高速列车受流的稳定性分析*

冯自进[†] 郭树起 (石家庄铁道大学,石家庄 050043)

摘要 主要研究高速列车受流的稳定性与接触网弹性系数的关系. 在传统研究的基础上,考虑了接触网刚度的傅里叶展开的二阶展式,建立研究弓网振动稳定性的微分方程. 在采用摄动法分析其稳定性时,将位移响应展开为二阶展式,得出了弓网系统的稳定边界. 并讨论了各参数在不同条件下对稳定区间的影响. 最后将所得结果与传统结果进行了比较,得出了高阶项对系统边界稳定性存在影响的结论.

关键词 弹性系数, 稳定性, 小阻尼, 参数, 摄动法

引言

列车在行驶时通过受电弓从接触网上获得电 能,当运动的受电弓通过相对静止的接触网时,会 使接触网产生振动. 当振动过大时,会使弓网发生 脱离,产生电火花,情节严重时会使列车的稳定受 流受到影响,所以对列车的稳定受流分析是非常必 要的. 在文献[1]中,于万聚通过分析得出当接触 网的弹性差异系数越小, 弓网间的振动就会越稳 定. 文献[2]中,郭京波通过用摄动法推导带阻尼 的 Mathieu 方程,得出了弓网系统的稳定受流边界 和周期解. 在文献[3]中,T. X. Wu 等建立了弓网的 动力学模型,讨论了接触网的弹性刚度系数对列车 稳定受流的影响. 虽然很多人已经对列车稳定受流 做了大量的研究,但他们中大部分是将弹性刚度系 数展开成 $K(x) = \lambda + \alpha_1 \cos 2\pi x/L$ 这种形式, 若用 K_{max} , K_{min} 来表示最大和最小弹性系数,则 $\lambda = (K_{min})$ $+K_{max}$)/2 称为平均弹性系数; $\alpha_1 = (K_{max} - K_{min})$ / $(K_{min} + K_{max})$ 为弹性差异系数,将其代入到弓网振 动微分方程中得到一个 Mathieu 方程,通过对 Mathieu 方程的讨论来讨论弓网受流的稳定性. 虽 然在这种情况下能得出列车稳定受流的边界,但是 存在一定的误差,而且所得的稳定边界也不够精 确. 为了减小误差,得出更为精确的稳定边界值,本 文在原有的傅里叶展式上增加一项,对弓网的稳定 受流边界进行分析.

1 弓网的基本振动方程

对于一个固定的接触悬挂,接触网和受电弓的相互作用的模型,如图 1 所示. 在图中 M_1 表示受电弓振动部分的当量质量; M_2 表示接触线单位长度的质量; p_0 是受电弓的抬升力; c 为弓网之间的阻尼力; K(x) 为弹性刚度系数; v 表示列车的速度. 若将接触线和受电弓作为一个整体进行研究可以得到接触,则可得到如下的一个振动微分方程:

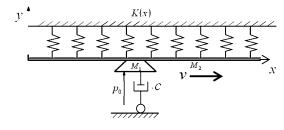


图 1 接触网的振动模型

Fig. 1 Model of the pantograph - cantenary system

$$(M_1 + M_2)\frac{d^2y}{dt^2} + c\frac{dy}{dt} + K(x)y = p_0$$
 (1)

在(1)式中,有两个自变量 t 和 x,将列车的速度 v 看成一个常值,则 x = vt. 那么 $\frac{dy}{dt} = v \frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dt^2} = v^2$

$$\frac{d^2 y}{dx^2}$$
. 若令 $M = M_1 + M_2$,则 (1)式可变为

$$Mv^{2} \frac{d^{2}y}{dx^{2}} + cv \frac{dy}{dx} + K(x)y = p_{0}$$
 (2)

对于一个固定的接触网,弹性系数 K(x) 总是以跨

²⁰¹²⁻⁰⁶⁻²⁴ 收到第 1 稿,2012-07-13 收到修改稿.

^{*} 国家自然科学基金资助项目(11072157,11272219)

[†] 通讯作者 E-mail:fengzijin1@126.com

距 *L* 为周期的周期函数. 则将其展开成傅里叶的余弦函数,可得

$$K(x) = \lambda + \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \cos \frac{2\pi n}{L} x \tag{3}$$

在一般情况下 n=1 时可近似的模拟出接触网的弹性系数曲线,这里为了更好的模拟出接触网的弹性,取 n=2,则

$$K(x) = \lambda + \alpha_1 \cos \frac{2\pi}{L} x + \alpha_2 \cos \frac{4\pi}{L} x \tag{4}$$

 $\Leftrightarrow \tau = \frac{\pi}{L} x,$ 方程(2)可化为

$$\frac{Mv^2\pi^2}{L^2} \frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}\tau^2} + \frac{cv\pi}{L} \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}\tau} + \left[\lambda + \alpha_1 \cos(2\tau) + \alpha_2 \cos(4\tau)\right] y = p_0$$
(5)

再通过变换得

$$\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}\tau^2} + 2\zeta \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}\tau} + \left[\delta + 2\varepsilon\cos(2\tau) + 2\beta\cos(4\tau)\right]y = p$$

(6)

其中
$$\delta = \frac{L^2 \lambda}{M v^2 \pi^2}$$
, $2\zeta = \frac{Lc}{M v \pi}$, $2\varepsilon = \frac{L^2 \alpha}{M v^2 \pi^2}$, $2\beta = \frac{L^2 \alpha_2}{M v^2 \pi^2}$,

$$p = \frac{p_0 L^2}{M v^2 \pi^2}$$
. 有微分方程理论我们知道非齐次微分方

程解的稳定性,取决于与之相对应的齐次微分方程解的稳定性.方程(6)对应的齐次方程可化为

$$\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}\tau^2} + 2\zeta \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}\tau} + \left[\delta + 2\varepsilon\cos(2\tau) + 2\beta\cos(4\tau)\right]y = 0$$

(7)

如果 β = 0,则上述方程就是数学上著名的带阻尼的 Mathieu 方程,对于该方程很多文献做出了大量的研究^[4,5],这里将不再做讨论. 本文只讨论当 $\beta \neq$ 0 时,方程(7)的稳定性对列车稳定受流的影响.

2 方程的稳定边界

采用摄动法对方程(7)进行研究. 因为方程(7)中含有两个参数 ε 和 β ,所以对 $y(\tau)$ 和 δ 展开时,需要将他们展开成二阶的形式,即:

$$\begin{cases} y(\tau) = y_0(\tau) + \varepsilon y_{1_{\varepsilon}}(\tau) + \beta y_{1_{\beta}}(\tau) + \varepsilon^2 y_{2_{\varepsilon}}(\tau) + \\ \varepsilon \beta y_{1_{\varepsilon\beta}}(\tau) + \beta^2 y_{2_{\beta}}(\tau) \cdots \\ \delta(\varepsilon) = \delta_0 + \delta_{1_{\varepsilon}} \varepsilon + \delta_{1_{\beta}} \beta + \delta_{2_{\varepsilon}} \varepsilon^2 + \delta_{\varepsilon\beta} \varepsilon \beta + \delta_{2_{\beta}} \beta^2 \cdots \end{cases}$$

$$(8)$$

式中 $0 \le \varepsilon \le 1$,在小阻尼条件下将 ξ 记为下面的形式

$$\zeta = \varepsilon \mu_1 + \beta \mu_2 + \varepsilon \beta \mu_3, \mu_i = O(I), i = 1, 2, 3 \quad (9)$$

将上面两式代入到方程(7)中,分别比较常数项和 ε , β , ε^2 , $\varepsilon\beta$, β^2 的系数都为零,即可得下面 6 个方程:

$$y_0^{''}(\tau) + \delta_0 y_0(\tau) = 0 \tag{10}$$

$$y_{1_{\varepsilon}}^{"}(\tau) + \delta_0 y_{1_{\varepsilon}}(\tau) = -\left(\delta_{1_{\varepsilon}} + 2\cos(2\tau)\right) y_0(\tau)$$

$$-2\mu y'_{0}(\tau) \tag{11}$$

$$y_{2\varepsilon}^{''}(\tau) + \delta_0 y_{2\varepsilon}(\tau) = -\left(\delta_{1\varepsilon} + 2\cos(2\tau)\right) y_{1\varepsilon}(\tau)$$

$$-\delta_{2\varepsilon}y_0(\tau) - 2\mu y'_{1\varepsilon}(\tau) \tag{12}$$

$$y_{1\beta}^{"}(\tau) + \delta_0 y_{1\beta}(\tau) = -(\delta_{1\beta} + 2\cos(4\tau))y_0(\tau)$$

$$-2\mu y'_{0}(\tau) \tag{13}$$

$$y_{2\beta}^{''}(\tau) + \delta_0 y_{2\beta}(\tau) = -(\delta_{1\beta} + 2\cos(4\tau)) y_{1\beta}(\tau)$$

$$-\delta_{2\beta}y_0(\tau) - 2\mu y'_{1\beta}(\tau) \tag{14}$$

$$y_{1\varepsilon\beta}^{"}(\tau) + \delta_0 y_{1\varepsilon\beta}(\tau) = -(\delta_{1\beta} + 2\cos 4\tau) y_{\varepsilon 1}(\tau)$$

$$-\delta_{\varepsilon\beta}y_0 - (\delta_{1\varepsilon} + 2\cos 2\tau)y_{\beta 1}(\tau) - 2\mu_1 y'_{\beta 1} - 2\mu_2 y'_{\varepsilon 1} - 2\mu_2 y'_{\varepsilon 1}$$

$$2\mu_2 y'_{\varepsilon}$$

$$(15)$$

从上述方程中可知,方程(10-12)是用摄动法求解带阻尼的马休方程的前三项.其中方程(10)的

$$\delta_0 = n^2, n = 0, 1, 2, \cdots$$
 (17)

下面分别取 δ_0 为 0 , 1 , 4 时讨论方程的稳定边界条件.

2. 1 $\delta_0 = 0$

在这种条件下,方程(10-12)的解和稳定边界条件可依据参考文献[4]得

$$y_0(\tau) = a \tag{18}$$

$$y_{1\varepsilon}(\tau) = \frac{a}{2} \cos 2\tau \tag{19}$$

$$y_{2\varepsilon}(\tau) = \frac{a}{32}\cos 4\tau - \frac{\mu_1 a}{2}\sin 2\tau \tag{20}$$

$$\delta_{1c} = 0 \tag{21}$$

$$\delta_{2\varepsilon} = -\frac{1}{2} \tag{22}$$

将式(18)代入到方程(13)中可得

$$y_{1\beta}^{"}(\tau) = -(\delta_{1\beta} + 2\cos(4\tau))a$$
 (23)

消除永年项的条件是 $\delta_{1\beta} = 0$,求解得

$$y_{1\beta}(\tau) = \frac{a}{8}\cos 4\tau \tag{24}$$

则方程(14)可化为

$$y_{2\beta}^{"}(\tau) = -(\delta_{2\beta} + \frac{1}{8})a - \frac{a}{8}\cos(8\tau) + a\mu_2\sin4\tau$$

(25)

消除永年项的条件是 $\delta_{2\beta} = -\frac{1}{8}$,代入求得上述方程的一个特解为

$$y_{2\beta}(\tau) = \frac{a}{512}\cos 8\tau - \frac{a\mu_2}{16}\sin 4\tau$$
 (26)

再将(19)式和(24)式代入到方程(15)中,化简得

$$y_{1s\beta}^{"}(\tau) = -\frac{5a}{8}\cos(2\tau) - \frac{5a}{8}\cos(6\tau) + 2a\mu\sin^2(2\tau) + a\mu_2\sin^2(4\tau) - \delta_{s\beta}a$$
(27)

消除永年项的条件是 $\delta_{s\beta}=0$,则

$$y_{s\beta}(\tau) = \frac{5a}{32}\cos 2\tau + \frac{5a}{288}\cos 6\tau - \frac{a\mu_1}{2}\sin 2\tau - \frac{a\mu_2}{16}\sin 4\tau$$
 (28)

综上可得

$$\delta = -\frac{1}{2}\varepsilon^2 - \frac{1}{8}\beta^2 + O(I) \tag{29}$$

2. 2 $\delta_0 = 1$

同理依据参考文献[4]得出方程(10-12)的 解和稳定边界条件为

$$y_0(\tau) = a\cos\tau + b\sin\tau \tag{30}$$

$$y_{1\varepsilon}(\tau) = \frac{1}{8}(a\cos 3\tau + b\sin 3\tau) \tag{31}$$

$$y_{2\varepsilon}(\tau) = \frac{1}{64} \left[\left(\delta_1 a + 6\mu_1 b \right) \cos 3\tau + \left(\delta_1 b - 4\mu_1 b \right) \cos 3\tau + \left(\delta_1 b - 4\mu_1 b \right) \cos 3\tau \right]$$

$$b\mu_1 a$$
) $\sin 3\tau$] + $\frac{1}{192}$ ($a\cos 5\tau + b\sin 5\tau$) (32)

$$\delta_{1\varepsilon} = \pm \sqrt{1 - 4\mu^2} \tag{33}$$

$$\delta_{2\varepsilon} = -\frac{1}{8} \tag{34}$$

将式(30)代入到方程(13)中可得

$$y_{1\beta}^{"}(\tau) + y_{1\beta}(\tau) = -(\delta_{1\beta}a + 2\mu_2b)\cos\tau -$$

$$a\cos 3\tau - (\delta_{1\varepsilon}b - 2\mu_2a)\sin\tau + b\sin 3\tau -$$

$$a\cos 5\tau - b\sin 5\tau$$
(35)

消除永年项的条件是

$$\begin{cases} \delta_{1\beta}a + 2\mu_2 b = 0 \\ -2\mu_2 a + \delta_{1\beta}b = 0 \end{cases}$$
 (36)

满足 a,b 非零解的条件是 $\delta_{1\beta} = 0, \mu_2 = 0$, 所以要引入更小的阻尼,令

$$\zeta = \varepsilon \mu_1 + \beta^2 \hat{\mu}_2 + \varepsilon \beta \mu_3 \tag{37}$$

经计算也不能满足条件,所以还必须采用更小的阻 尼

$$\zeta = \varepsilon \mu_1 + \beta^3 \hat{\mu}_2 + \varepsilon \beta \mu_3 \tag{38}$$

将其代人到方程(13-15)中,通过消除永年项和 求解可得

$$\delta_{2\beta} = -\frac{1}{6} \tag{39}$$

$$y_{2\beta}(\tau) = \frac{a}{384} \cos 7\tau - \frac{b}{384} \sin 7\tau +$$

$$\frac{a}{1920}\cos 9\tau + \frac{b}{1920}\sin 9\tau \tag{40}$$

$$\delta_{\varepsilon\beta} = \pm \sqrt{\frac{1}{16} - 4\mu_2^2} \tag{41}$$

$$y_{\varepsilon\beta}(\tau) = -\frac{a_1}{8} {\rm cos} 3\tau - \frac{a_2}{24} {\rm cos} 5\tau - \frac{a_3}{48} {\rm cos} 7\tau -$$

$$\frac{b_1}{8}\sin 3\tau - \frac{b_2}{24}\sin 5\tau - \frac{b_3}{48}\sin 7\tau \tag{42}$$

其中

$$a_{1} = -\left(\frac{a}{24} + \frac{\delta_{1e}a}{24} - \frac{3}{4}\mu_{1}b\right), b_{1} = \frac{3}{4}\mu_{1}a - \frac{b}{24} - \frac{\delta_{1e}b}{24},$$

$$a_{2} = -\left(\frac{a}{8} + \frac{\delta_{1e}a}{24} + \frac{5}{12}\mu_{1}b\right), b_{2} = \frac{5}{12}\mu_{1}a + \frac{b}{8} - \frac{\delta_{1e}b}{24},$$

$$a_{3} = -\frac{a}{6}, b_{3} = -\frac{b}{6}$$

综上,在 δ_0 =1附近的稳定边界条件是

$$\delta = 1 \pm \varepsilon \sqrt{1 - 4\mu_1^2} - \frac{1}{8}\varepsilon^2 - \frac{1}{6}\beta^2 \pm \varepsilon \beta_{\sqrt{16} - 4\mu_3^2} + O(I)$$
(43)

2. 3 $\delta_0 = 4$

根据以上的算法最终可得

$$\zeta = \varepsilon^2 \mu_1 + \beta \mu_2 + \varepsilon \beta \mu_3$$

$$\delta = 4 \pm \beta \sqrt{1 - 16\mu_2^2} - \frac{1}{32}\beta^2 +$$

$$(44)$$

$$\varepsilon^{2}(\frac{1}{6} \pm \sqrt{\frac{1}{16} + 16\mu_{2}^{2}}) + O(I)$$
 (45)

3 列车稳定受流分析

以上分别讨论了方程在 $\delta_0 = 0$, $\delta_0 = 1$, $\delta_0 = 4$ 的方程(7)的稳定边界. 由于在稳定边界方程中的参数除了 ϵ 外还存在着 β 和阻尼系数, 因此本文将采用控制变量法来讨论各参数对列车稳定受流的影响.

$3.1 \quad \varepsilon$ 不确定, $\beta = 0$

若 β = 0 则方程(6)为马休方程,在无阻尼条件下,可得方程零解在参数(δ , ε)稳定图形,如图 2. 显然图中分为稳定区和非稳定区,而实线是两种

区域的分界线. 同时我们知道
$$\frac{4L^2\lambda}{Mv^2\pi^2} = \delta$$
, $\frac{4L^2\alpha_1}{Mv^2\pi^2} = \delta$

 2ε ,所以 $\delta = 2\frac{\lambda}{\alpha_1}\varepsilon$,而对于一个固定的接触网, λ 和 α_1 是一个确定的值,所以 δ 和 ε 是正比例关系,如 图 2 中處线. 从图中我们可以得出以下结论:

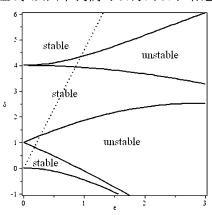


图 2 时无阻尼的稳定图

Fig. 2 Stable and unstable regions of the pantograph – catenary undamped system $,\beta=0$

- (1) 在一定的接触悬挂情况下,弓网振动方程的解由稳定区和不稳定区两部分组成. 由于 $v = \sqrt{\frac{4L^2\lambda}{M\pi^2\delta}}$,当 ε 的值一定时,就可以得出接触线不稳定时的速度了. 并且当 δ 的值越大时,列车的速度就越小,不稳定区域就越小.
- (2) 当 $\frac{\lambda}{\alpha_1}$ 的值越来越大时,解的稳定区域也在不断的扩大.
- (3) 当 ε = 0 时,接触网的振动解都在稳定区域,即 α_1 = 0,接触网的刚度系数 K(x) = λ ,是一个常数时,无论列车的速度有多高,接触线都不会发生离线现象,弓网将协调振动.

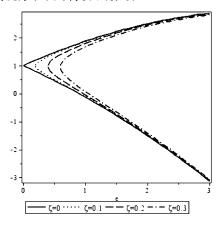


图 3 β=0 时小阻尼稳定图

Fig. 3 Stable and unstable regions of the pantograph – catenary small damped system $,\beta=0$

(4) 当列车速度处于稳定区域时,当它加速可能会使接触线的振动处于不稳定区域,但当它再次加速时,又会进入到另一个稳定区域.

讨论方程在小阻尼时,分别做出 $\xi=0,\xi=0.1$, $\xi=0.2$, $\xi=0.3$ 在 $\delta_0=1$ 附近的稳定图形,如图 3. 从图中我们可以看到从无阻尼到阻尼系数 $\xi=0.3$,解稳定区域在不断的变大. 所以在弓网的建设中适当的增加阻尼有利于列车的稳定受流.

3.2 β 不确定, $\varepsilon = 0$

在这种情况下,首先讨论无阻尼时的稳定边界如图 4,从图中我们也可以得到与上节相同的结论.同时比较两种无阻尼条件下的稳定图如图 5,其中实线为上节中无阻尼的稳定边界图,虚线为本节的稳定边界图.我们发现 δ 在 0 到 1 之间的稳定区域明显比上节的稳定区域要大.说明在这种情况下更能适应高速列车的行驶.

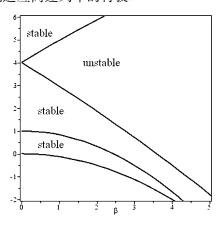


图 4 ε = 0 时无阻尼的稳定图

Fig. 4 Stable and unstable regions of the pantograph – catenary undamped system, $\varepsilon = 0$

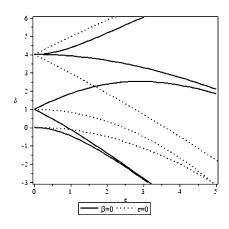


图 5 无阻尼时两种图形对比

Fig. 5 Comparison of two kinds of graphics

当接触线存在小阻尼时,作出 δ_0 = 4 时 ξ = 0, ξ

 $=0.1, \xi=0.15, \xi=0.2$ 的稳定边界图,如图 6. 从图中我们也可以得出,随着阻尼的增大不稳定区域在不断的减小.

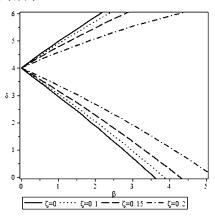


图 ϵ = 0 时无阻尼时稳定边界

Fig. 6 Stable and unstable regions of the pantograph – catenary small damped system, $\varepsilon = 0$

3.3 ε , β 都不确定,但 $\beta = \gamma \varepsilon$

在这种条件下,讨论无阻尼情况下,若我们取 $\beta = \gamma \varepsilon, 其中 \gamma = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} 则我们可以得到稳定边界的表达式$

$$\delta_0 = 0, \delta = -\left(\frac{1}{2} + \frac{\gamma^2}{8}\right) \varepsilon^2 + O(I)$$

$$\delta_0 = 1, \delta = 1 \pm \varepsilon - \left(\frac{1}{8} + \frac{\gamma^2}{6} \pm \frac{\gamma}{4}\right) \varepsilon^2 + O(I)$$

$$(47)$$

$$\delta_0 = 4, \delta = 4 + \left(\frac{1}{6} \pm \frac{1}{4}\right) \varepsilon^2 \pm \gamma \varepsilon - \frac{\gamma}{32} \varepsilon^2 + O(I)$$
(48)

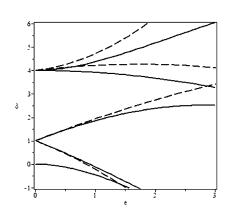


图7 对比图(--本文结果; - 传统结果)

Fig. 7 Comparison of the two kinds of results

(--This paper result; - Tradifional results)

从上面几式中我们很容易看出列车受流的稳定性除了与 ε 有关外还于 γ 有关. 现取 $\gamma = 0.3$,将

所得结果与传统研究结果进行比较,如图7

从图中可以看出 δ 在 0 到 1 之间的稳定区间略有减小,即适应高速行驶的区间略有减小. 现分别取 γ = 0, γ = 0. 1, γ = 0. 3, γ = 0. 5 做出稳定边界图, 如图 8

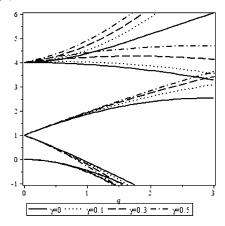


图 8 不同对应的稳定边界

Fig. 8 Stable and unstable regions of different value of γ

从图 8 中我们可以看出随着参数值 γ 不断的 变大,列车在稳定受流区域在不断的上升,则与之 相对应稳定受流时的速度在不断的减小.

4 结论

本文通过以上研究得出如下结论:

- (1)列车稳定受流时的速度与弹性刚度系数 K(x) 有很大的关系, 当 K(x) 中的 $\alpha_2 \neq 0$ 时, 在(δ , ε)的平面内的稳定区域与 $\alpha_2 = 0$ 时相比会略微的上升,对应的稳定速度将会略微的减小.
- (2)列车的速度越低,对应的稳定区域越大,速度越高,对应的稳定区域越小.
- (3)弹性刚度差异系数越小,列车稳定受流区域就越大.
- (4)适当的增加弓网的阻尼,会使受流时的稳定区域增大.
- (5)列车在一定的速度时可能处于稳定状态, 但当它加速时可能处于不稳定状态,但当其在加速 时又会进入到另一个稳定区域内.

$$(6) 在采用函数 $K(x) = \lambda + \alpha_1 \cos \frac{2\pi}{L} x + \alpha_2 \cos \frac{4\pi}{L} x$ 模拟接触线的弹性系数时,增大 $\frac{\lambda}{\alpha_1}$ 和 $\frac{\lambda}{\alpha_2}$ 的值,$$

同时减小 $\frac{\alpha_2}{\alpha_1}$ 的值能增加列车受流的稳定性.

参考文献

- 1 于万聚. 高速电气化铁路接触网. 成都: 西南交通大学 出版社,2003; 224~233(Yu W J. Catenary Systems of High-speed Electrified Railway. Chengdu: Southwest Jiaotong university Press, 2003. 224~233(in Chiniese))
- 2 郭京波. 高速机车受电弓稳定受流与控制研究[博士学位论文]. 北京交通大学, 2006 (Guo J B. Stability of Current collection and Control for High-Speed Locomotive [PhD Thesis]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2006 (in Chiniese))
- 3 T X Wu, M J Brennan. Dynamic stiffness of a railway over-head wire system and its effect on pantograph-catenary system dynamics. *Journal of Sound and Vibration*, 1999,219 (3): 483 ~ 502
- 4 胡海岩. 应用非线性动力学. 北京: 航空工业出版社, 2000: 86~92 (Hu H Y. Application of Nonliner dynamics. Beijing: Aviation Industry Press, 2000: 86~92 (in Chinese))
- 5 王竹溪,郭敦仁. 特殊函数概论. 北京:北京大学出版社, 2000: 601 ~ 628 (Wang Z X, Guo D Y. Introduction to Special Function. Beijing: Peking University Press, 2000: 601~628 (in Chinese))

STABILITY OF CURRENT COLLECTION FOR HIGH-SPEED TRAIN*

Feng Zijin^{1†} Guo Shuqi²

- (1. Department of Engineering Mechanics, Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang 050043, China)
- (2. Department of Engineering Mechanics, Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang 050043, China)

Abstract This paper studied the relationship between the stiffness and the stability of current collection for high-speed train. Based on the traditional study, the differential equation of catenary-pantograph system was established, which took into account the high order term of the stiffness Fourier expansion. Using the perturbation method, the stability of the system was analyzed under small damping. Under the assumption of the second order form of the displacement response of the system, the stability boundary was obtained. The effects of damping effect and other parameters on the stability boundary were discussed. Moreover, the proposed solution was compared with the classical solution in references, which indicates that the proposed solution has a more higher accuracy.

Key words stiffness, stability, parameters, small damping, high-speed

Received 24 June 2012, revised 13 July 2012.

^{*} The project supported by the National Natural Science Foundation of China (11072157) and (11272219)

[†] Corresponding author E-mail: fengzijin1@126.com