

货物摆动时横向补给系统高架索的面内振动*

何学军[†] 王晓林 张良欣

(海军工程大学勤务学院, 天津 300450)

摘要 考虑了高架索的倾斜角、货物悬挂点张力周期波动等因素的影响,建立了海上横向干货补给高架索系统面内振动的3自由度动力学模型.对模型进行1阶 Galerkin 模态截断,对离散后的动力学模型惯性项解耦,得到了高架索面内振动的3自由度常微分形式的非线性动力学模型.借助 Mathematica 程序,对系统进行数值分析,研究表明货物摆动会引起高架索和货物大幅横向的振动.

关键词 摆动, Galerkin 截断, 惯性耦合, 面内振动

引言

在横向干货补给过程中,由于受到货物的位置变化、高架索倾斜角以及船舶运动引起的索端的激励等因素的影响,使得横向补给系统高架索的动力学行为异常复杂.而目前对于横向干货补给系统的高架索研究主要局限于结构分析计算及优化设计^[1]等技术层面,高架索系统的动力学研究还十分有限,很大程度上制约的相关装备研发进程.卢永锦^[2]分析了横向补给系统高架索的线性动力学响应特性,并将理论结果与实验结果进行对比分析.何学军,张良欣^[3,4]通过引入函数体现集中质量对系统的影响,建立了高架索系统的非线性动力学模型,结合 Galerkin 截断与多尺度方法,分析了高架索系统在强迫激励、参数激励下面内振动的非线性动力学响应特性.

综合文献[5-7],考虑了由货物自重引起高架索静态构型的分段特性、高架索与水平面之间形成的倾斜角以及货物悬挂点张力周期波动等因素的影响,建立了集中质量摆动时高架索面内振动的3自由度动力学模型,3自由度分别为集中质量垂直于发送端与接收端连线的横向位移以及悬挂点两侧分段高架索的横向位移.在 Galerkin 模态截断基础上,利用数值法对系统动力学特性进行分析.

1 控制方程的建立及简化

鉴于货物作用在高架索的面积有限,将其等效

为一个集中质量悬挂于高架索之上.考虑货物对高架索静态构型的影响,将高架索系统视为由两段索道以及集中质量组成.系统的几何变形,如图1所示.

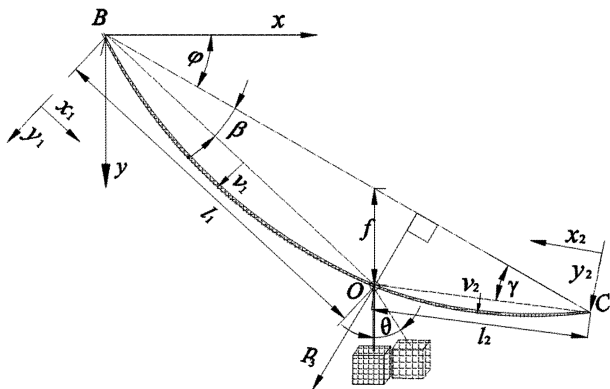


图1 高架索系统示意图

Fig. 1 The schematic of the highline system

其中 B 为高架索的发送端, C 点为高架索的接收端, O 点为货物悬挂位置. l_1, l_2 为两段高架索的长度, x_1, y_1, x_2, y_2 为高架索 BO, CO 的局部坐标, φ 为高架索 BC 与水平线的夹角, β, γ 分别表示由货物自重引起的高架索 BO, CO 段的附加倾角, θ 为货物摆动的摆角, v_1, v_2 为两段高架索偏离平衡状态的动位移, p_3 为集中质量垂直于 BC 方向的动位移. $f(\theta)$ 为考虑货物摆动的影响下货物悬挂点沿竖直方向的挠度,由力学平衡原理,可得任意摆角时,货物悬挂点的挠度为

$$f(\theta) = \frac{l_1 l_2 [\rho A g (l_1 + l_2) \cos \varphi + T(\theta) \cos(\theta + \varphi)]}{2H(l_1 + l_2) + T(\theta) l_2 \sin \theta} \quad (1)$$

2012-03-27 收到第1稿, 2012-06-14 收到修改稿.

* 中国博士后科学基金特别资助项目(200902669)

[†] 通讯作者 E-mail: hexuejun@tju.edu.cn

显然,货物的摆动将改变高架索系统的挠度.

其中 H 为高架索的水平张力, g 为重力加速度, $T(\theta)$ 为货物处于任意摆角位置时吊索的张力,由能量守恒原理,可得吊索张力为

$$T(\theta) = Mg(3\cos\theta - 2\cos\theta_{max}) + \frac{2Mv_0^2\cos^2(\theta + \varphi)}{l_M} \left[1 - \sqrt{1 + \frac{2g(\cos\theta - \cos\theta_{max})l_M}{v_0^2\cos^2(\theta + \varphi)}} \right] \quad (2)$$

其中 M 为货物质量, θ_{max} 为货物摆动时最大摆角, v_0 为货物在减速以前沿索道运行速度, l_M 为货物质心距悬挂点的距离(摆长),货物的摆动为单摆,无阻尼情况下,货物摆角由式(3)确定

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l_M}\sin\theta = 0 \quad (3)$$

考虑货物的摆动、高架索倾斜角、两段索道张力差异等因素的影响,综合文献[5-7],可得高架索系统面内振动的3自由度动力学控制方程

$$\rho A \ddot{v}_1 + \rho A \mu_1 \dot{v}_1 - N_1 v_1'' - \frac{EA}{l_1} \left[\int_0^{l_1} (y_1' v_1' + \frac{1}{2} v_1'^2) dx \right] v_1'' = 0 \quad (4a)$$

$$\rho A \ddot{v}_2 + \rho A \mu_2 \dot{v}_2 - N_2 v_2'' - \frac{EA}{l_2} \left[\int_0^{l_2} (y_2' v_2' + \frac{1}{2} v_2'^2) dx \right] v_2'' = 0 \quad (4b)$$

$$M \ddot{p}_3 + M \mu_3 \dot{p}_3 + \int_0^{l_1} \frac{\rho A x_1 \ddot{v}_1}{l_1} dx_1 + \int_0^{l_2} \frac{\rho A x_2 \ddot{v}_2}{l_2} dx_2 + EA \left[\frac{1}{l_1} \int_0^{l_1} (y_1' v_1' + \frac{v_1'^2}{2}) dx_1 + \frac{N_1}{EA} \right] \times \frac{f(\theta) \cos(\varphi + \beta) + p_3}{l_1} + EA \left[\frac{1}{l_2} \int_0^{l_2} (y_2' v_2' + \frac{v_2'^2}{2}) dx_2 + \frac{N_2}{EA} \right] \times \frac{f(\theta) \cos(\varphi - \gamma) + p_3}{l_1} = 0 \quad (4c)$$

其中 ρ 为高架索的体密度, A 为高架索的截面积,“ \cdot ”表示对坐标 x_i 的偏微分,“ $\ddot{\cdot}$ ”表示对时间的偏微分, E 为高架索的杨氏模量, μ_i ($i=1,2$) 为两段高架索以及货物运动的阻尼系数, y_i 为 BO 段索道、 CO 段索道在局部坐标下的静力构型,具体表达式为

$$y_i = \frac{\rho A g}{2N_i} (l_i x_i - x_i^2),$$

N_i 为两段索道的初始张力,具体表达式为

$$N_1 = \frac{H}{\cos(\varphi + \beta)},$$

$$N_2 = \frac{H}{\cos(\varphi - \gamma)},$$

β, γ 为货物重量引起的附加倾斜角,满足

$$\frac{\sin\beta}{f(\theta)} = \frac{\cos\varphi}{l_1},$$

$$\frac{\sin\gamma}{f(\theta)} = \frac{\cos\varphi}{l_2}.$$

方程(4a)、(4b)以及(4c)分别为 BO 段、 CO 段索道以及集中质量的动力学控制方程.此外, $f(\theta)$ 在系统中主要充当外激励,鉴于其形式比较复杂,故后续简化分析过程中不具体展开.

为了获得常微分动力系统,利用 Galerkin 方法将连续状态变量 v_1, v_2 离散,考虑 BO 段索道相对于 CO 段索道较长,两段索道取1阶振动模态,即

$$v_1(x_1, t) = p_1 \sin \frac{\pi x_1}{l_1} + \frac{x_1}{l_1} p_3$$

$$v_2(x_2, t) = p_2 \sin \frac{\pi x_2}{l_2} + \frac{x_2}{l_2} p_3 \quad (5)$$

其中 p_1, p_2 为 BO 段、 CO 段索道的1阶模态振幅, p_3 为货物的振幅.

将式(5)代入式(4a)和式(4b),并进行 Galerkin 积分;再将所得结果代入式(4c),同样进行 Galerkin 积分,可得系统面内振动的4自由度常微分形式的动力学方程

$$\ddot{p}_1 + \frac{2\dot{p}_3}{\pi} + \mu_1 \dot{p}_1 + \frac{N_1 \pi^2 p_1}{\rho A l_1^2} + \frac{E \pi^4 p_1^3}{4 \rho l_1^4} + \frac{2EA\pi g p_1^2}{N_1 l_1^2} + \frac{E \pi^2 p_3^2 p_1}{2 \rho l_1^4} = 0 \quad (6a)$$

$$\ddot{p}_2 + \frac{2\dot{p}_3}{\pi} + \mu_2 \dot{p}_2 + \frac{2\mu_2 \dot{p}_3}{\pi} + \frac{E \pi^4 p_2^3}{4 \rho l_2^4} + \frac{2EA\pi g p_2^2}{N_2 l_2^2} + \frac{N_2 \pi^2 p_2}{\rho A l_2^2} + \frac{E \pi^2 p_2 p_3^2}{2 \rho l_2^4} = 0 \quad (6b)$$

$$M \ddot{p}_3 + M \mu_3 \dot{p}_3 + \int_0^{l_1} \frac{\rho A x_1 \ddot{v}_1}{l_1} dx_1 + \int_0^{l_2} \frac{\rho A x_2 \ddot{v}_2}{l_2} dx_2 + EA \left[\frac{1}{l_1} \int_0^{l_1} (y_1' v_1' + \frac{v_1'^2}{2}) dx_1 + \frac{N_1}{EA} \right] \frac{f(\theta) \cos\eta + p_3}{l_1} + EA \left[\frac{1}{l_2} \int_0^{l_2} (y_2' v_2' + \frac{v_2'^2}{2}) dx_2 + \frac{N_2}{EA} \right] \times$$

$$\frac{f(\theta)\cos\xi + p_3}{l_1} = 0 \tag{6c}$$

显见, 方程(6)为惯性项耦合的非线性动力学模型, 为了便于分析, 需进行惯性项解耦. 将方程(6c)代入方程(6a)、(6b), 可得

$$\begin{aligned} \ddot{p}_1 + \mu_1 \dot{p}_1 + \sum_{i=1}^3 \alpha_{1i} p_i + \frac{E\pi^2}{2\rho l_1^2} \left[\frac{\pi^2 p_1^3}{2l_1^2} + \frac{p_1 p_3^2}{l_1^2} \right] - \frac{2F_3}{\pi} &= 0 \\ \ddot{p}_2 + \mu_2 \dot{p}_2 + \sum_{i=1}^3 \alpha_{2i} p_i + \frac{2EA\pi g p_2^2}{N_2 l_2^2} + \frac{E\pi^2}{2\rho l_2^2} \left(\frac{\pi^2 p_2^3}{2} + p_2 p_3^2 \right) - \frac{2F_3}{\pi} &= 0 \\ \ddot{p}_3 + \mu_3 \dot{p}_3 + \sum_{i=1}^3 \alpha_{3i} p_i + F_3 &= 0 \end{aligned} \tag{7}$$

其中

$$\begin{aligned} F_3 &= \frac{2EA^2 \rho g f(\theta)}{M\pi} \left(\frac{\cos\beta p_{11}}{N_1 l_1} + \frac{\cos\gamma p_2}{N_2 l_2} \right) + \frac{H(l_1 + l_2)}{M l_1 l_2} f(\theta) + \frac{EA\pi}{M} \left(\frac{\cos\beta p_{11}^2}{4l_1^3} + \frac{\cos\beta p_{12}^2}{l_1^3} + \frac{\cos\gamma p_2^2}{4l_1^3} \right) f(\theta) - \frac{EA\pi^3 p_2^3}{4M l_2^3} \\ &+ \frac{2EA^2 \rho g}{M} \left(\frac{p_3 p_{11}}{N_1 \pi l_1} + \frac{p_2 p_3}{N_2 \pi l_2} + \frac{2p_{11} p_{12}}{N_1 l_1} - \frac{p_2^2}{N_2 l_2} - \frac{p_{11}^2}{N_1 l_1} \right) + \frac{EA}{M} \left(\frac{\cos\beta}{2l_1^3} + \frac{\cos\gamma}{2l_2^3} \right) f(\theta) p_3^2 + \frac{EA\pi}{M} \left(\frac{p_{12}}{l_1^3} - \frac{p_{11}}{2l_1^3} - \frac{p_2}{l_2^2} \right) p_3^2 + \frac{EA\pi^3}{M l_1^3} (2p_{12}^3 - \frac{p_{11}^3}{4} - p_{11} p_{12}^2 + \frac{p_{11}^2 p_{12}}{2}) + \frac{EA}{2M} \left(\frac{1}{l_1^3} + \frac{1}{l_2^3} \right) p_3^3 \end{aligned}$$

由上述方程可见, 惯性解耦得到的模型为刚度项耦合^[8]的动力学模型, 其渐近分析过程, 较非刚度项耦合的非线性动力系统繁琐得多, 鉴于篇幅所限, 这里不具体给出渐近分析过程. 文献[9]基于多尺度方法, 给出了高架索面内振动3自由度刚度项耦合模型的渐近分析过程.

2 数值分析

利用 Mathematica 程序对系统的面内振动特性

进行数值分析, 系统参数取值如下:

$$\begin{aligned} E &= 180\text{Gpa}, \rho = 7800\text{kg/m}^3, v_0 = 1\text{m/s}, l_M = 1\text{m}, \\ d &= 25\text{mm}, \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 2, l_1 = 45\text{m}, l_2 = 5\text{m}, \\ M &= 500\text{kg}, H = 17\text{KN}, \varphi = \pi/6, \theta_{max} = \pi/5. \end{aligned}$$

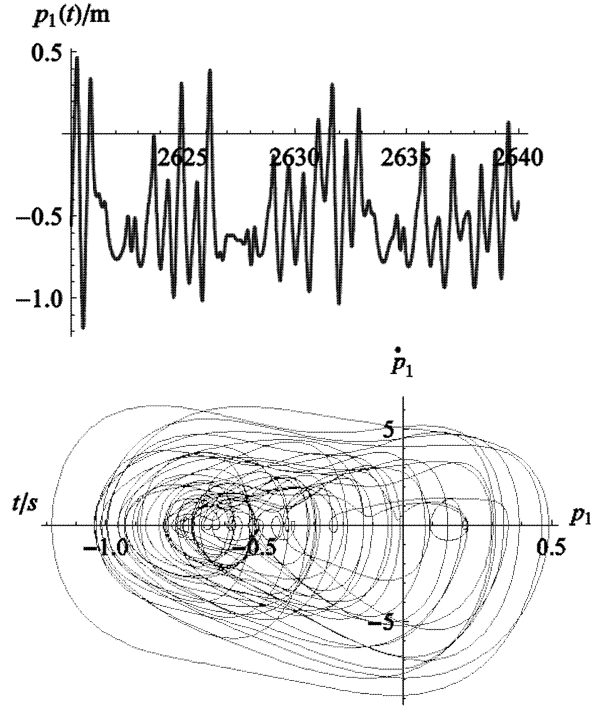


图2 BO段高架索振动时间历程曲线及运动相图
Fig.2 Time history curve and phase portrait for in-plane vibration of BO highline

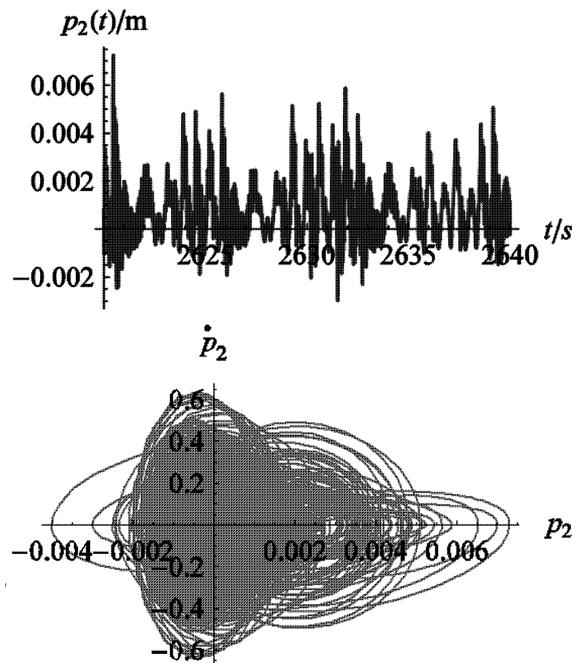


图3 CO段高架索振动时间历程曲线及运动图
Fig.3 Time history curve and phase portrait for in-plane vibration of CO highline

由图2可见,BO段高架索1阶模态振动振幅较大;由图3可见,CO段高架索的振动远小于BO段高架索,几乎可以忽略不计;主要原因在于,BO段高架索较长.由图4可见,货物在平面内存在

大幅度垂直方向振动,其振幅值与BO段高架索相当.两段高架索与货物振动振幅波动剧烈,具有典型的非周期运动特性.

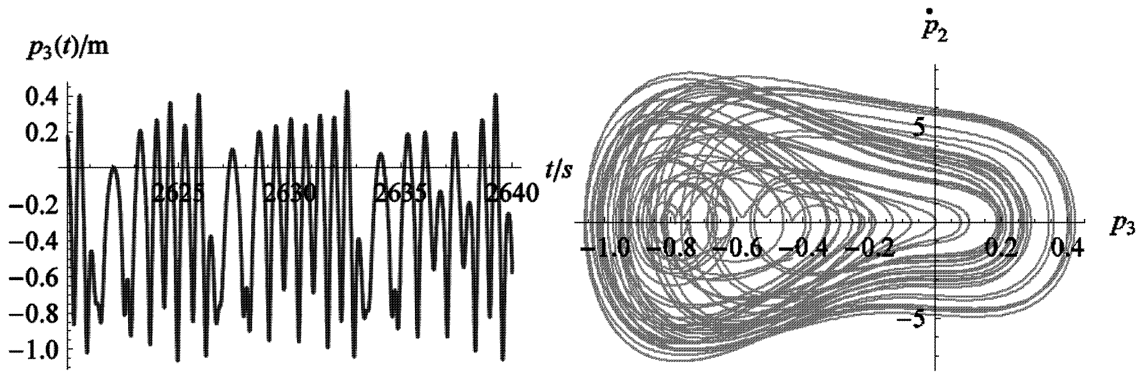


图4 货物面内振动时间历程曲线及运动相图

Fig. 4 Time history curve and phase portrait for in-plane vibration of solid cargo

3 结论

考虑了货物自重引起高架索静态构型的分段特性、高架索的倾斜角等因素的影响,建立了货物摆动下高架索系统的3自由度非线性动力学模型.将连续模型进行模态截断、惯性项解耦,得到了3自由度常微分形式的非线性动力学模型,并利用Mathematica程序对其进行了数值分析.研究表明,货物摆动过程中,较长一段高架索及货物存在大幅横向振动,系统的振动形式具有明显的非周期特征.

参 考 文 献

- 1 余建星,李红涛.高架索海上补给装置在小型船舶补给上的应用.海洋技术,2005,24(2):59~62 (Yu J X, Li H T. Application of highline system for replenishment for small-scale ship. *Ocean Technology*, 2005, 24(2): 59~62 (in Chinese))
- 2 卢永锦.海上横向补给高架索道系统数学模型研究.中国造船,1996,37(1):17~22 (Lu Y J. A study on mathematical model of highline system for transverse replenishment at sea. *Shipbuilding of China*, 1996, 37(1): 17~22 (in Chinese))
- 3 何学军,张良欣,任爱娣.横向补给系统高架索的稳定性与分岔研究.物理学报,2010,59(5):162~166 (He X J, Zhang L X, Ren A D. The study of stability and bifur-

cation of highline cable of alongside replenishment system. *Acta Physica Sinica*, 2009, 59(5): 3088~3092 (in Chinese))

- 4 何学军,张良欣,任爱娣.横向补给高架索系统非平面振动数值研究.兵工学报,2010,30(10):1403~1408 (He X J, Zhang L X, Ren A D. Numerical analysis on non-planar vibration of the highline system for alongside replenishment. *Acta Armamentarii*, 2010, 30(10): 1403~1408 (in Chinese))
- 5 Rega G. Nonlinear vibrations of suspended cables-Part I: Modeling and analysis. *American Society of Mechanical Engineers*, 2004, 57(6): 443~478
- 6 Zhao Y Y, Wang L H. On the symmetric modal interaction of the suspended cable: Three-to-one internal resonance. *Journal of Sound and Vibration*, 2006, 294(4-5): 1073~1093
- 7 Jensen C N, Nielsen S R K, Svendsen J D. Optimal damping of stays in cable-stayed bridges for in-plane vibrations. *Journal of Sound and vibration*, 2002, 256(3): 499~513
- 8 Nayfeh A H, Mook D T. Nonlinear oscillations. New York: Wiley-inter science publication, 1995
- 9 任爱娣.横向补给系统高架索面内振动的非线性动力学分析[博士学位论文].武汉:海军工程大学,2011 (Ren A D. Nonlinear Dynamics analysis of in-plane oscillation of highline of alongside replenishment system [PhD Thesis]. Wuhan: Navy Engineering University, 2011 (in Chinese))

THE IN-PLANE OSCILLATION OF THE HIGHLINE SYSTEM OF ALONGSIDE REPLENISHMENT WITH THE SWAY OF SOLID CARGO *

He Xuejun[†] Wang Xiaolin Zhang Liangxin

(*College of Service, Navy University of Engineering, Tianjin 300450, China*)

Abstract A three-degree-of-freedom dynamic model of the highline for underway replenishment system was investigated, which considered the influence of the incline angle of the highline and the periodical fluctuation of the tension of pendant vertex. The highline was truncated to one order model by Galerkin method. A three-degree-of-freedom of ordinary differential equation system of the in-plane oscillation of the highline system was gained by decoupling the inertial terms, and the system was numerically analyzed by Mathematica. The results show that the sway of solid cargo could induce the highline and solid cargo to oscillate in large range.

Key words sway, Galerkin truncation, coupling of inertia term, in-plane oscillation