.9883 & 0.3340 & 0.7604 & 0.3798 \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} 0.7833 & 0.7942 & 0.4154 & 0.7680 \\ 0.6808 & 0.0592 & 0.3050 & 0.9708 \\ 0.4611 & 0.6029 & 0.8744 & 0.9901 \\ 0.5678 & 0.0503 & 0.0150 & 0.7889 \end{bmatrix}$$

$$\alpha = |\text{Re}\{\lambda_{\max}(A)\}| = 2.8599$$

第二步: 目标函数:  $\min_{\tau} \text{imize } \tau$

调用优化程序:

```
F = set(S1 < 0)
solvesdp(F, -tau)
double(tau)
```

可得结果  $\tau = 0.2281$

结合定理 2.1 和以上对最大延时  $\tau_{max}$  的计算, 时滞分布式控制器的设计如下,

对于具有时间延迟  $\tau (\tau \leq \tau_{max})$  网络分布控制 (2), 考虑以下优化问题:

$$\begin{aligned} \min_{k_{ij}, d_{ij}} \quad & \alpha \\ \text{subject to} \quad & S_1 < 0 \quad \alpha > |\operatorname{Re}\{\lambda_{\max}(A)\}| \\ & \sum_{1 \leq i \leq j \leq N} r_{ij} d_{ij} \leq c, \quad d_{ij} \in \{0, 1\} \end{aligned} \quad (16)$$

**定理 2.4:** 考虑网络分布控制系统 (1) - (2), 如果对某些分布控制矩阵  $K_{ij}$  以及链接决策  $d_{ij}$ , 以及矩阵  $P > 0, Q > 0$ , 优化问题 (16) 存在解, 则在此具有延时的分布式控制律下的整个网络系统取得指数稳定性的收敛速度高于分散控制律下的网络取得指数稳定性的收敛速度.

证明: 该定理可以由定理 2.1 和引理 2.2 获得.

### 3 两种设计的仿真

本文通过设计假设以如下四个子系统作为一个网络通信子系统, 该系统为前面第 2.2 节所建立的模型.

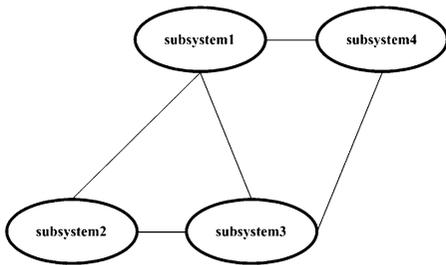


图 3 互相交互信息的子系统

Fig. 3 Interact with each other information subsystems

给定闭环系统的控制参数矩阵:

$$A_{dec} = \begin{bmatrix} -9 & 1 & 0 & 5 \\ 1 & -9 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & -9 & 3 \\ 5 & 0 & 3 & -9 \end{bmatrix} \quad (17)$$

通过 MATLAB, 可以求出矩阵的  $\operatorname{Re}\{\lambda_{\max}(A)\} = -2.8599$ . 接下来假设子系统  $i$  和  $j$  建立联系的

成本  $r_{ij} = 1$ , 链接的数目为  $c = 5$ . 此外, 该分布式控制增益设置为 1. 给出如下网络分布式控制器的通讯子系统子系统的参数矩阵:

$$A_{dist} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

令反馈增益  $K$  等于  $-1$  和  $C = 1$ , 允许子系统中存在相互交换通信链路, 即假设通讯子系统 1, 3 之间的子系统可以互相交换信息. 然后分别进行网络分布式控制与分散控制的系统仿真, 该仿真结果如下图:

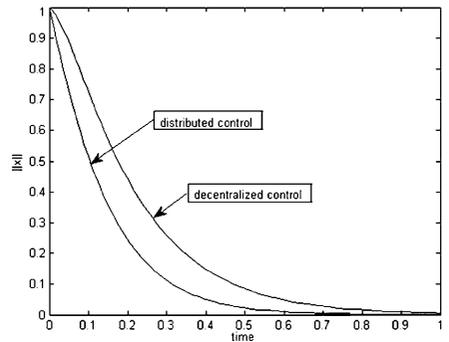


图 4 分散控制与网络分布式控制的收敛效果对比

Fig. 4 The convergence of the interconnected system with the distributed control law and the decentralized control law

从图 4 可以观察到, 互联系统分布式控制法 (2) 的收敛速度比分散控制法 (3) 更快. 从而验证与分散控制相比较, 采用分布式网络控制方法使网络的稳定性更好.

### 4 总结

本文将分布式网络控制系统应用于网络化系统, 以期实现子系统之间的信息交换, 设计了针对时滞的通讯系统的通信拓扑, 提高了系统的稳定性性能. 为简单起见, 将所有的通信链接中的时滞假设为相同常数, 给出了相应的稳定性判据和可容许的最大时滞的优化算法, 并使用收敛速度对子系统通讯进行评价. 最后, 将所得到的理论结果, 结合到一个简单的网络化系统, 设计了分布式控制, 并进行数值仿真. 结果验证: 与传统的分散控制相比较, 通过各个网络子系统的信息交互, 提高了网络的稳定性与收敛速度, 从而可实现较高的系统稳定性.

## 参 考 文 献

- 1 Bakule L. Decentralized control: an overview. *Annual Reviews in Control*, 2008,32(1):87 ~ 98
- 2 Baillieul J, Antsaklis P J. Control and communication challenges in networked real-time systems. *Proceedings of the IEEE*, 2007, 95(1):9 ~ 28
- 3 李建平,刘斌,刘东南. 异结构混沌系统同步及其在保密通信中的应用. *动力学与控制学报*,2010,8(4):334 ~ 337 (Li J P, Liu B, Liu D N. Synchronization of different structure chaotic systems and its application to secure communication. *Journal of Dynamics and Control*, 2010, 8(4):334 ~ 337(in chinese))
- 4 Kamwa I R, Grondin R, Hebert Y. Wide-area measurement based stabilizing control of large power systems-a decentralized/hierarchical approach. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2001,16(1):136 ~ 153
- 5 Karlson D, Hemmingsson M, Lindah S. Wide area system monitoring and control-terminology, phenomena, and solution implementation strategies. *IEEE Power and Energy Magazine*, 2004,2(5):69 ~ 76
- 6 Sojoudi S, Amir G. Aghdam. Overlapping control systems with optimal information exchange. *Automatica*, 2009, 45(15):1176 ~ 1181
- 7 Borrelli F, Keviczky T. Distributed LQR design for identical dynamically decoupled systems. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2008,53(8):1901 ~ 1912
- 8 Massioni P, Verhaegen M. Distributed control for identical-dynamically coupled systems: a decomposition approach. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2009,54(1):124 ~ 135
- 9 Olfati-Saber R, Murray R M. Consensus and cooperation in networked multiagent systems. *Proceedings of the IEEE*, 2007,95(1):215 ~ 233
- 10 Lofberg J. YALMIP: A toolbox for modelling and optimization in MATLAB. *Proceedings of the CACSD*, 2004,9:4284 ~ 289
- 11 Gusrialdi A, Hirche S. Communication topology design for large-scale interconnected systems with time delay. *American American Control Conference*, 2011:4508 ~ 4513

## ANALYSIS OF STABILITY AND DISTRIBUTED CONTROL FOR DYNAMICAL NETWORKS \*

Wang Rong<sup>1†</sup> Liu Bin<sup>1,2</sup> Liu Dongnan<sup>1</sup> Zhu Biao<sup>1</sup>

(1. School of Electrical and Information Engineering, Hunan University of Technology, Zhuzhou 412008, China )

(2. School of Science, Hunan University of Technology, Zhuzhou 412008, China )

**Abstract** Replacing the decentralized control, the distributed control, is used for the networked system in order to achieve the exchange of information between the subsystems and to improve its performance. Based on the Lyapunov function method, the optimization algorithm for the maximal permissible time delay were derived in the case of a communication signal delay, and the stability criteria of the whole networked system were proposed respectively for the decentralized control and the distributed control. A simple networked system and the corresponding numerical simulation was conducted. By using the proposed theory. The results show that, compared with the traditional decentralized control, the network distributed control can improve the convergence rate of stability of the entire networked system.

**Key words** networked system, distributed control, decentralized control, stability, optimization, delay

Received 1 June 2012, revised 17 September 2012.

\* The project supported by the National Natural Science Foundation of China(61174075) and the Key Project of Provincial Natural Science Foundation of Hunan (11JJ2038)

† Corresponding author E-mail:wangrong714@qq.com