

# 转子-密封系统中气流激振力的 非线性动力学特性分析\*

李忠刚<sup>1,2†</sup> 陈予恕<sup>1</sup> 陈照波<sup>2</sup> 焦映厚<sup>2</sup> 马文生<sup>2</sup>

(1. 哈尔滨工业大学航天学院, 哈尔滨 150001) (2. 哈尔滨工业大学机电学院, 哈尔滨 150001)

**摘要** 在高参数汽轮机组和航空发动机等旋转机械中, 转子-密封中的气流激振力对转子非线性动力学特性的影响不容忽视. 本研究中建立了转子-密封系统三维流场模型, 应用计算流体动力学(CFD)软件对可压缩气流流场进行模拟计算, 获得了密封流场特性. 由流场计算结果进一步获得了 Muszynska 气流激振力模型中的相关经验系数, 使得此模型更加适用于气流激振力的计算. 在对转子-密封系统进行非线性动力学分析过程中应用幂级数展开形式建立了系统幂级数模型. 利用平均法得到气流激振力的 1:2 亚谐共振分岔方程, 进一步应用奇异性理论和 Hopf 分岔理论研究了系统 1:2 亚谐共振的转迁集和系统超临界 Hopf 分岔与亚临界 Hopf 分岔的存在条件. 通过参数控制方法抑制了转子-密封系统出现亚临界分岔的出现, 使得系统稳定性提高. 本文的分析结果对工程设计和操作具有一定的指导作用和意义.

**关键词** 转子动力学, 气流激振力, 亚谐共振, 奇异性理论, Hopf 分岔

DOI: 10.6052/1672-6553-2013-018

## 引言

由于社会经济的高速发展, 汽轮发电机组、航空发动机、船载汽轮机和高速离心压缩机等动力旋转机械的工作参数不断提高, 对其稳定运行提出了更高的要求. 而转子与静子之间的间隙流体随着旋转机械工作参数的提高, 其非线性特性严重影响转子系统的稳定性, 成为导致转子系统失稳的主要因素之一. 尤其在超超临界汽轮机组中非线性气流激振力对汽轮机转子系统的稳定性影响日益突出, 有时会造成灾难性后果<sup>[1]</sup>.

目前, 针对转子-密封系统气流激振力的主要研究方法有应用计算流体动力学(CFD)方法对密封内流场进行模拟或应用气流激振力解析模型对转子系统进行非线性力学行为研究. 随着计算机技术的飞跃发展, 很多学者开始应用 CFD 技术来研究气流激振力系数的动力学特性<sup>[2-4]</sup>. 虽然 CFD 技术能很好的模拟密封腔室内的流场, 对于计算密封泄漏量也有很好的精度, 但是要进一步研究气流流场对转子系统动力学影响尚存在一定困难. 而应用气流激振力的解析模型可以很好的研究密封中气流激振对转子系统的非线

性影响, 但是解析模型中含有很多实验参数和经验系数. 很多学者根据相似性原理设计转子密封实验台进行相关数据测试<sup>[5,6]</sup>, 但实验条件对测试结果影响很大. 因此, 本文应用 Fluent 模拟转子系统密封腔室内的可压缩流场, 通过模拟的流场结果获得气流激振解析模型中的相关经验参数, 使得解析模型更加符合密封流场的特性. 在气流激振的解析模型研究方面, 1965 年, Alford<sup>[7]</sup> 首先提出了气流激振的力学模型-Alford 模型, 此模型虽然解释了气流激振的基本现象, 但 Alford 模型为简单的线性模型. 1986 年, Muszynska<sup>[8]</sup> 通过大量转子流体实验, 得到了 Muszynska 流体激振力模型, 此模型是一个非线性模型, 能很好的揭示流体激振的现象. 丁千<sup>[9]</sup> 等应用 Muszynska 流体激振力模型建立的单盘转子-密封系统, 并利用中心流形定理和正规形理论研究了系统的 Hopf 分岔和自激振动. 本文利用 Muszynska 模型建立转子-密封系统动力学方程, 将气流激振力引起的非线性力在平衡点处展开成幂级数形式. 应用平均法和奇异性理论研究转子-密封动力学系统动力学特性, 得到系统的分岔方程和转迁集. 根据得到的转迁集给出不同奇异性参数空间内的分

2012-06-11 收到第 1 稿, 2012-10-27 收到修改稿.

\* 国家自然科学基金重点资助项目(10632040)

† 通讯作者 E-mail: lizhonggang2001@163.com

岔图,并进一步给出 1:2 亚谐共振非零解的判断条件,对实际工程抑制气流激振有一定的理论意义.

## 1 转子-密封系统模型的建立

### 1.1 密封力场模拟

Muszynska 在经过大量流体密封试验后得到转子间隙流体激振力模型. 其研究表明间隙中的周向流动对转子动力学特性有明显的影响. Muszynska 在模型中假设流体的周向平均流速,用以表征转子系统间隙中层流的整体运动,其中为转子转速,为流体周向流速比. Muszynska 在转子-密封实验中发现,其模型在小位移下能很好地揭示了转子中流体激振力的作用机理. 但是, Muszynska 进行的间隙流体实验主要是在液态流体中进行的,因此其模型中的经验参数多适用于液态流体,对于适用于气流的经验参数没有给出具

体的取值方法. 因此,本文采用 CFD 技术对密封气流场进行模拟计算,进一步得到适用于汽轮机、压气机等汽封的 Muszynska 模型的经验参数.

本文应用 Gambit 建立了一个三维直齿结构形式的迷宫密封流场,该密封的静子上带有 5 个锥形齿. 锥形齿的高度为 3.264mm,齿根处宽度为 1.524mm,齿尖宽度为 0.254mm,齿间距为 3.81mm,建立的迷宫密封流场结构示意图如图 1 所示. 应用 Fluent 对流场进行模拟计算,其流场边界条件如表 1 所示. 采用有限体积法离散控制方程,连续方程、动量方程和能量方程采用二阶迎风格式,湍流动能和耗散率方程采用一阶迎风格式,压力速度耦合采用 SIMPLE 算法,工质选择可压缩理想气体. 流场计算残差为  $10^{-4}$ ,进出口质量流差小于 0.1%,湍流模型选择标准的  $k-\varepsilon$  模型,湍流强度和粘度都设置为 10.

表 1 三维密封流场边界条件

Table 1 Boundaries of the three-dimensional model of the labyrinth seal

Diameter of rotor $\Phi/\text{mm}$	Relative eccentricity $c/\text{mm}$	Speed of shaft $\Omega/\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$	Inlet temperature $T/\text{K}$	Inlet pressure $P_{\text{in}}/\text{MPa}$	Outlet pressure $P_{\text{out}}/\text{MPa}$	Turbulence mode	Wall
274.8	0.029 2	1162	366.7	3.447	1.724	$k-\varepsilon$	No slip boundary condition

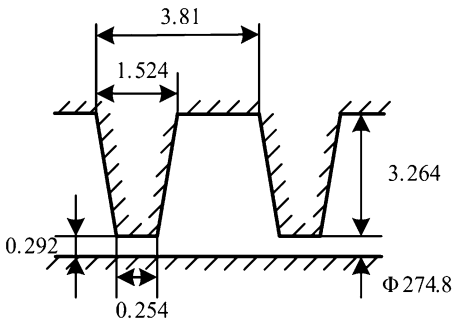


图 1 密封结构示意图

Fig. 1 Schematic diagram of labyrinth seal

对转子表面分布压力进行积分得到径向和切向上气流激振力表达式:

$$\begin{cases} -\frac{F_r}{e} = \pi \int_L \frac{\partial P_0(z, r)}{\partial r} \Big|_{R_{sh}} R_{sh} dz + \\ \frac{\pi}{C_r} \int P_{1c}(z, R_{sh}) R_{sh} dz \\ -\frac{F_t}{e} = \frac{\pi}{C_r} \int P_{1s}(z, R_{sh}) R_{sh} dz \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $z$  为轴向位置;  $F_r, F_t$  为气流激振力径向力和切向力;  $C_r$  为密封径向间隙;  $R_{sh}$  为转子半径;  $L$  为转子长度;  $P_0$  为气流在转子表面的静压;  $P_{1c}, P_{1s}$  为

气流在转子表面的压力余弦和正弦分量.

图 2 为相对偏移量在 10%、20% 和 30% 下的三维静压云图. 图 3 为不同相对偏移量下动压云图,随着密封间隙的减小最大动压会增加,即密封齿处的节流效果更强,导致气流流速增加;随着密封间隙减小最小动压会降低,密封的气流流量降低. 图 4 为不同相对偏移量下速度云图,随着相对偏移量增加,最大速度增加. 密封齿尖处流动截面小,气流产生射流现象,流速增大,压力能转化为动能;当气体进入两个密封齿间的空腔内部,由于空腔流动截面较大,气体流速降低,在空腔内部形成大的旋涡. 由于齿尖处的节流和密封腔室内的动能耗散作用,从而降低压力,达到密封的作用.

### 1.2 辨识 Muszynska 模型中的经验参数

在直角坐标系下, Muszynska 流体激振力模型表达式如下:

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K - m\lambda^2 \Omega^2 & \lambda \Omega D \\ -\lambda \Omega D & K - m\lambda^2 \Omega^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D & 2\lambda m \Omega \\ -2\lambda m \Omega & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_f & 0 \\ 0 & m_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} \quad (2)$$

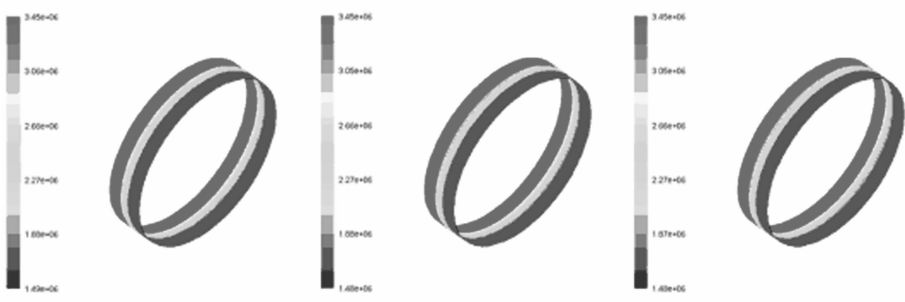


图2 不同偏移量下的三维静压云图

Fig. 2 Static pressure contours of the 3 - d seal with the different relative eccentricities

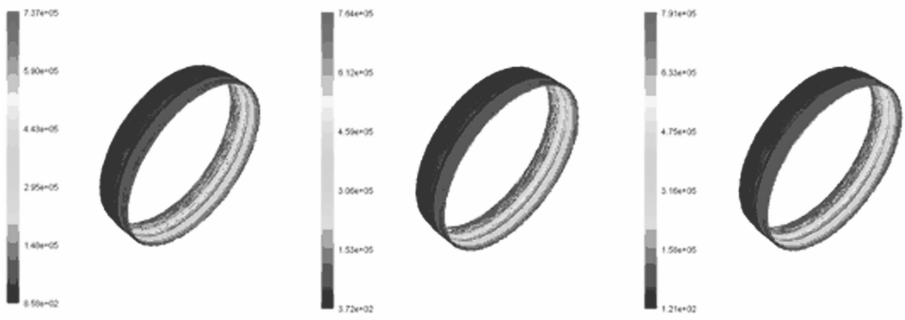


图3 不同偏移量下的三维动压云图

Fig. 3 Dynamic pressure contours of the 3 - d seal with the different relative eccentricities

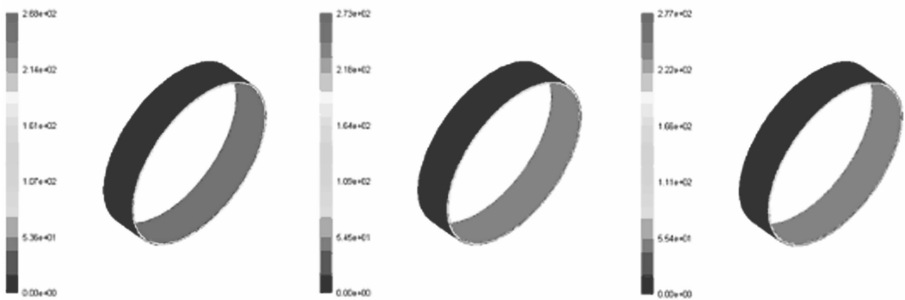


图4 不同偏移量下迷宫密封三维内部流体速云图

Fig. 4 Velocity vectors of labyrinth seal 3 - D model field with the different relative eccentricities

其中,  $K$ 、 $D$ 、 $m$  代表了流体对转子作用的刚度、阻尼和惯性效应. 当转子相对偏移量较小时,  $K$ 、 $D$  和  $\lambda$  均为直角坐标系  $(x, y)$  下偏移量的非线性函数, 可以采用如下函数形式:

$$\begin{aligned} K &= K_0(1 - e^2)^{-n}, D = D_0(1 - e^2)^{-n}, \\ n &= \frac{1}{2} \sim 3; \lambda = \lambda_0(1 - e)^b, 0 < b < 1 \end{aligned} \quad (3)$$

式中,  $e = \sqrt{x^2 + y^2}/c$  为转子相对偏移量,  $c$  - 密封间隙,  $K_0$  和  $D_0$  可以利用 Childs<sup>[11]</sup> 的环压密封动力系数公式计算得到.

根据 Muszynska 模型, 气流激振力径向和切向力的表达式为:

$$\begin{cases} -\frac{F_r}{e} = \bar{K} + \bar{d}\Omega - M\Omega^2 \\ -\frac{F_t}{e} = -\bar{k} + \bar{D}\Omega + m\Omega^2 \end{cases} \quad (4)$$

其中,  $\bar{K} = K - m\lambda^2\Omega^2$ ,  $\bar{k} = \lambda\Omega D$ ,  $\bar{D} = D$ ,  $\bar{d} = 2\lambda m\Omega$ .

根据多组流场计算结果应用非线性最小二乘法参数拟合, 得到 Muszynska 模型中相关经验参数的拟合数值, 其辨识结果如下:

$$\xi = 0.09, n_0 = 0.066,$$

$$m_0 = -0.24, b = 0.12, n = 2.5$$

其中,  $\xi$  为泄漏损失系数;  $n_0$ 、 $m_0$ 、 $b$ 、 $n$  为气流激振力实验与经验系数.

### 1.3 转子-密封系统模型

假设研究模型为非对称结构形式的单盘转子, 转子两端由轴承支撑, 且在转子上存在不平衡质量. 由于转子旋转在密封中产生气流激振力, 转子径向受到重力影响. 转子-密封系统模型如图5所示, 则转子-密封系统动力学方程为:

$$\begin{bmatrix} M+m & 0 \\ 0 & M+m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{xe}+D & 2m\lambda\Omega \\ & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}' \\ \dot{y}' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{xe}+K-m\lambda^2\Omega^2 & \lambda\Omega D \\ -\lambda\Omega D & K_{ye}+K-m\lambda^2\Omega^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho\cos(\Omega t) \\ G+\rho\sin(\Omega t) \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中,  $M$  为转子质量,  $m$  为气流惯性效应;  $K_{xe}, K_{ye}, D_{xe}, D_{ye}$  为转子系统在  $x, y$  方向上的刚度和阻尼;  $\rho$  为转子不平衡质量,  $G$  为转子自身重力.

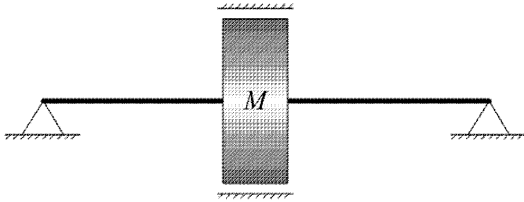


图5 单盘转子-密封结构模型

Fig. 5 Model of the rotor/seal system

## 2 转子-密封系统 1:2 亚谐共振分析

气流激振力会诱发汽轮机转子发生低频振动, 即会导致系统出现 1:2 亚谐共振. 动力学系统(5)在平衡点位置进行幂级数展开, 为了应用平均法分析方便, 可认为转子系统为各向同性的, 且交叉刚度项, 阻尼项和非线性项都用小量  $\varepsilon$  标明, 则系统可表示为:

$$\begin{cases} \ddot{x} + \omega_1^2 x = \varepsilon f_x(x, y, x', y') + \rho\cos(\Omega t) \\ \ddot{y} + \omega_2^2 y = \varepsilon f_y(x, y, x', y') + \rho\sin(\Omega t) \end{cases} \quad (6)$$

其中,  $f_x(x, y, x', y')$  和  $f_y(x, y, x', y')$  为非线性扰动力的多项式表示式, 具体表达式见文献[11],  $\omega_1, \omega_2$  为  $x, y$  方向上的固有频率,  $\rho$  为无量纲偏心率. 系统(6)亚谐共振解的形式可设为:

$$\begin{cases} x = A\cos(\omega_1 t + \theta_1) - \frac{\rho}{\omega_1^2 - \nu^2} \sin(\nu t) \\ y = A\cos(\omega_2 t + \theta_2) \end{cases} \quad (7)$$

其中外激励频率  $\nu = 2\omega_1$ , 在  $y$  方向上转子的固有频率  $\omega_2$  远离共振, 将上式解的形式带入模型(6)中, 根据平均法得到系统模型的平均方程为:

$$\begin{cases} \omega \frac{dA_1}{dT_1} = \frac{1}{2}a_2 A_1 \omega_1 + \frac{1}{2}(a_7 \omega_1 + 2a_7 \sigma - a_{10} \omega_1) A_1 \Gamma \cos\varphi + (a_5 + \frac{1}{2}a_8) A_1 \Gamma \sin\varphi \\ -\omega_1 A_1 \frac{d\varphi}{dT_1} = \frac{3}{4}a_{12} A_1^3 + 6a_{12} A_1 \Gamma^2 + (a_{10} \omega_1 - a_7 \omega_1 - 2a_7 \sigma) A_1 \Gamma \sin\varphi + (2a_5 + a_8) A_1 \Gamma \cos\varphi - 2\sigma \omega_1 A_1 \end{cases} \quad (8)$$

其中,  $\varphi = -2\theta + 2T_0\sigma$ .

通过式(8)消去三角函数项, 得到了只含振幅和分岔参数的分岔方程:

$$\begin{aligned} & (a_5 A_1 \Gamma + \frac{1}{2}a_8 A_1 \Gamma)^2 + (\frac{1}{2}a_7 A_1 \Gamma \omega_1 + a_7 A_1 \Gamma \sigma - \frac{1}{2}a_{10} A_1 \omega_1 \Gamma)^2 - \frac{1}{4}a_2^2 A_1^2 \omega_1^2 - \\ & (\frac{3}{8}a_{12} A_1^3 + 3a_{12} A_1 \Gamma^2 - \sigma \omega_1 A_1)^2 = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

得到转子-密封系统气流激振力幂级数模型亚谐共振的幅频曲线, 如图6所示. 当转子转速超过固有频率的 2 倍时, 系统突然出现双解, 此时系统发生了亚谐共振.

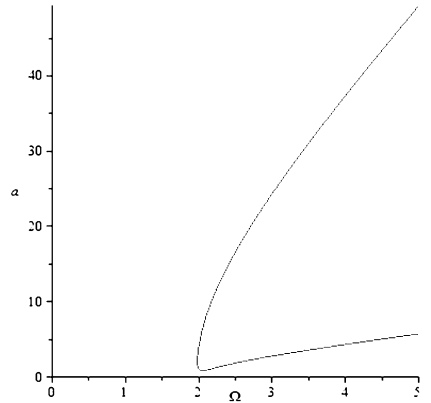


图6 动力系统 1/2 亚谐共振幅频曲线

Fig. 6 1/2 subharmonic resonance curve of the dynamic system

为进一步讨论分岔方程(9)非零解的动力学特性, 选择  $\Gamma$  和  $\frac{1}{4}a_2^2 \omega_1^2$  为奇异性参数  $\alpha_1, \alpha_2$ , 将其化简为:

$$f = -\frac{9}{64}a_{12}^2 A_1^4 + (-\frac{9}{4}a_{12}^2 \alpha_1^2 + \frac{3}{4}\sigma \omega_1 a_{12}) A_1^2 +$$

$$\left( (a_5 + \frac{1}{2}a_8)^2 + (\frac{1}{2}a_7\omega_1 + a_7\sigma - \frac{1}{2}a_{10}\omega_1)^2 + 6\sigma\omega_1 a_{12} \right) \alpha_1^2 \quad (10)$$

利用奇异性理<sup>[12]</sup>论得到系统的转迁集. 其滞后集为:

$$H = \{ \eta_1 \alpha_1^6 + \eta_2 \alpha_1^4 + \eta_3 \alpha_1^2 - 4\alpha_2 \omega_1^2 \} \quad (11)$$

其中,

$$\begin{aligned} \eta_1 &= 36a_{12}^2 \alpha_7^2, \\ \eta_2 &= 12\omega_1^2 a_7 a_{12} (a_7 - a_{10}), \\ \eta_3 &= \omega_1^4 (a_{10} - a_7)^2 + \omega_1^2 (a_8 + 2a_5)^2. \end{aligned}$$

分岔集为:

$$B = \{ \mu_1 \alpha_1^6 + \mu_2 \alpha_1^4 + \mu_4 \alpha_1^2 + 4\alpha_2 \omega_1^2 \} \quad (12)$$

其中,

$$\begin{aligned} \mu_1 &= -36a_{12}^2 a_7^2, \\ \mu_2 &= (2a_7 a_5 + a_7 a_8)^2 - 12\omega_1^2 a_{12} a_7 (a_7 + a_{10}), \\ \mu_3 &= -4a_7^2 \alpha_2 - \omega_1^4 (a_{10} - a_7)^2 - \omega_1^2 (2a_5 + a_8)^2. \end{aligned}$$

分岔方程(9)的转迁集为  $\Sigma = H \cup B$ , 如图7所示, 转迁集将参数  $(\alpha_1, \alpha_2)$  空间分成三个区域, 三个区域内的分岔图如图7所示, 其中子图(a)、(b)、(c)分别为各区域内分岔图, 子图(d)为在滞后集上的分岔图, 子图(e)为在分岔集上的分岔图. 当动力系统出现1:2亚谐振动时, 振动幅值都会存在跳跃现象. 与实际工程中汽轮机发生气流激振时, 振动幅值突然增大的跳跃现象一致. 其中, 子图(b)、(e)存在亚临界 Hopf 分岔, 而其他子图存在超临界 Hopf 分岔.

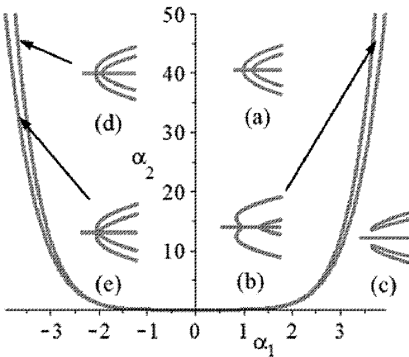


图7 转迁集及其分岔图

Fig. 7 Bifurcation diagrams and transition variety of the system

分岔方程(9)中非零解的表达式为:

$$x_{1,2}^2 =$$

$$\frac{4}{3a_{12}} \left( \frac{-6h^2 a_{12} + 2\sigma\omega_1}{\pm \sqrt{\Gamma((2a_7\sigma - a_{10}\omega_1 + a_7\omega_1)^2 + (2a_5 + a_8)^2) - a_2^2 \omega_1^2}} \right) \quad (13)$$

其中,  $x_{1,2}$  为 1:2 亚谐共振的非零解.

方程(9)存在零解表明系统不存在亚谐共振分量, 只是存在同步振动. 非零解存在条件为:

$$\Gamma \geq \frac{a_2^2 \omega_1^2}{(2a_7\sigma - a_{10}\omega_1 + a_7\omega_1)^2 + (2a_5 + a_8)^2} \quad (14)$$

由此可知, 不平衡质量会导致系统出现 1:2 亚谐共振. 若转子动平衡达到较高的水平, 即不平衡质量较小时, 气流激振力不会诱发系统出现 1:2 亚谐共振现象; 但当转子动平衡较差, 即不平衡质量较大时, 气流激振力会诱发系统出现亚谐共振. 如图7中所示的分岔图.

在图7-a和7-b中超临界 Hopf 分岔点存在:

$$\frac{df}{dA_1} = \frac{df}{dA_1} + \frac{df}{d\sigma} \frac{d\sigma}{dA_1} = 0 \quad (15)$$

在图7-c和7-d中亚临界 Hopf 分岔点存在:

$$\frac{df}{dA_1} = \frac{df}{dA_1} + \frac{df}{d\sigma} \frac{d\sigma}{dA_1} = 0$$

且

$$\begin{aligned} \frac{d^2 f}{dA_1^2} &= \frac{d^2 f}{dA_1^2} + 2 \frac{d^2 f}{dA_1 d\sigma} \frac{d\sigma}{dA_1} + \frac{df}{d\sigma} \frac{d^2 \sigma}{dA_1^2} + \\ &\frac{d^2 f}{d\sigma^2} \left( \frac{d\sigma}{dA_1} \right)^2 = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

通过调整不平衡量可以避免和抑制系统出现亚临界 Hopf 分岔. 系统外激励(主要是由转子不平衡质量引起)幅值对动力学系统的影响如图8所示. 当不平衡质量较大时, 如图8中  $h = 0.4$  所示, 动力系统在 Hopf 分岔点由零解出现了非零解, 且在 Hopf 分岔点附近出现的非零解与零解不在分岔点的同一侧, 因此转子系统发生超临界 Hopf 分岔; 不平衡质量进一步减小后, 如图8中  $h = 0.18$  所示, 动力系统在 Hopf 分岔点附近出现的非零解与零解在分岔点的同一侧, 此时转子系统会发生亚临界 Hopf 分岔; 不平衡质量进一步减小后, 如图8中  $h = 0.1$  所示, 动力系统在分岔点出现跳跃现象, 系统存在两个不同的非零幅值, 此时系统发生倍周期分岔. 不同的不平衡质量会改变系统发生亚谐振动的临界转速, 随着偏心质量的减少, 亚谐振动的发

生的转速会随之增加,由公式(15)也可知系统亚谐振动非零解的起始点与不平衡质量大小有关.因此,当汽轮机转子进行了较好的动平衡后,在工作转速附近不容易出现亚谐共振.但是如果系统其他参数改变导致系统临界转速降低或工作转速提高,在不平衡质量较小的转子上一旦发生亚谐振动,其振动幅值将增加较快,甚至发生跳跃现象.在工程实际中,汽轮机也是存在一旦发生由气流激振引起的亚谐共振,系统的振动幅值会突然增大,短时间内就导致系统失稳.图8也说明 Hopf 分岔和倍周期分岔均能导致系统出现 1:2 亚谐共振现象.

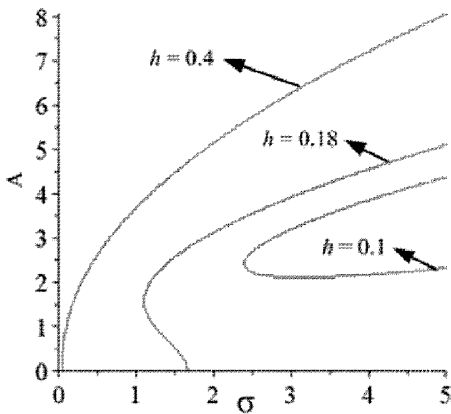


图8 外激励幅值对系统的影响

Fig. 8 Effect of the excitation amplitude on the system

### 3 结论

利用 CFD 方法模拟了气体密封中的气流流场,对密封转子表面分布压力进行积分,得到密封中的气流激振力.根据不同边界条件下流场的模拟结果对 Muszynska 模型中的经验参数进行拟合,得到了适用于气体流场的流体激振力模型中的经验参数.在考虑气流激振力模型建立的转子-密封系统中,为进一步分析系统动力学特性对非线性力进行幂级数展开.采用平均法研究了转子-密封系统的 1:2 亚谐共振,求解出了系统的平均方程,并得到了分岔方程.利用奇异性理论分析了系统的转迁集,并画出不同区域内的分岔图,为工程设计和参数选择提供了理论依据.对亚谐共振非零解的存在性进行分析,发现当转子密封系统不平衡质量较小时,气流激振力不会导致系统出现 1:2 亚谐共振,并给出了出现超临界和亚临界 Hopf 分岔的条件.本文为转子-密封系统提供了一种行之有效的设计方法,给出了在设计新型密封时选择结构参数的

方法,对工程设计人员优化密封结构参数有一定意义.

### 参 考 文 献

- 1 Dimarogonas A D, Gomez-Mancilla J C. Flow-excited turbine rotor instability. *International Journal of Rotating Machinery*, 1994, 1(1): 37 ~ 51
- 2 Dietzel F J, Nordmann R. Calculating rotordynamic coefficients of seals by finite-difference techniques. *ASME Journal of Tribology*, 1987, 109(3): 388 ~ 394
- 3 Toshio H, Guo Z L, Gordon K R. Application of computational fluid dynamics analysis for rotating machinery-part II: labyrinth seal analysis. *Journal of Engineering for Gas Turbine and Power*, 2005, 127(4): 820 ~ 826
- 4 刘晓峰,陆颂元. 迷宫密封转子动特性三维 CFD 数值的研究. *热能动力工程*, 2006, 21(6): 635 ~ 639 (Liu X F, Lu S Y. A Study of methods used for three-dimensional CFD (computational fluid dynamics) numerical analysis of dynamic characteristics of rotors with labyrinth seals. *Journal of Engineering for Thermal Energy and Power*, 2006, 21(6): 635 ~ 639(in Chinese))
- 5 Marquette O R, Childs D W, Andres L San. Eccentricity effects on the rotordynamic coefficients of plain annular seals theory versus experiment. *ASME Journal of Tribology*, 1997, 119(3): 443 ~ 447
- 6 Kwanka K. Dynamic coefficients of stepped labyrinth gas seals. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2000, 122(3): 473 ~ 477
- 7 Alford J S. Protecting turbo-machinery from self-excited whirl. *ASME Journal of Engineering for Power*, 1956, 87(4): 333 ~ 344
- 8 Muszynska A. Whirl and whip rotor-bearing stability problems. *Journal of Sound and Vibration*, 1986, 110(3): 443 ~ 462
- 9 Ding Q, Cooper J E, Leung A Y T. Hopf bifurcation analysis of a rotor/seal system. *Journal of Sound and Vibration*, 2002, 252(5): 817 ~ 833
- 10 Childs D W. Dynamic analysis of turbulent annular seals based on Hirs lubrication equation. *Journal of Lubrication Technology*, 1983, 105(3): 429 ~ 436
- 11 Li Z G, Chen Y S. Research on the subharmonic resonance and bifurcation of the nonlinear Rotor - Seal system. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2012, 33(4): 499 ~ 510

## NONLINEAR DYNAMIC CHARACTERISTICS ANALYSIS OF THE GAS EXCITING FORCE IN THE ROTOR-SEAL SYSTEM\*

Li Zhonggang<sup>1,2†</sup> Chen Yushu<sup>1</sup> Chen zhaobo<sup>2</sup> Jiao Yinhou<sup>2</sup> Ma Wensheng<sup>2</sup>

(1. School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, P. O. Box 137, Harbin 150001, China)

(2. School of Mechatronics Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

**Abstract** The flow field of 3-D rotor-seal system was developed, and the characteristics of compressible gas flied for the system were researched by Computational Fluid Dynamics (CFD) technology. The empirical parameters and experimental parameters of the Muszynska gas exciting force model were further identified by the computational results, which made it more suitable for the rotor-seal system. The nonlinear dynamic analysis of the rotor-seal system applied the power series model of the rotor-seal system obtained by power series expansion. The multiple scale method was used to obtain the bifurcation equations of the rotor-seal system in the 1:2 subharmonic resonance case. Based on the singularity theory and Hopf theory, the 1:2 subharmonic resonance transition sets and the existing condition of the supercritical Hopf bifurcation and subcritical Hopf bifurcation were obtained. The subcritical Hopf bifurcation of the rotor-seal system was inhibited by parameter control to improve the system stability.

**Key words** rotordynamic, gas exciting force, subharmonic resonance, singularity theory, Hopf bifurcation