

基于 ANSYS 的 (P/FGM/P) 悬臂矩形板的模态分析*

郝育新^{1†} 王颖¹ 王建华¹ 张伟²

(1. 北京信息科技大学 机电工程学院, 北京 100192) (2. 北京工业大学 机电工程学院, 北京 100142)

摘要 基于有限元基本理论,用 ANSYS 软件对 (P/FGM/P) 型的带压电层的功能梯度材料悬臂板的结构进行了模态分析,这里选用 SHELL99 单元类型. 给出 (P/FGM/P) 型的带压电层 FGM 悬臂矩形板的振动模态图,得到固有频率,并且对前 8 阶模态做模态分析,讨论了其对结构的动力学行为的影响. 通过模态分析可以得知带压电层 FGM 悬臂矩形板的模态振型有横向振动,扭转振动,拉伸振动,纵向振动以前两阶模态为主,分析结果对系统的结构与优化以及振动特性研究提供了有效的依据.

关键词 功能梯度材料压电材料, 悬臂板, ANSYS, 模态分析

引言

功能梯度复合材料 (Functionally Graded Materials, 简称 FGM) 是一种集多种组分于一体的新型材料,其物性沿厚度方向呈现连续变化,以适应不同环境,实现某一特殊功能. 目前,功能梯度材料在大型空间站、航天飞行器等领域得到逐步的应用^[1]. 除飞机机翼外,航天器的附件如太阳帆板、板型天线等,基本上为悬臂外伸结构,它们的模态阻尼小,由于扰动影响将不可避免地带来振动问题,如果不进行有效地抑制,引起的振动将延续很长时间,这将影响系统的稳定性和指向精度,甚至导致仪器设备的疲劳破坏,因此,对悬臂板结构的振动控制研究具有重要意义.

近年来,表面粘贴压电层的功能梯度材料板的振动特性吸引了一些研究者的注意. Reddy 等^[2]、He 等^[3]、Liew 等^[4-7] 基于经典薄板理论或一阶剪切变形理论,其中考虑了热环境的影响,分别讨论了在横向外载荷作用下的带压电层的(压电层用作压电传感器或作动器,可以是单层的,也可以是多层分布的)功能梯度复合材料混合平板或曲板的主动控制问题,包括形状控制和振动控制(如横向振动、扭转振动),并发展了几种基于有限元法的控制程序. Huang^[8] 在 Reddy 高阶剪切变形理论和广义 Kármán 型方程的基础上,用双重 Fourier 级数展开

法求得了热环境下带压电层的功能梯度复合材料层合板的自由振动及动力响应的解析解. Xia^[9] 介绍了表面粘贴压电致动器功能梯度层合板在热环境下的非线性振动和动态响应. Shen 和 Huang^[10] 基于 Reddy 高阶剪切变形理论和广义 Kármán 型方程,用双重傅里叶级数展开法求得了四边简支带压电层的功能梯度复合材料混合层合板的自由振动及动力响应的解析解. Wu^[11] 基于三维弹性理论和压电理论,导出了有限长矩形压电功能梯度材料层合板的动力学方程及其相应的边界条件,并用幂级数展开法对动力学方程进行了求解. Malekzadeh^[12] 基于三维弹性理论,推导出了有限长矩形压电梯度板的动力学方程及相应的边界条件,并用幂级数展开的方法得到求解压电梯度板自由振动的三维精确公式,通过实例求解了压电梯度板自由振动的固有频率. 柳^[13] 利用状态变量法,对四边简支的横观各向同性功能梯度材料压电矩形板的热-电-机械耦合进行三维分析.

上述文献研究的都是四边简支或者两边简支两边自由的带压电层 FGM 板结构的线性振动问题,但是目前为止很少有涉及到悬臂边界条件下带压电层板的非线性动力学分析, Hao^[14] 分析了在热环境条件下受横向载荷作用的、带压电功能梯度材料悬臂板的非线性动力学问题. 本文用 ANSYS 软件对带压电层的功能梯度材料悬臂板的结构进行

2012-04-20 收到第 1 稿,2012-06-14 收到修改稿.

* 国家自然科学基金(10972026 和 11072008); 北京自然科学基金. 1112013; 北京市教委科技计划项目(SQKM201211232001); 北京市属高等学校人才强教计划资助项目(PH2201007234)

† 通讯作者 E-mail: bimhao@sohu.com

了分析,绘制出带压电层的 FGM 悬臂矩形板的各阶振动模态图,并截取前几阶的模态图作分析,由不同模态下的振型,讨论了各阶模态对结构振动影响.

1 力学模型

本文考虑带压电层的 FGM 板的结构形式^[15],两层 FGM 剪切板对称叠置,再有两压电层分别对称粘贴在 FGM 板结构上下表面,记为 (P/FGM/P), FGM 混合板铺设一共四层,压电层厚度均为 t_p ,如图 1 所示.

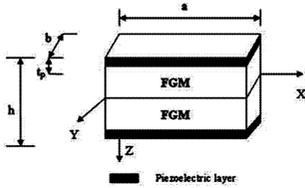


图 1 带压电层 FGM 板

Fig. 1 The models of a FGM plate

假设功能梯度复合材料矩形板由陶瓷和金属两种材料组成,混合比例在厚度 Z 方向连续呈幂率分布逐渐变化.假定从顶部到底部,材料由陶瓷到金属逐渐变化,即在顶部为纯陶瓷材料层,而在底部为纯金属材料层,FGM 板的中间则为两相材料含量按照幂律变化的梯度层.考虑金属材料体积含量沿厚度方向按照幂律变化:

$$V_m(z) = \left(\frac{2z+h}{2h}\right)^N \tag{1}$$

陶瓷材料的体积含量则为

$$V_c(z) = 1 - V_m(z) = 1 - \left(\frac{2z+h}{2h}\right)^N \tag{2}$$

其中下标 c, m 分别表示陶瓷材料和金属材料,由式(1)可知 N 为金属材料的体积分指数, $0 \leq N \leq \infty$, N 表征了 FGM 板材料组分随厚度方向的变化情况.当 $N = 0$ 时退化为均匀各向同性材料.如图 2 所示为不同体积分指数时金属材料体积含量沿厚度方向的变化规律.

对于 FGM 悬臂矩形板状上下表面粘贴的板块状压电材料,电场作用以厚度方向 E_z 为主^[16], E_z 的定义为 $E_z = -\Phi_{,z}$, Φ 为电势.如果只在厚度方向上施加电压,则有

$$E_z = \frac{V_k}{t_p} \tag{3}$$

式中, V_k 为施加在压电层上的控制电压.

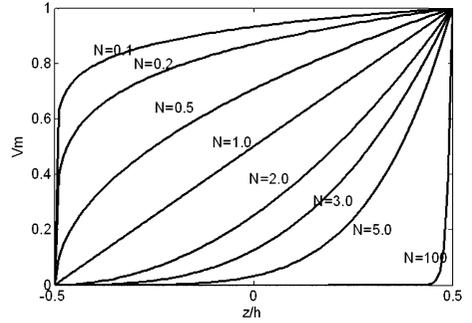


图 2 不同 N 时金属材料体积含量沿厚度方向的变化规律

Fig. 2 Volume fraction distribution through the thickness

2 基于 ANSYS 的模态分析

2.1 有限元模型

这里以表面覆盖压电层的 FGM 悬臂矩形板 (Ti-6Al-4V 与 Al_2O_3) 作为研究对象,其中板的金属层为 Ti-6Al-4V,陶瓷层为 Al_2O_3 ,压电材料为 PAT-5,控制压为 800V.设 (P/FGM/P) 板的总厚度为 $h = 0.02m$,压电层厚度 $t_p = 0.001m$,板的长宽 $a = 0.8m, b = 0.6m$.材料梯度指数 $N = 0.4$,板沿着厚度方向划分为 20 层,给每一层材料输入相对应的材料物性参数,如图 3 所示.采用比较适合薄板的 SHELL99 单元模型,定义层数和每层厚度的实常数,命令流如下:

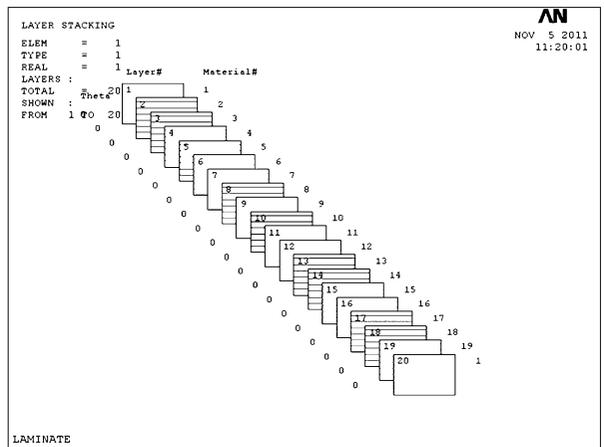


图 3 (P/FGM/P) 板材料 20 层铺层

Fig. 3 20 layers of the (P/FGM/P) plate

ET, 1, SHELL99 !

定义第一类单元是 8 节点层合壳单元 SHELL99

RMODIF, 1, 1, 20, 0, 0,0,0,0 !

用实常数定义 20 层

(1) 给出的具体数值可以定义第一类材料,

首先第一类材料为压电层材料, ANSYS 命令流如下:

MPDATA, EX, 1, , 0.61e11 ! 定义第一类材料的弹性模量为 EX = 61 GPa

MPDATA, PRXY, 1, , 0.3 ! 定义第一类材料的泊松比 PRXY = 0.3

MPDATA, DENS, 1, , 7600 ! 定义第一类材料的密度 DENS = 7600 kg/m³

(2) 接着按照某一温度时 FGM 板内任一点处弹性模量、泊松比、质量密度、热膨胀系数等物性参数的变化规律, 定义每层 FGM 的材料属性 ANSYS 命令流如下:

MPDATA, EX, 2, , 1.194e11 ! 定义第二类材料的弹性模量为 EX = 119.4 GPa

MPDATA, PRXY, 2, , 0.296 ! 定义第二类材料的泊松比 PRXY = 0.296

MPDATA, DENS, 2, , 4182 ! 定义第二类材料的密度 DENS = 4182 kg/m³

MPDATA, EX, 3, , 1.226e11 ! 定义第三类材料的弹性模量为 EX = 122.6 GPa

MPDATA, PRXY, 3, , 0.292 ! 定义第三类材料的泊松比 PRXY = 0.292

MPDATA, DENS, 3, , 4155 ! 定义第三类材料的密度 DENS = 4155 kg/m³

MPDATA, EX, 4, , 1.2494e11 ! 定义第四类材料的弹性模量为 EX = 124.9 GPa

MPDATA, PRXY, 4, , 0.288 ! 定义第四类材料的泊松比 PRXY = 0.288

MPDATA, DENS, 4, , 4129 ! 定义第四类材料的密度 DENS = 4129 kg/m³

MPDATA, EX, 5, , 1.264e11 ! 定义第五类材料的弹性模量为 EX = 126.4 GPa

MPDATA, PRXY, 5, , 0.283 ! 定义第五类材料的泊松比 PRXY = 0.283

MPDATA, DENS, 5, , 4102 ! 定义第五类材料的密度 DENS = 4102 kg/m³

MPDATA, EX, 6, , 1.269e11 ! 定义第六类材料的弹性模量为 EX = 126.9 GPa

MPDATA, PRXY, 6, , 0.279 ! 定义第六类材料的泊松比 PRXY = 0.279

MPDATA, DENS, 6, , 4076 ! 定义第六类材料的密度 DENS = 4076 kg/m³

(3) 研究对象为表面覆盖压电层的 FGM 悬臂板模型, 因此这里第二十类材料同样也为压电层材料, 如同第一类材料定义材料属性, 一共定义 20 种材料属性.

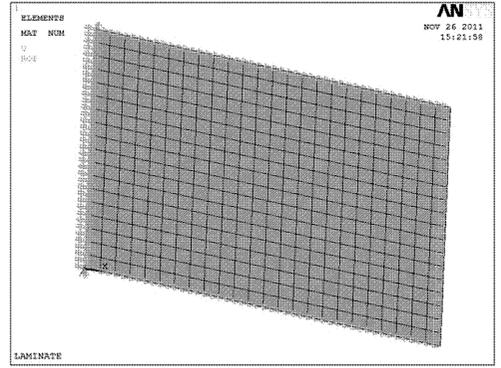


图4 (P/FGM/P)板模型的网格划分

Fig. 4 Meshing of the (P/FGM/P) plate

接下来是建模几何模型和划分网格过程. 在悬臂板长宽确定的情况下, 悬臂板的几何模型只需通过长宽确定即可, 比较简单, 这里不再赘述.

为了验证 ANSYS 分析的准确性, 首先公式计算 FGM 悬臂板的第一阶振动频率, 首先公式计算 FGM 悬臂板的第一阶振动频率, 根据文献[59]中悬臂板第一阶频率计算公式, FGM 的物性参数取平均值得到弹性模量 $E = 0.8347 \times 10^{11}$ Pa, 泊松比 $\nu = 0.279$, 密度 $\rho = 4320.85$ kg/m³ 代入数值, 得到

$$f_1 = \frac{h}{2\pi\sqrt{12\rho}} \left(\frac{1.875}{a} \right)^2 = 22.185 \text{ HZ}$$

求解模型的模态分析并查看计算出的所有前 8 阶频率值, 得到如图 5 所示

SET	TIME/FREQ	LOAD STEP	SUBSTEP	CUMULATIVE
1	21.479	1	1	1
2	64.166	1	2	2
3	131.37	1	3	3
4	220.18	1	4	4
5	261.90	1	5	5
6	368.07	1	6	6
7	441.71	1	7	7
8	461.31	1	8	8

图5 N=0.4 (P/FGM/P)板模型的前8阶频率

Fig. 5 N=0.4 the first eight frequency of the (P/FGM/P) plate

从图5中模态分析结果可以看出, ANSYS有限元结果和理论值相比吻合的很好, 准确度比较高. 本文中 ANSYS 解稍微小于理论解, 其原因可归结为计算理论解的时候, 其弹性模量、密度等物性参数都是取了多层板的平均值, 计算本身有不可避免的微小误差.

2.2 模态分析

图6 - 图13 分别绘制出带压电层的 FGM 悬臂

矩形板模型的第1 - 第8阶振型. 通过模态分析可以看出各阶的模态振型有横向振动, 扭转振动, 拉伸振动: 对于第1、2阶模态分析图, 可知它的振动是沿Z轴方向的上下弯曲振动; 对于第3阶模态分析图, 可知它的振动是在XY平面内发生中部弯曲振动; 对于第4阶模态分析图, 可知它的振动是在平行于XY平面内发生扭转振动; 对于第6阶模态, 可知它有拉伸振动和弯曲振动等.

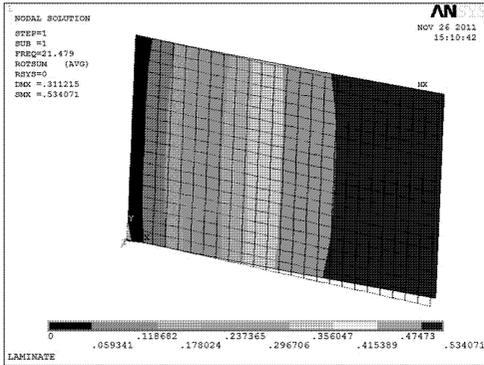


图6 功能梯度材料板第1阶振动模态

Fig. 6 The first step vibration modality of the FGM plate

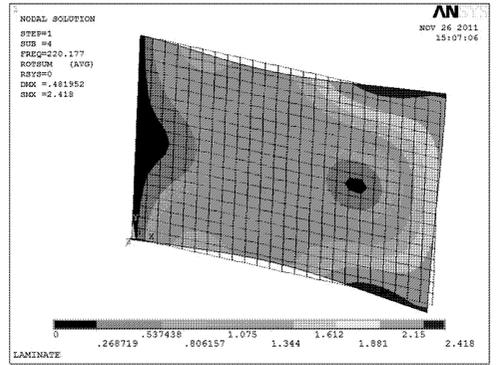


图9 功能梯度材料板第4阶振动模态

Fig. 9 The fourth step vibration modality of the FGM plate

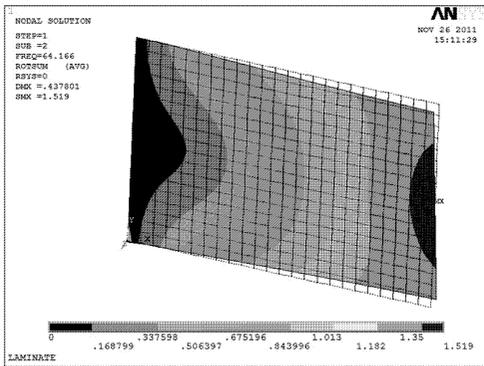


图7 功能梯度材料板第2阶振动模态

Fig. 7 The second step vibration modality of the FGM plate

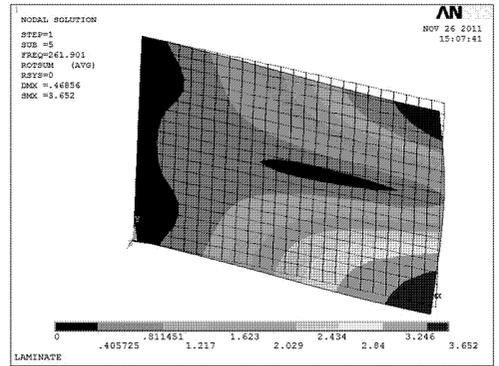


图10 功能梯度材料板第5阶振动模态

Fig. 10 The fifth step vibration modality of the FGM plate

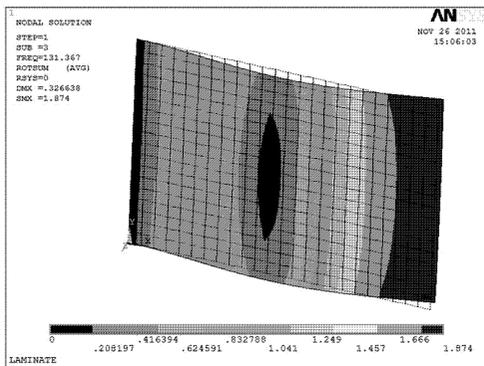


图8 功能梯度材料板第3阶振动模态

Fig. 8 The third step vibration modality of the FGM plate

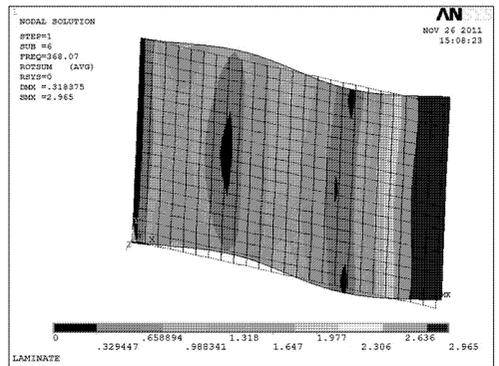


图11 功能梯度材料板第6阶振动模态

Fig. 11 The sixth step vibration modality of the FGM plate

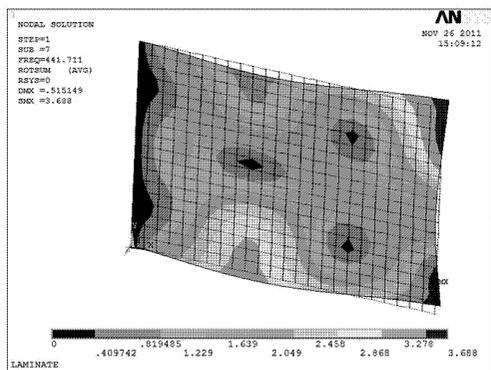


图12 功能梯度材料板第7阶振动模态

Fig. 12 The seventh step vibration modality of the FGM plate

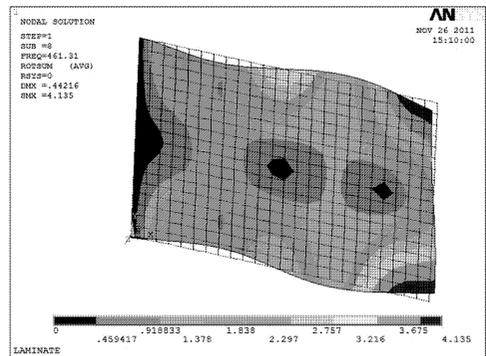


图13 功能梯度材料板第8阶振动模态

Fig. 13 The eighth step vibration modality of the FGM plate

3 结论

基于有限元模态分析基本理论,用 ANSYS 软件对带压电层的功能梯度材料悬臂板的结构进行了模态分析,研究了其在无阻尼自由振动状态下前8阶的固有频率和相应模态振型。最后绘制出带压电层的 FGM 悬臂矩形板的各阶振动模态图,并截取前几阶的模态图作分析,由不同模态下的振型,讨论了其对结构的影响。通过模态分析可以看出各阶的模态振型有横向振动,扭转振动,拉伸振动:对于第1阶模态分析图,可知它的振动是沿 Z 轴方向的上下弯曲振动;对于第3阶模态分析图,可知它的振动是在 XY 平面内发生中部弯曲振动;对于第4阶模态分析图,可知它的振动是在平行于 XY 平面内发生扭转振动;对于第6阶模态,可知它有拉伸振动和弯曲振动等。

物体结构的实际振动就是各阶的模态的叠加效果,物体理论上有无穷阶模态,振动就是这无穷阶模态的叠加,但是实际上,系统的各阶模态对系统振动的贡献度不同,一般可以截取前面的几阶模

态做理论分析,如果我们只对横向振动做研究,可以主要取前两阶模态。

参 考 文 献

- 1 潘俊德,田林海,贺琦等. 功能梯度材料及薄膜的研究现状与前景. 金属热处理, 1998 (6):13~14 (Pan J D, Tian L H, He Q. Present situation and future of research on functionary gradient materials and films. *Heat Treatment of Metals*, 1998 (6):13~14 (in Chinese))
- 2 Reddy J N, Cheng Z Q. Three-dimensional solutions of smart functionally graded plates. *Journal of Applied Mechanics ASME*, 2001, 68 (23):234~241
- 3 He X Q, Ng T Y, Sivashanker S, Liew K M. Active control of FGM plates with integrated piezoelectric sensors and actuators. *International Journal of Solids and Structures*, 2001, 38(3):1641~1655
- 4 Liew K M, He X Q, Ng T Y, Sivashanker S. Active control of FGM plates subjected to a temperature gradient; modelling via finite element method based on FSDT. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2001, 52(3):1253~1271
- 5 Liew K M, He X Q, Ng T Y, Kitipornchai S. Finite element piezothermoelasticity analysis and the active control of FGM plates with integrated piezoelectric sensors and actuators. *Computational Mechanics*, 2003, (31):350~358
- 6 Liew K M, Sivashanker S, He X Q, Ng T Y. The modelling and design of smart structures using functionally graded materials and piezoelectric sensor/actuator patches. *Smart Materials and Structures*, 2003, (12):647~655
- 7 Liew K M, He X Q, Ray T. On the use of computational intelligence in the optimal shape control of functionally graded smart plates. *Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2004, (193):4475~4492
- 8 Huang X L, Shen H S. Free vibration and dynamic response of functionally graded plates with piezoelectric layers in thermal environments. *Engineering Mechanics*, 2005, 22 (3):224~227
- 9 Xia X K, Shen H S. Nonlinear vibration and dynamic response of FGM plates with piezoelectric fiber reinforced composite actuators. *Composite Structures*, 2009, 90 (2):254~262
- 10 Huang X L, Shen H S. Free vibration and dynamic response of a functionally graded plate with piezoelectric layer. *Structure and Environment Engineering*, 2004, 31(2):

13 ~ 19

- 11 伍晓红,沈亚鹏. 压电功能梯度板自由振动的三维解. 固体力学学报, 2003, (03):75 ~ 82 (Wu X H, Shen Y P. Three dimensional solution for the free vibration of functionally graded piezoelectrical plates. *Acta Mechanica Solida Sinica*, 2003, (3):75 ~ 82 (in Chinese))
- 12 Malekzadeh P. Three-dimensional solution for the free vibration of functionally gradient piezoelectric plates. *Composites Structures*, 2009, 89(3):367 ~ 373
- 13 柳彬彬. 功能梯度压电材料矩形板热-电-机械耦合三维分析[博士学位论文]. 合肥工业大学, 2007 (Liu S S. Three dimensional analysis of thermo-electric-mechanical behaviour of functionally gradient piezoelectric material rectangular plate[PhD Thesis]. Hefei University of Technolo-

gy, 2007(in Chinese))

- 14 Hao Y X, Sun Y J, Wang J H. Nonlinear dynamics of a functionally graded rectangular cantilever plate with piezoelectric(In Chinese). *Journal of Beijing Institute of Machinery*, 2010,25(3):19 ~ 24
- 15 夏贤坤. 功能梯度复合材料板结构屈曲前和屈曲后的振动特性研究. 上海:上海交通大学, 2008 (Xia X K. Vibration characteristics of pre- and post-buckled functionally graded hybrid plate structures. Shanghai: Shanghai Jiaotong Univeristy, 2008(in Chinese))
- 16 Reddy J N. On laminated composite plates with integrated sensors and actuators. *Engineering Structures*, 1999, 21(7):568 ~ 593

MODAL ANALYSIS OF (P/FGM/P) CANTILEVER PLATE BASED ON ANSYS*

Hao Yuxin^{1†} Wang Ying¹ Wang Jianhua¹ Zhang Wei²

(1. College of Mechanical Engineering, Beijing Information Science and Technology University, Beijing 100192, China)

(2. College of Mechanical Engineering, Beijing University of Technology, Beijing 100142, China)

Abstract This paper carried out the modal analysis on a cantilever FGM plate with piezoelectric layer covering the surface (P/FGM/P) by using the ANSYS. To define the number of the layers and the height of each layer, the cell sheet Shell99 element model was used. The natural frequency and the modal shape of the cantilever (P/FGM/P) plate were obtained. Through the modal analysis, the first eight modal natural frequencies were given. It is found that there exists the transversal vibration, extensional vibration and torsional vibration in this system, and each modal has different contribution to the total response.

Key words piezoelectric functionally graded materials, cantilever plate, ANSYS, modal analysis

Received 20 April 2012, revised 14 June 2012.

* The project supported by the National Natural Science Foundation of China (10972026, 11072008), the Natural Science Foundation of Beijing (1112013), the Science Foundation of Beijing Municipal Education Commission (SQKM201211232001), Beijing institution of higher learning talent education program project foundation (PHR201007234)

† Corresponding author E-mail: bimhao@sohu.com