第 11 卷第 2 期 2013 年 6 月
1672-6553/2013/11(2)/109-5
动力学与控制学报
JOURNAL OF DYNAMICS AND CONTROL
Vol. 11 No. 2
Jun. 2013

基于向量 Lyapunov 函数和 LMI 的大系统分散镇定*

王鹏† 宋鹏云 张继业
（西南交通大学牵引动力国家重点实验室，成都 610031）

摘要 基于线性关联大系统的比较方程稳定性判据，给出了一种完全解耦的子系统控制器设计方法. 该方法通过构造一个向量 Lyapunov 函数来满足比较方程的稳定性要求，并将控制器的设计转换为一组线性矩阵不等式的求解，进而对大系统进行镇定. 由于各子系统控制器的设计可独立进行，相较于加权 Lyapunov 函数方法，该方法降低了控制算法的计算量和难度. 仿真结果表明了该方法的可行性和有效性.

关键词 线性大系统， 比较原理， 向量 Lyapunov 函数， 分散镇定， 线性矩阵不等式（LMI）

DOI: 10.6052/1672-6553-2013-023

引言

随着科技的发展，在工业生产和社会生活中所面临的控制和管理系统规模越来越大，关于这种大系统理论和应用的研究是十分必要的[1]. 对于线性关联大系统，基于线性矩阵不等式设计控制器的一般方法是对各个子系统分别构造二次型正定 Lyapunov 函数，加权后沿大系统对时间求导，使其满足 Lyapunov 渐近稳定定理的条件，从而求得镇定控制律[2-4]. 文献[5-6]采用双线性矩阵不等式（BMI）方法研究了大系统的关联稳定性，并实现了系统的协调控制，但是稳定性判据比较复杂，当子系统个数较多时难以应用. 实际上文献[2-6]均是以加权 Lyapunov 函数方法为基础来设计控制器，其构造的矩阵不等式与大系统的阶数相同，当大系统的阶数很高时，计算量比较大.

另一方面，由于能把高阶的微分方程稳定问题转化为低阶的比较方程的稳定问题，向量 Lyapunov 函数在大系统稳定性分析中得到了广泛研究[7]. 对于内联项为线性的大系统，文献[8]提出了集结比较方程的析因子法，并利用 M 矩阵的性质给出了大系统的稳定性判据. 文献[9]建立了箱体理论，提出了比较方程的核方程概念，给出了集结核方程的方法，并通过判断核方程的稳定性给出了非线性大系统稳定的充分条件. 而文献[10-11]在比较方程中保留了原系统的状态项，建立了广义比较原理，减小了集结比较方程的损失，并通过广义比较方程的稳定性来判定大系统的稳定性. 同时，文献[8-10]建立的稳定性判据也适用于线性大系统，如果能够基于这些判据并利用线性矩阵不等式来设计镇定控制律，则大系统控制器的设计将更加简便，其计算量将低于加权 Lyapunov 函数的设计方法.

本文针对线性关联大系统，利用向量 Lyapunov 函数降阶分析大系统的稳定性，并使用线性矩阵不等式方法求解状态反馈控制律，使得大系统在各个子系统局部反馈控制下得到镇定，降低了控制器设计时的计算负担.

1 问题描述

由 N 个子系统 $S_i(i=1,2,K,N)$ 组成的关联大系统可描述为

$$S_i:\dot{\boldsymbol{x}}_i = \boldsymbol{A}_{ii}\boldsymbol{x}_i + \boldsymbol{B}_i\boldsymbol{u}_i + \sum_{j=1,j\neq i}^{N}\boldsymbol{A}_{ij}x_j \tag{1}$$

其中 $\boldsymbol{x}_i \in R^{n_i}(n_1+n_2+K+n_N=n)$ 和 $\boldsymbol{u}_i \in R^{m_i}(m_1+m_2+K+m_N=m)$ 分别表示子系统 S_i 的状态和控制向量，$\boldsymbol{A}_{ii}$，$\boldsymbol{A}_{ij}$，$\boldsymbol{B}_i$ 是具有适当维数的实常数矩阵.

定义 1 [2]：对于线性关联大系统（1），若子系统 S_i 存在局部状态反馈控制律

$$\boldsymbol{u}_i = \boldsymbol{K}_i\boldsymbol{x}_i \tag{2}$$

2012-06-28 收到第 1 稿，2012-06-30 收到修改稿.
* 国家自然科学基金资助项目（11172247）
† 通讯作者 E-mail：ertongtuanyuan@163.com

其中 $\boldsymbol{K}_i \in R^{m_i \times n_i}$ 表示局部反馈增益矩阵,使得闭环关联大系统

$$\dot{\boldsymbol{x}}_i = (\boldsymbol{A}_{ii} + \boldsymbol{B}_i \boldsymbol{K}_i)\boldsymbol{x}_i + \sum_{j=1,j\neq i}^{N} \boldsymbol{A}_{ij}\boldsymbol{x}_j \quad i = 1,2,K,N \tag{3}$$

是渐近稳定的,则称系统(1)是分散能镇定的,相应的控制律(2)称为系统(1)的一个分散稳定控制律.

根据定义 1,控制器的设计问题可描述为:对于不稳定的线性关联大系统,设计一组分散稳定控制律 $\boldsymbol{u}_i = \boldsymbol{K}_i \boldsymbol{x}_i$,以实现大系统的镇定.

2 线性关联系统的分散镇定

首先给出基于比较原理的线性关联大系统的稳定性判据. 对于任意向量 $z = [z_1 \quad z_2 \quad \Lambda \quad z_l]^T$ 和矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$,分别定义向量范数和矩阵范数为

$$\| z \| = \sqrt{\sum_{p=1}^{l} z_p^2},\ \| \boldsymbol{\Phi} \| = \sqrt{\lambda_{\max} \boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{\Phi}} \tag{4}$$

其中 $\lambda_{\max}$ 表示矩阵的最大特征值.

定义 2[9]:如果矩阵 $\boldsymbol{R} = (r_{ij})_{N\times N}$ 的所有非对角元素 $r_{ij} \geqslant 0 (i \neq j)$,且存在向量 $\boldsymbol{w} \in \boldsymbol{R}^N$,$\boldsymbol{w} > 0$,使得 $\boldsymbol{Rw} < 0$,则称 $\boldsymbol{R}$ 为负 M 矩阵.

对于没有控制输入的线性关联系统

$$\dot{\boldsymbol{x}}_i = \boldsymbol{D}_{ii}\boldsymbol{x}_i + \sum_{j=1,j\neq i}^{N} \boldsymbol{D}_{ij}\boldsymbol{x}_j, \quad i = 1,2,K,N \tag{5}$$

其孤立子系统为

$$\dot{\boldsymbol{x}}_i = \boldsymbol{D}_{ii}\boldsymbol{x}_i, \quad i = 1,2,K,N \tag{6}$$

假设 1:对于正定函数 $v_i = \boldsymbol{x}_i^T \boldsymbol{P}_i \boldsymbol{x}_i$,$i = 1,2,K,N$($\boldsymbol{P}_i$ 为对称正定矩阵),存在标量 $k_i > 0$,使其通过(6)式的全导数

$$\begin{aligned}\dot{v}_i &= (\mathrm{grad}\ v_i)^T \dot{x}_i \\ &= x_i^T (\boldsymbol{D}_{ii}^T \boldsymbol{P}_i + \boldsymbol{P}_i \boldsymbol{D}_{ii}) x_i \leqslant -2k_i x_i^T x_i\end{aligned} \tag{7}$$

存在标量 $c_i > 0$,使得

$$\| \mathrm{grad}\ v_i \| \leqslant 2c_i \| x_i \| \tag{8}$$

存在常数 $M_i > m_i > 0$,使得

$$m_i \boldsymbol{x}_i^T \boldsymbol{x}_i \leqslant \boldsymbol{x}_i^T \boldsymbol{P}_i \boldsymbol{x}_i \leqslant M_i \boldsymbol{x}_i^T \boldsymbol{x}_i \tag{9}$$

引理 1[8]:对于大系统(5),若存在正定函数 $v_i = \boldsymbol{x}_i^T \boldsymbol{P}_i \boldsymbol{x}_i$ 满足假设 1,且矩阵 $\overline{\boldsymbol{R}} = (\bar{r}_{ij})_{N\times N}$,$i,j = 1,2,K,N$,为负 M 矩阵,则大系统(5)的零解是全局渐近稳定的,其中

$$\bar{r}_{ij} = -\frac{k_i}{\sqrt{M_i}},\ \bar{r}_{ij} = \frac{c_i \| \boldsymbol{D}_{ij} \|}{\sqrt{m_i}}, i \neq j \tag{10}$$

为了求得定义 1 中的分散稳定控制律,进一步给出以下几个引理.

引理 2[13]:设 $\boldsymbol{A}$,$\boldsymbol{B}$ 均为 n 阶实对称正定矩阵,且 $\boldsymbol{AB} = \boldsymbol{BA}$,若 $\boldsymbol{A} \geqslant \boldsymbol{B}$,则 $\boldsymbol{A}^2 \geqslant \boldsymbol{B}^2$.

引理 3[13]:设 $\boldsymbol{A}$,$\boldsymbol{B}$ 均为 n 阶实对称正定矩阵,且 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 的特征值分别为 $\lambda_1 \geqslant K \geqslant \lambda_n$ 和 $\mu_1 \geqslant K \geqslant \mu_n$. 如果 $\boldsymbol{A} \geqslant \boldsymbol{B}$,则 $\lambda_i \geqslant \mu_i$,$i = 1,2,K,n$.

引理 4[13]:设 $\boldsymbol{A}$,$\boldsymbol{B}$ 均为 n 阶实对称正定矩阵,若 $\boldsymbol{A} \geqslant \boldsymbol{B} > 0$,则 $\boldsymbol{B}^{-1} \geqslant \boldsymbol{A}^{-1} > 0$.

引理 5:设 $\boldsymbol{A}$ 为 n 阶实对称正定矩阵,标量 $a > 0$,$\boldsymbol{I}$ 为 n 阶单位阵,若 $\boldsymbol{A} \leqslant a\boldsymbol{I}$,则 $\| \boldsymbol{A} \| \leqslant a$.

证明: 由于 $\boldsymbol{A}$,$a\boldsymbol{I}$,均是实对称正定矩阵,且有 $\boldsymbol{A} \cdot a\boldsymbol{I} = a\boldsymbol{I} \cdot \boldsymbol{A}$,若 $\boldsymbol{A} \leqslant a\boldsymbol{I}$,由引理 2 知

$$\boldsymbol{A}^2 \leqslant a^2 \boldsymbol{I} \tag{11}$$

由(11)式和引理 3 可得

$$\lambda_{\max}(\boldsymbol{A}^2) \leqslant \lambda_{\max}(a^2 \boldsymbol{I}) \tag{12}$$

所以由(12)式和矩阵范数的定义有

$$\| \boldsymbol{A} \| = \sqrt{\lambda_{\max}(\boldsymbol{A}^2)} \leqslant \sqrt{\lambda_{\max}(a^2 \boldsymbol{I})} = a \tag{13}$$

证毕.

下面给出线性关联大系统(1)分散能镇定的充分条件.

定理 1:对于给定的线性关联大系统(1),如果对所有的 $i,j = 1,2,K,N$,存在矩阵 $\boldsymbol{Y}_i \in R^{m_i \times n_i}$,对称正定矩阵 $\boldsymbol{X}_i \in R^{n_i \times n_i}$,标量 $h_i > 0$,$q_i > 0$,$s_i > 0$ 和给定的 $\gamma_i > 1$,使得以下不等式

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{X}_i \boldsymbol{A}_{ii}^T + \boldsymbol{A}_{ii}\boldsymbol{X}_i + \boldsymbol{Y}_i^T \boldsymbol{B}_i^T + \boldsymbol{B}_i \boldsymbol{Y}_i & I \\ \boldsymbol{I} & -\frac{1}{2}h_i I \end{bmatrix} < 0 \tag{14}$$

$$q_i \boldsymbol{I} < \boldsymbol{X}_i < s_i \boldsymbol{I} \tag{15}$$

$$s_i < \gamma_i \cdot q_i \tag{16}$$

$$q_i - h_i \gamma_i \sum_{j=1,j\neq i}^{N} \| \boldsymbol{A}_{ij} \| > 0 \tag{17}$$

成立,其中 $\boldsymbol{I}$ 为适当维数的单位阵,则线性关联大系统(1)是分散能镇定的,且

$$\boldsymbol{u}_i = \boldsymbol{Y}_i \boldsymbol{X}_i^{-1} \boldsymbol{x}_i \tag{18}$$

是系统(1)的分散稳定控制律.

证明: 对大系统(1)引入局部状态反馈控制律(2),则孤立子系统可写为

$$\dot{x}_i = (\boldsymbol{A}_{ii} + \boldsymbol{B}_i \boldsymbol{K}_i) x_i \tag{19}$$

取正定函数 $v_i = x_i^T \boldsymbol{P}_i x_i$($\boldsymbol{P}_i$ 为对称正定阵),则 v_i 沿

(19)式关于时间 t 的导数为

$$\dot{v}\mid_{(17)}=\boldsymbol{x}_i^T(\boldsymbol{A}_{ii}^T\boldsymbol{P}_i+\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{A}_{ii}+\boldsymbol{K}_i^T\boldsymbol{B}_i^T\boldsymbol{P}_i+\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{K}_i)\boldsymbol{x}_i \tag{20}$$

下面证明在(14)(15)式成立的条件下,正定函数 v_i 满足假设 1. 分别取 $\boldsymbol{X}_i=\boldsymbol{P}_i^{-1}$, $\boldsymbol{Y}_i=\boldsymbol{K}_i\boldsymbol{P}_i^{-1}$, $k_i=h_i^{-1}$,在(14)式两边同乘以对角块矩阵 $diag(\boldsymbol{P}_i,\boldsymbol{I})$ 可得

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_{ii}^T\boldsymbol{P}_i+\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{A}_{ii}+\boldsymbol{K}_i^T\boldsymbol{B}_i^T\boldsymbol{P}_i+\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{K}_i & \boldsymbol{I}\\ \boldsymbol{I} & -(2k_i)^{-1}\boldsymbol{I}\end{bmatrix}<0 \tag{21}$$

由矩阵 Scur 补性质,(21)式等价于

$$\boldsymbol{A}_{ii}^T\boldsymbol{P}_i+\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{A}_{ii}+\boldsymbol{K}_i^T\boldsymbol{B}_i^T\boldsymbol{P}_i+\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{K}_i<-2k_i\boldsymbol{I} \tag{22}$$

由(22)式可知,(20)式满足假设 1 的条件(7).

取 $q_i=M_i^{-1}$, $s_i=m_i^{-1}$,由引理 4 和(15)式有

$$m_i\boldsymbol{I}<\boldsymbol{P}_i<M_i\boldsymbol{I} \tag{23}$$

即 v_i 满足假设 1 中的条件(9). 又由于

$$\dot{v}_i\mid_{(17)}=(\mathrm{grad}v_i)^T\dot{x}_i=(\mathrm{grad}v_i)^T(\boldsymbol{A}_{ii}+\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{K}_i)\boldsymbol{x}_i \tag{24}$$

比较(20)式与(24)式可得

$$\mathrm{grad}\ v_i=2\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{x}_i \tag{25}$$

由(23)(25)式和引理 5 可得

$$\|\mathrm{grad}v_i\|\leqslant 2\|\boldsymbol{P}_i\|\ \|\boldsymbol{x}_i\|\leqslant 2M_i\|\boldsymbol{x}_i\| \tag{26}$$

即假设 1 中的条件(8)得到满足. 因此,由以上分析可知,如果不等式(14)(15)成立,则正定函数 v_i 满足假设 1. 构造矩阵 $\boldsymbol{R}=(r_{ij})_{N\times N}$,其中

$$r_{ij}=-\frac{k_i}{\sqrt{M_i}},r_{ij}=\frac{M_i\|A_{ij}\|}{\sqrt{m_j}},i\neq j,\ i,j=1,2,K,N \tag{27}$$

按照引理 1,若 $\boldsymbol{R}=(r_{ij})_{N\times N}$ 为负 M 矩阵,则大系统(1)的零解是全局渐近稳定的. 下面证明在(16)(17)式成立的条件下,由(27)式构造的矩阵 $\boldsymbol{R}$ 为负 M 矩阵. 由于,所以 $\gamma_i>\sqrt{\gamma_i}$,进而由(16)(17)式可得

$$q_i-h_i\sqrt{\frac{s_i}{q_i}}\sum_{j=1,j\neq i}^{N}\|A_{ij}\|>q_i-h_i\gamma_i\sum_{j=1,j\neq i}^{N}\|A_{ij}\|>0 \tag{28}$$

又 $k_i=h_i^{-1}$, $q_i=M_i^{-1}$, $s_i=m_i^{-1}$,由(28)式有

$$-k_i+M_i\sqrt{\frac{M_i}{m_i}}\sum_{j=1,j\neq i}^{N}\|A_{ij}\|<0 \tag{29}$$

考虑到 $i=1,2,K,N$,可将(29)式写为

$$\begin{bmatrix}-\frac{k_1}{\sqrt{M_1}} & \frac{M_1\|A_{12}\|}{\sqrt{m_2}} & \Lambda & \frac{M_1\|A_{1N}\|}{\sqrt{m_N}}\\ \frac{M_2\|A_{21}\|}{\sqrt{m_1}} & -\frac{k_2}{\sqrt{M_2}} & \Lambda & \frac{M_2\|A_{2N}\|}{\sqrt{m_N}}\\ M & M & M & M\\ \frac{M_N\|A_{N1}\|}{\sqrt{m_1}} & \frac{M_N\|A_{N2}\|}{\sqrt{m_2}} & \Lambda & -\frac{k_N}{\sqrt{M_N}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\sqrt{m_1}\\ \sqrt{m_2}\\ M\\ \sqrt{m_N}\end{bmatrix}<0 \tag{30}$$

由(30)式可得,存在向量

$$w=[\sqrt{m_1}\quad\sqrt{m_2}\quad\Lambda\quad\sqrt{m_N}]^T\in R^N,\ w>0$$

使得

$$\boldsymbol{R}w<0$$

由定义 2 知 $\boldsymbol{R}=(r_{ij})_{N\times N}$ 为负 M 矩阵. 因此,由引理 1 可得闭环关联大系统的零解是全局渐近稳定的,即在不等式(14)~(17)式成立的条件下,(18)式为分散稳定控制律. 证毕.

不等式(14)~(17)是关于 $\boldsymbol{X}_i,\boldsymbol{Y}_i,q_i,h_i,s_i,\gamma_i$ 的一组线性矩阵不等式,所以可以利用 LMI 工具箱中的求解器 feasp 来求解这组不等式的可行解,进而得到相应的分散稳定控制律.

3 数值例子

考虑由以下 2 个子系统组成的关联系统

$$S_1:\dot{x}_1=\begin{bmatrix}0.8 & 0.6\\ 0.4 & 0.9\end{bmatrix}x_1+\begin{bmatrix}0.1\\ 0.1\end{bmatrix}u_1+\begin{bmatrix}0.1 & 0 & 0.1\\ 0.1 & 0 & 0.1\end{bmatrix}x_2$$

$$S_2:\dot{x}_2=\begin{bmatrix}0.7 & 0 & -0.5\\ -0.1 & -1 & -0.1\\ -0.6 & 1 & 0.8\end{bmatrix}x_2+\begin{bmatrix}0 & -0.1\\ 0.1 & 0.2\\ 0 & 0.1\end{bmatrix}u_2+\begin{bmatrix}-0.1 & -0.2\\ 0.3 & 0.1\\ 0.1 & 0.2\end{bmatrix}x_1$$

其中 $x_1=[x_{11}\quad x_{12}]^T\in R^2$, $x_2=[x_{21}\quad x_{22}\quad x_{23}]^T\in R^3$ 分别表示两个子系统的状态. 针对系统 S_1,S_2,取 $\gamma_1=\gamma_2=300$,应用求解器 feasp 可知定理 1 中的不等式是可解的,并求得局部反馈增益矩阵

$$\boldsymbol{K}_1=[-51.1503\quad 30.2291]$$

$$\boldsymbol{K}_2=\begin{bmatrix}-22.9738 & -14.1751 & -10.0516\\ 12.1954 & 7.0076 & -4.8878\end{bmatrix}$$

设初始条件为 $x_1(0)=[-2\ \ 3]^T$, $x_2(0)=[5\ \ 1\ \ 3]^T$,则闭环系统状态响应如图 1~图 2.

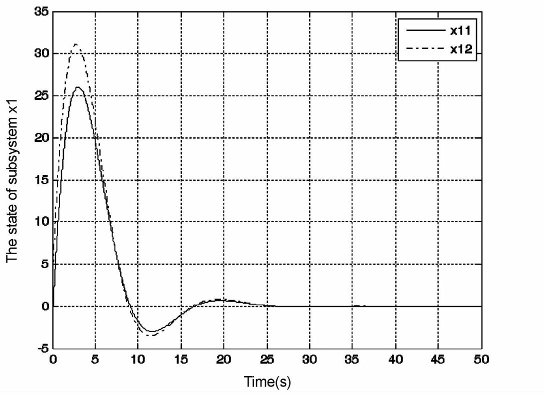

图1 子系统 S_1 的闭环状态轨线

Fig. 1 The close-loop state trajectory of subsystem S_1

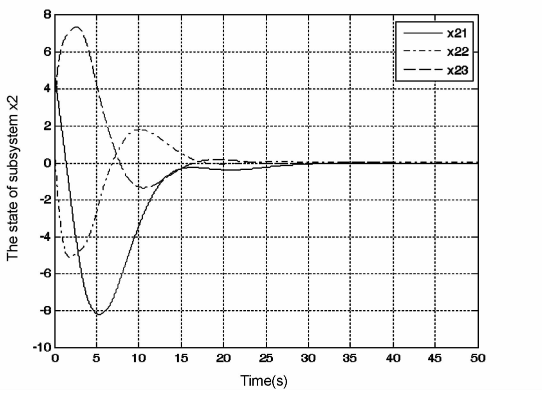

图2 子系统 S_2 的闭环状态轨线

Fig. 2 The close-loop state trajectory of subsystem S_2

由子系统 S_1,S_2 的系数矩阵可知,该关联系统的开环状态响应是不稳定的.按定理1引入局部状态反馈控制后,如图1、图2所示,子系统 S_1,S_2 的状态值经过一段时间后均收敛到0,这说明该关联系统是分散能镇定的,并且得到的控制律 $\boldsymbol{u}_1=\boldsymbol{K}_1\boldsymbol{x}_1$,$\boldsymbol{u}_2=\boldsymbol{K}_2\boldsymbol{x}_2$ 是一组分散稳定控制律.

4 结论

对于线性关联大系统的分散镇定问题,如果仍然采用加权 Lyapunov 函数来设计分散稳定控制律,需要求解的线性矩阵不等式将出现高维数,这给控制器的设计与计算都带来很大的负担.本文基于大系统集结比较方程的稳定性判据,对每个子系统构造适当的线性矩阵不等式来满足整个大系统的稳定条件,并通过 LMI 工具箱对这一组不等式进行求解,进而得到分散稳定控制律.该算法使得各子系统控制律求解完全解耦,计算过程可以独立进行,大大降低了计算负担.文中给出了的一个算例,对取得的结论进行了验证.

参考文献

1 涂序彦,王枞,郭燕慧. 大系统控制论. 北京:北京邮电大学出版社,2005:1~7(Tu X Y, Wang C, Guo Y H. Large-scale system control theory. Beijing: Beijing University of Posts and Telecommunications Press, 2005: 1~7 (in Chinese))

2 俞立. 鲁棒控制-线性矩阵不等式处理方法. 北京:清华大学出版社,2002:223~240(YU Li. Robust control-linear matrix inequality approach. Beijing: Tsinghua University Press, 2002: 223~240(in Chinese))

3 Ghosh S, Das S K, Ray G. Decentralized stabilization of uncertain systems with state and feedback delays: an LMI approach. *IEEE Transactions On Automatic Control*, 2009, 54(4): 905~912

4 Ghosh S, Das S K, Ray G. Stability analysis of interconnected time-delay systems in a generalized framework. *IET Control Theory and Applications*, 2010, 4(12): 3022~3032

5 Nian X H, Cao L. BMI approcach to the interconnected stability and cooperative control of linear systems. *Acta Automatic Sinica*, 2005, 31(2): 216~222

6 邓小飞,年晓红,潘欢. 多个线性时滞系统的关联稳定与协调控制. 控制理论与应用,2010, 27(11): 1504~1510(Deng X F, Nian X H, Pan H. Interconnected stability and cooperative control of linear time-delay systems. *Control Theory & Applications*, 2010, 27(11): 1504~1510(in Chinese))

7 Lakshmikantham V, Matrosov V M, Sivasundaram S. Vector Lyapunov Functions and Stability Analysis of Nonlinear Systemsp. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer, 1991: 119~127

8 舒煌. 大系统集结比较方程的新方法. 自动化学报, 1993, 19(6): 720~723(Shu H. New method on building up comparison equations for large-scale system. *Acta Automatic Sinica*, 1993, 19(6): 720~723(in Chinese))

9 舒仲周. 用优化比较方程的核判别大系统的稳定性. 力学学报,2001, 33(5): 655~660(Shu Z Z. Analysis on large-scale system′s stability by cores of optimized comparison equations. *Acta Mechanica Sinca*, 2001, 33(5): 655~660(in Chinese))

10 Nersesov S G, Haddad W M. On the stability and control of nonlinear dynamical systems via vector Lyapunov func-

tions. *IEEE Transa Ctions On Automatic Control*, 2006, 51(2): 203 ~ 215

11 Nersesov S G, Haddad W M. Control vector Lyapunov functions for large-scale impulsive dynamical systems. Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision & Control, San Diego, CA, USA, December 13 ~ 15, 2006. IEEE Press, 2006. 4813 ~ 4820

12 舒仲周，张继业，曹登庆. 运动稳定性. 北京:中国铁道出版社，2001: 148 ~ 167(Shu Z Z, Zhang J Y, Cao D Q. Dynamic stability. Beijing: China Railway Press, 2001: 148 ~ 167(in Chinese))

13 戴华. 矩阵论. 北京:科学出版社，2001: 159 ~ 162, 175 ~ 182(Dai H. Matrix Theory. Beijing: Science Press, 2001: 159 ~ 162, 175 ~ 182(in Chinese))

DECENTRALIZED STABILIZATION OF LARGE – SCALE SYSTEM BASED ON VECTOR LYAPUNOV FUNCTION AND LMI *

Wang Peng† Song Pengyun Zhang Jiye

(*State Kye Laboratory of Traction Power*, *Southwest Jiaotong University*, *Chengdu* 610031, *China*)

Abstract A completely decoupled method for subsystem controller's design was given based on the comparison equations' stability criterion of linear interconnected large-scale system. This method constructs a vector Lyapunov function to ensure the stability of the comparison equations. And the controller's design is converted to solve a set of linear matrix inequalities. Then these controllers are used to stabilize the large-scale system. Compared with those methods based on scalar Lyapunov function, this method reduces the control algorithm's computing and difficulties, due to independent design for each subsystem controller. The simulation results show the feasibility and effectiveness of this method.

Key words linear large-scale system, comparison principle, vector Lyapunov function, decentralized stabilization, linear matrix inequality(LMI)

Received 28 June 2012, revised 30 June 2012.

* The project supported by the National Natural Science Foundation of China(11172247)

† Corresponding author E-mail: ertongtuanyuan@163.com