单纤维刺扎人体皮肤的弯曲力学行为分析*

胡吉永^{1,2} 丁辛^{1,2} 王如彬³ 杨旭东²

(1.东华大学纺织面料技术教育部重点实验室,上海 200051)(2.东华大学纺织学院,上海 200051)(3.华东理工大学理学院认知神经动力学研究所,上海 200237)

摘要伸出织物表面的短、粗纤维末梢是产生贴身纺织品针刺感的主要原因,本质是纤维末梢刺扎并诱发皮肤伤害性机械刺激感受器.通常基于固定 - 铰接约束条件下弹性压杆轴向压缩稳定性理论,计算纤维末梢的临界压力判断这种感受器的诱发可能性.然而,这种方法忽略了织物握持纤维末梢的强度、纤维末梢接触皮肤的滑动阻力及其柔韧性特征.本文以伸出织物表面的直立纤维末梢为对象,假设其织物握持端为线弹性转动约束、另一端受皮肤的接触反作用力和滑动阻力作用,建立纤维末梢刺扎人体皮肤的弯曲变形力学模型.通过参数化模拟,本文比较分析了纤维末梢在弹性 - 支撑约束和固定 - 铰接约束条件下的弯曲变形行为.研究发现,纤维末梢在弹性 - 支撑约束条件下的弯曲力学行为才能解释其刺扎皮肤产生的大多数力学现象及针刺感现象.

关键词 皮肤, 纤维, 刺扎, 弯曲, 非线性力学

引言

在织物表面与皮肤的接触过程中,伸出织物表 面的短纤维末梢首先接触并刺扎皮肤,但随着接触 强度的增加,一些纤维末梢将依次失稳而弯曲.由 于纤维末梢的柔韧性好,失稳后的纤维末梢不会被 折断或损伤,继续作用于皮肤表面.显然,以 Veitch 为代表的学者^[1,2]基于固定 - 铰接约束条件下 Euler 压杆稳定性理论,计算纤维末梢的临界屈曲载荷 来判断其是否能诱发针刺感是不准确的.为了澄清 针刺感形成的力学机制,需要研究纤维末梢刺扎皮 肤的强度随两端约束模式及屈曲变形的变化,而不 仅仅是纤维轴向受压的临界屈曲载荷.本文基于固 体力学理论,以 Euler 压杆屈曲变形模型为雏形, 研究单纤维末梢刺扎人体皮肤时的大变形弯曲力 学行为,讨论两端约束条件与刺扎强度之间的关 系.

1 建模

就伸出织物表面并刺扎人体皮肤的短纤维末 梢而言,纤维末梢的一端被织物握持,另一端与皮 肤表面接触.因此,这样的纤维末梢可看作夹于织 物表面和皮肤表面组成的一对相向平面之间的压 杆. 压杆两端的约束条件取决于织物的结构和人体 皮肤的表面属性.

1.1 假设条件

为了用物理模型描述这类纤维末梢的压缩力 学行为,以模拟纤维末梢两端的约束方式而又简化 模型的原则,本研究提出以下假设:

(1)伸出织物表面的纤维末梢为轴向不可压 缩、末端扁平的线弹性均匀直杆,垂直于织物表面, 即竖直状态.均匀直杆假设是为了简化模型的复杂 性,线弹性与麻类纤维、羊毛纤维的拉伸小变形行 为一致,而竖直状态是产生针刺感必备条件之 一^[3].

(2)纤维末梢夹于两平行平面之间,即握持纤 维末梢一端的织物表面和支撑纤维末梢另一端的 皮肤表面,纤维末梢夹于二者中间,如图1所示.该 假设与纤维末梢刺扎皮肤表面时两端的约束一致, 且由此假设,纤维末端的偏转切向角(简称偏转 角)不可能超过这两个平面形成的边界,最大偏转 角小于 π/2,否则其承受的静摩擦力将不足以约束 末端而发生沿皮肤表面的滑移或粘滑运动.基于 此,不需要考虑端部受扭矩作用的弹性杆平衡形

²⁰¹⁰⁻¹²⁻¹⁶ 收到第1稿,2011-04-12 收到修改稿.

^{*}中央高校基本科研业务费专项资金,国家自然科学基金资助项目(51175076)

为





(3)纤维末稍受织物握持的一端仅能绕握持 点发生弹性转动,简称弹性约束.该假设与现有用 于解释织物刺痒感的纤维轴向压缩力学模型不同, 即织物握持端为既不能转动也不能平动的固定端. 事实上,纤维末梢的织物握持端仅受临近纤维的夹 持而控制其侧向运动与转动,控制强度取决于织物 的组织结构、织造方法等.这样,纤维末梢两端约束 为织物握持端为弹性,接触皮肤端为摩擦约束,简 称弹性支撑,记为 BC2,否则织物握持端改为固定, 简称固定约束,记为 BC1.

(4)皮肤的压缩力学行为表现为线弹性.这是 因为一般纤维引起的皮肤压缩变形量不超过1. 0mm,此变形量下皮肤在线弹性范围内变形^[5].

1.2 竖直纤维压杆模型

根据假设3,纤维末梢的织物握持端受线弹性 转动刚度约束,在图2所示的坐标系下,转矩与转 动角之间的关系为[6]

$$M(0) = k_e \theta(0) \tag{1}$$

式中M(0)为握持端转动力矩, $\theta(0)$ 为相对于纤维 末梢的初始位置切线方向的顺时针转角,简称转动 角,k。为衡量织物握持纤维末梢强度的线弹性转动 刚度.一旦纤维发生屈曲变形,由曲率的定义及直 梁的纯弯曲变形理论得

$$\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}s} = \frac{1}{\rho} = -\frac{M(x)}{E_f I_f} \tag{2}$$

式中s-曲线长度, θ -挠曲线上任一点的切线与弦 的夹角, E_f - 单纤维拉伸杨氏模量, I_f - 绕杆件中心 轴线的转动惯量.显然,求解纤维挠曲线方程的关 键在于确定平衡力矩 M(x).

另外,在纤维末梢压缩弯曲的变形过程中,沿 纤维弯曲的弧线存在一个力矩反平衡点,如图2 (b) 所示. 假设距离织物握持端的距离为 L_a,则在 距离皮肤接触端 x 处横截面的静力矩为

$$M(x) = \begin{cases} -Fy - Q(0)x + M(0) & 0 \le x < L_{\alpha} \\ Fy - Q_s \cdot (L_f - \delta_f - x) & L_{\alpha} \le x \le L_f \end{cases}$$
(3)



图 2 弹性竖直压杆模式的纤维末梢弯曲变形前后状态 Fig. 2 Undeformed and deformed straight fiber between human skin and fabric surface under loading

根据在纤维两端的约束模式,满足的边界条件

$$Q(0) = Q_s$$

$$M(0) = k_e \theta(0) = Q_s \cdot (L_f - \delta_f)$$

$$\theta(0) = \gamma$$

$$M(L_f - \delta_f) = 0$$
(4)

义 使杆件曲 察增加的力钜为正 则

定义使杆件曲

$$\begin{cases} M(x) \ge 0, d\theta/ds \ge 0 \quad 0 \le x < s_{\alpha} \\ M(x) \ge 0, d\theta/ds \le 0 \quad s_{\alpha} \le x \le L_{f} \end{cases}$$
(5)

式中sa为力矩反转点离原点的曲线长.于是,把方 程(3)代入(2)得曲率与轴向作用力间的关系

$$E_{f}I_{f}\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}s} = -Fy + Q_{s}(L_{f} - \delta_{f} - x) \quad 0 \le x < L_{f}$$
(6)

对方程(6)关于变量 s 先求导后积分可得纤维末梢 弯曲曲线的微分

$$ds = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}k\sqrt{\cos\theta - \mu\sin\theta + C/F}} d\theta & \gamma \le \theta < \alpha \\ -\frac{1}{\sqrt{2}k\sqrt{\cos\theta - \mu\sin\theta + C/F}} d\theta & \alpha \le \theta \le \beta \end{cases}$$
(7)

式中α为弯曲曲线在力矩反转点处的切线角.同

时,由轴向力分量平衡和纤维末梢的总力矩平衡, 得积分常数和切向作用与法向作用之间的关系

$$\begin{cases} M(L_{\alpha}) = 0 \Longrightarrow C/F = -\cos\alpha + \mu\sin\alpha \\ M(L_{\alpha}) = M(L_{f}) \Longrightarrow \alpha = -\beta - 2\varphi \\ \mu = Q/F = \tan\varphi \\ \kappa_{e}\gamma = Q(L_{f} - \delta_{f}) \end{cases}$$
(8)

式中切线角之间满足

 $0 \leq \gamma \leq \theta \leq 2\pi - \beta$ $-\pi/2 < \beta \leq 0$ (9) 其中, γ 为位于原点的压杆末梢相对于 *x* 轴的顺时 针转动角($\gamma \in [0, \pi/2], 0$ 对应于纤维末梢的竖直 状态, $\pi/2$ 表示纤维塌伏于织物表面).

然后,把方程(7)代入(8)得弹性竖直压杆弯 曲变形后两端沿 *x* 轴的相对变形量

$$\delta_{f} = L_{f} - \int_{0}^{L_{f}} \sqrt{1 - \sin^{2}\theta} ds - \frac{1}{\sqrt{2}k} \int_{\gamma}^{\alpha} f(\theta) \sin\theta d\theta / \tan(-\beta) = L_{f} - \left[\int_{\gamma}^{\alpha} f(\theta) \cos\theta d\theta - \int_{\alpha}^{\beta} f(\theta) \cos\theta d\theta + \int_{\gamma}^{\alpha} f(\theta) \sin\theta d\theta / \tan(-\beta)\right] / \sqrt{2}k$$
(10)

其中

$$L_{f} = \int ds = \left[\int_{\gamma}^{\alpha} f(\theta) \, d\theta - \int_{\alpha}^{\beta} f(\theta) \, d\theta + \int_{\gamma}^{\alpha} \sin\theta f(\theta) \, d\theta / \sin(-\beta) \right] / \sqrt{2}k \tag{11}$$

又由方程(8), δ_f 可表示为

$$\delta_f = L_f - k_e \gamma / \mu F \tag{12}$$

于是,把方程(12)和(11)代入(10)得中间变量 γ 满足的关系式

$$\frac{2k_e\gamma}{\mu E_f I_f \cdot \sqrt{2k}} = \int_{\gamma}^{\alpha} f(\theta) \cos\theta d\theta - \int_{\alpha}^{\beta} f(\theta) \cos\theta d\theta + \int_{\gamma}^{\alpha} f(\theta) \sin\theta d\theta / \tan(-\beta)$$
(13)

同时,由方程(11)得接触力的表达式

$$F = \left[\int_{\gamma}^{\alpha} f(\theta) d\theta - \int_{\alpha}^{\beta} f(\theta) \cos\theta d\theta + \int_{\gamma}^{\alpha} \sin\theta f(\theta) d\theta / \sin(-\beta) \right]^{2} \cdot \left(E_{f} I_{f} / 2L_{f}^{2} \right) \quad (14)$$

最后,对方程(10)积分求解 δ_{f} .

如果令边界条件方程(8)中或 *M*(0) = 0 令线 弹性转动刚度 *k*_e 趋近无限大,则弹性竖直压杆退 化为固定铰支压杆.

1.3 纤维-皮肤间的刺扎接触作用

纤维末梢相对于皮肤表面的竖直位移是诱发

针刺感的必要条件^[3].根据假设1和经典接触力学理论^[7],皮肤表面在末端扁平、直径不足 50µm 的圆柱形纤维末梢刺扎作用下,二者接触区域将产生均匀的小位移,但刺扎作用的影响范围取决于纤维直径和接触力的大小.因此,单根纤维刺扎皮肤表面时,皮肤表面的强迫变形量 D,为^[7]

$$D_{s}(r) = \begin{cases} \pi r_{f} F \frac{1 - v_{s}^{2}}{E_{s}} & r \leq r_{f} \\ 2r_{f} F \frac{1 - v_{s}^{2}}{E_{s}} \sin^{-1}(r_{f}/r) & r > r_{f} \end{cases}$$
(15)

式中 r_f - 作用于皮肤表面的纤维末梢半径, r - 距 离接触中心的距离, F - 接触力大小, E_s、v_s - 分别 为皮肤软组织的线弹性模量和泊松比.

同时,当纤维末梢承受的竖直作用力F小于临 界屈曲载荷(F_{cr})时,纤维几乎没有任何弯曲,就像 压在皮肤表面的一根刚性直杆,纤维末梢的织物握 持端向皮肤表面的位移量与皮肤的变形量相等.一 旦F接近或超过 F_{cr} ,纤维末梢的直线平衡被破坏, 单纤维末梢的变形模式从细长直杆的轴向压缩转 为纯弯曲大挠度变形,此时,织物向皮肤表面的位 移量取决于纤维末梢和皮肤二者的变形. 假设纤维 末梢 – 皮肤偶合力学体系的外加载荷来自于织物 表面向皮肤表面的位移D,则D与纤维两端沿x轴 的相对变形量 δ_t 和皮肤表面偏转量 D_s 之间满足

 $D = D_s + \delta_f \tag{16}$

一旦给定织物表面向皮肤表面的位移量 D,把 方程(10)、(14)及方程(15)代入上式,即可求解接 触力 F 或皮肤表面的受迫偏转量 D_s .由于纤维末 梢沿 x 轴的相对位移量 δ_f 表达式不可直接积分,本 研究采用数值积分法和二分法迭代方法求解满足 方程(16)的最优解.例如,从单纤维末梢的压缩弯 曲变形求解可知,无论压缩力,还是纤维末梢的两 端沿 x 轴向的相对位移,都可表征为纤维末梢在皮 肤支撑端的偏转角 β 的函数,而 β 与织物表面的位 移量一一对应.因此,以变量 β 为试探变量可依次 得到 F 和 δ_f 的最优解,从而进一步由方程求得皮 肤表面的偏转量 D_s .

2 案例分析

基于前面建立的竖直纤维刺扎人体皮肤的非 线性力学模型,下面将分别讨论约束条件对竖直纤 维杆屈曲行为的影响.

2.1 弹性转动刚度

为了显示弹性转动刚度对纤维刺扎皮肤时屈 曲力学行为的影响,首先比较在两类末端约束模式 下的接触力-相对变形量曲线之间的差异,如图3 所示.显然,当把纤维末端与皮肤之间的接触看作 摩擦约束模式时,对分别具有 BC1 和 BC2 约束模 式的纤维末梢而言,在初始压缩阶段,即在纤维小 弯曲变形状态下,二者所能承受的竖直压力没有显 著差异. 随着变形程度的增加,纤维在 BC1 模式下 所能承受的载荷显然高于 BC2 模式下的.并且,在 同样的载荷作用下,纤维两端的相对位移量约是皮 肤表面压痕深度的10倍.这些现象表明,织物握持 纤维末梢的弹性刚度对纤维刺扎皮肤的强度有显 著影响,在讨论伸出织物表面的纤维末梢刺扎皮肤 而引起针刺感的力学机制时,假设纤维的织物握持 端为固定约束(即弹性刚度为无限大)是不恰当 的,掩盖了织物的织造方法、组织结构和后整理对 织物握持纤维末梢的强度及针刺感强度的影响.



图 3 不同约束模式下直立单纤维的相对变形与力的关系 BC1:固定约束;BC2:弹性约束(ke=0.8)



2.2 摩擦系数

再看纤维末端与皮肤之间的静摩擦系数对纤 维末梢的压缩屈曲行为的影响.在图4中,当纤维 与皮肤之间的摩擦系数逐渐增加时,纤维两端的相 对位移,即变形量逐渐增加,而皮肤表面的压痕深 度几乎保持不变或缓慢减小.因为在摩擦约束模式 下,如果纤维末梢在皮肤表面有滑动趋势,纤维末 梢弯曲至 π/2 时所需要的接触作用力随摩擦系数 的增加而减小,且相邻变化之间的差值甚至超过人 感知针刺感的力觉察阈值 0.75mN^[3]或等效皮肤 变形量 2μm.



图 4 弹性约束条件下纤维皮肤的变形与摩擦的关系 Fig. 4 relationship between friction coefficient and relative deformation, both fiber and human skin

本质上,皮肤与纤维末端之间的切向滑动阻 力,作为一种摩擦约束决定了纤维末梢在皮肤表面 的作用强度.对于初始直立的纤维末梢而言,弯曲 变形经历了从直立到失稳、从静止于皮肤表面至在 皮肤表面滑动、从微弯曲至大弯曲的过程,在这一 渐进弯曲过程中纤维末端与皮肤表面相互作用的 切向阻力促进纤维末梢的弯曲,但相对于靠近皮肤 的纤维末梢段而言则抑制其弯曲,可对比方程中力 矩的分段表达式.于是,当纤维末端不允许在皮肤 表面滑移时,在同样的竖直作用力下,因摩擦阻力 总体上促进纤维末梢的弯曲,静摩擦系数越大,纤 维末梢的弯曲变形越大.

2.3 弹性约束刚度与摩擦系数

前面研究发现,无论是纤维末梢的弹性约束刚 度,还是纤维末端与皮肤之间的摩擦作用强度,分 别都影响纤维末梢的压缩屈曲变形,这里进一步分 析二者在纤维末梢的轴向压缩屈曲变形过程中的 相对作用.从图5可以看出,当纤维末梢两端的相 对运动或皮肤表面的压缩变形量一样时,纤维末梢 /皮肤之间的最大接触力(弯曲至偏转角为 π/2 时)随弹性转动刚度的增加而增加、随摩擦系数的 增加而减小.由于在纤维末梢两端和皮肤表面的等 效竖直作用力相等,而纤维末梢压缩弯曲变形的刚 度(*F*/δ_f)与皮肤的抗压刚度之比决定了二者的变 形量之比,且考虑到皮肤的线弹性行为,则单纤维 末梢刺扎皮肤时的弯曲变形取决于其两端的约束条 件.为了比较弹性转动刚度和摩擦系数对接触力的 贡献大小,因不同组合约束条件下的接触力数据服 从正态分布(Shapiro – Wilk 正态分布检验,统计量 SW =0.97629, p = 0.29 > 0.05),以二者为方差分 析因子、不同组合为水平,关于接触力进行了方差 显著性检验,结果显示二者对接触力的变化有显著 影响($F_{0.05}(4,4)$ = 41.79, $p \approx 0 \ll 0.01$,且接触力与 弹性转动刚度之间的 Pearson 相关系数(R = 0.68, $p \approx 0$ 比与摩擦系数之间的相关系数(R = 0.68, $p \approx 0$ 比与摩擦系数之间的相关系数(R = 0.68, $p \approx 0$ 比与摩擦系数之间的相关系数(R = 0.43, p = 0.037)高.因此,结论显示,弹性转动刚度或织 物握持纤维末梢的强度造成纤维末梢的压缩弯曲 行为有别于固定 – 铰接约束条件的压杆.



事实上,Veitch 等^[1]分别研究了夹持固定钨丝 和羊毛纤维触压平衡称表面或相粘的粘胶表面时 的屈曲变形,发现二者的屈曲变形有明显的差异, 并提出仅当纤维末梢能克服在皮肤表面的粘滑运 动时,才能以固定-铰接 Euler 压杆模型求临界屈 曲力.而且,作者克服在羊毛纤维末端与接触面间 的滑移的条件下,以 Euler 弹性压杆的一般临界屈 曲力表达式拟合实验曲线,求得表征约束模式的常 数值为1.88 ±0.126,显然低于固定 - 铰接约束条 件下的理论值 1.96, 而远远高于固定 - 固定约束 条件下的理论值1.0. 正如我们上一部分的分析, 实验值与理论值之间的差异可能源于接触端的摩 擦作用和夹持端的夹持强度,以及羊毛压杆的初始 卷曲、不均质性和弹性变形的非线性.根据作者在 文中叙述的实验条件,已尽量选择了弹性变形材 料,克服了夹持的松弛、压杆的初始弯曲,故常变量 的理论值与实验值之差异只能归结于接触端的摩 擦约束.这些现象表明,无论在什么约束条件下,判

断经典 Euler 压杆稳定性的临界屈曲力都不合适 分析伸出织物表面的短纤维末梢刺扎皮肤时的屈 曲力学行为.

3 结论

为了解释形成织物针刺感的力学机制,本研究 基于单纤维刺扎皮肤的力学模型,进行了一系列参 数化讨论,得到以下结论:

(1)诱发织物针刺感的纤维末梢的受压屈曲 变形行为不符合 Euler 固定 - 铰接压杆的屈曲力 学行为,它的织物握持端等效为线弹性转动刚度约 束,接触皮肤的一端可看作摩擦约束;

(2)对分别具有弹性转动刚度或固定约束条件的纤维末梢刺扎皮肤时的屈曲变形而言,弹性转动刚度的大小,即织物握持纤维末梢的强度是造成 二者压缩屈曲变形差异的主要因素,相对而言与皮 肤接触端的摩擦约束条件影响较小.

总之,为了用经典弹性压杆的稳定性模型解释 织物针刺感产生的力学机制,必须考虑纤维末梢的 柔韧性特征和修正纤维末梢两端的约束条件.通过 本文的参数化研究,证实了我们建立的单纤维刺扎 皮肤的屈曲大变形力学模型的合理性,可用于进一 步探索织物表面伸出的纤维群刺扎皮肤时的力学 行为,分析形成织物针刺感的神经力学机制.

参考文献

- 1 Veitch C J, Naylor G R S. The mechanics of fibre buckling in relation to fabric-evoked prickle. Wool Technology and Sheep Breeding, 1992, 40(1): 31 ~ 34
- 2 刘宇清,戚媛,于伟东. 毛纤维刺扎力学行为的测量. 纺织学报,2005,26(2):61~63 (Liu Y Q,Qi Y, Yu W D. Measurement of the mechanical stinging behaviour of single wool fibers. *Journal of Textile Research*, 2005,26(2):61~63 (in Chinese))
- 3 Garnsworthy P K, Gully R L, Kenins P, et al. Identification of the physical stimulus and the neural basis of fabric-evoked prickle. *J Neurophysiology*, 1988, 59(4): 1083 ~ 1097
- 4 彭建华,刘延柱. 弹性细杆的混沌形态. 动力学与控制 学报,2005,3(2):36~39 (Peng J H, Liu Y Z. Chaotic configuration of a thin elastic rod. *Journal of Dynamics and Control*, 2005,3(2):36~39 (in Chinese))
- 5 Jachowicz J, McMullen R, Prettypaul D. Indentometric a-

6

nalysis of in vivo skin and comparison with artificial skin models. *Skin Res Technol*, 2007,13(3): 299 ~ 309 Timoshenko S P, Gere J M. Theory of elastic stability. McGRAW-HILL International Book Company, 1985 7 Johnson K L. Contact mechanics. London: Cambridge Uni-

tability. versity Press,1985

BENDING MECHANICAL BEHAVIOR OF SINGLE FIBER PRICKLING HUMAN SKIN*

Hu Jiyong^{1,2} Ding Xin^{1,2} Wang Rubin³ Yang Xudong²

(1. Key Lab of Textile Science & Technology, Ministry of Education, Donghua University, Shanghai 201620, China)

(2. College of Textiles, Donghua University, Shanghai 201620, China)

(3. Institute for Brain Information Processing and Cognitive Neurodynamics.

East China University of Science and Technology, Shanghai 200237, China)

Abstract Coarse and short fiber ends protruding above fabric surface mainly contribute to prickiness sensation of next-to-skin clothing, and the delectability of this sensation is usually based the justification on the critical buck-ling force of single fiber end as a fixed-hinged slender rod under axial compression. The assumption that a fiber end prickling human skin is fixed-hinged, however, can be too simplified to describe the real constraint conditions, both the end prickling human skin and the other end held in fabric. To clarify the role of different constraint conditions in the bending mechanical behavior of single fiber protruding fabric surface and prickling human skin, a coupling fiber-skin model was established to simulate the prickling indentation into skin, where the end against human skin is constrainted by fiber-skin friction and the other end held in fabric surface can rotate with a linear elastic stiffness, and then a parametric analysis on friction coefficient and rotation stiffness was performed. The results show that the elastic-constraint fiber end can subject to a higher axial compression force than the psychophysical threshold of perceived prickliness sensation, and most of published prickliness phenomenon can be explained on the basis of the established fiber-skin model with friction and elastic constraints.

Key words skin, fiber, prickling, bending, nonlinear mechanics

Received 16 December 2010, revised 12 April 2011.

^{*} The project supported by the Fundamental Research Funds for the Central Universities and the National Natural Science Foundation of China (51175076)