

具有引导者的多智能体网络系统的脉冲一致性*

颜青¹ 马米花² 吴海亮³

(1. 铜仁学院 数学与计算机科学系, 铜仁 554300) (2. 上海大学上海市应用数学和力学研究所, 上海 200072)

(3. 济南市市政工程设计研究院有限责任公司, 济南 250101)

摘要 多智能体网络系统的协调与控制在工程领域中有着重要的作用. 本文给出了具有引导者的一阶多智能体网络系统的动力学模型. 模型中, 假设网络系统中仅有一个智能体在一系列离散时刻基于自身及引导者的信息, 以脉冲跳跃方式改变自身的状态. 应用矩阵理论、数值分析理论、脉冲微分方程等理论给出了网络系统达到一致的一个充分条件. 计算机仿真实验验证了算法的正确性和有效性, 展示了系统的一致收敛速度与脉冲间隔、脉冲强度之间的关系.

关键词 多智能体网络系统, 一致性, 脉冲牵引控制, 协调控制

引言

近年来, 多智能体网络系统的分布式协调控制在无人操作飞船的协调控制、飞行器的编队控制、分布式无线传感器网络的设计、通信网络的拥塞控制等领域得到了广泛的应用. 在多智能体之间的协调控制研究中, 无论是机器人之间的协同合作, 还是生物实体的群集现象, 比如蜂拥(Flocking)、群集(Swarming), 一致性是保证系统实现协调合作的必要条件. 在文献[1]中, Jadbabaie 基于最近邻原则研究了一群自由移动的多智能体系统的协调控制问题. 基于 Fax 和 Murray 的工作^[2], Olfati - Saber 和 Murray 较早的提出了一致性问题的理论框架, 设计了具有一般性的一致性算法, 发现了网络的拓扑结构与系统的收敛速度的关系, 建立了算法达到平均一致的条件, 并将结果推广到具有时滞的对称算法^[3]. 一致性或同步问题受到了来自诸如物理学、生态学、经济学、科学计算以及控制理论等领域研究者的广泛关注, 并取得了大量的研究成果^[1-6].

脉冲现象作为一种瞬时突变现象, 广泛存在于自然界和现代科技领域中, 例如复杂多智能体系统中的各种瞬时干扰、控制输入缺失、通讯系统中的调频切换, 种群生态系统中的定时补给和捕捞、神经元的外部刺激、机械运动中的撞击等. 脉冲控制

作为一种有效的控制手段, 已广泛应用于各种动力系统的镇定中^[7-8]. 特别地, 脉冲牵引控制(Impulsive Pinning Control)由于只控制网络中的少数节点而不是全部节点, 而成为一种有效的和相对容易实现的控制方法^[8].

基于以上考虑, 本文研究了具有静止状态引导者的一阶多智能体网络系统的脉冲一致性问题, 通过在一系列离散时刻对网络系统中的一个节点实行脉冲控制, 使网络中每个节点收敛到引导者的状态, 实现整个网络系统的一致性. 给出了网络系统达到一致性的条件, 并给出了相关的计算机仿真实验.

1 预备知识

1.1 基础图论知识

假设无向图 $G(V, E)$ 表示网络型多智能体系统中智能体之间的相互作用拓扑结构, 节点集合记为 $V = \{1, 2, \dots, n\}$, 边的集合记为 $E \subseteq V \times V$. 节点 i 的所有邻居节点组成的集合记为 $N_i = \{j \in V: (i, j) \in E\}$. 边的集合 $\{(i_1, i_2), (i_2, i_3), \dots, (i_{k-1}, i_k)\}$ 称为节点 i_1 与节点 i_k 之间的一条路径. 如果图 G 中任意两个节点之间至少存在一条路径, 那么我们就称该图是连通图. 图 G 的邻接矩阵记为 $A = [a_{ij}]_{n \times n}$, 如果 $(i, j), (j, i) \in E$, 则 $a_{ij} = a_{ji} = 1$, 否则, $a_{ij} = a_{ji} = 0$, 并且 $a_{ii} = 0 (i = 1, 2, \dots, n)$. 图 $G(V, E)$

2012-04-7 收到第1稿, 2012-04-26 收到修改稿.

* 贵州省科学技术基金项目(20122316), 铜仁学院科研启动基金项目(TS1112), 福建省教育厅科技项目(JA11172)

的 Laplacian 矩阵记为 $L = [l_{ij}]_{n \times n}$, 满足如下条件 $l_{ij} = -a_{ij}$, $l_{ii} = \sum_{j=1}^n a_{ij}$. 如果网络的拓扑结构图 \mathcal{G} 是连通的, 则 0 是矩阵 L 的单重特征根, 其对应的右特征向量为 $1_n = (1, 1, \dots, 1)^T$, 其余特征根均大于零, 并且满足如下大小顺序关系^[5]: $0 = \lambda_1 < \lambda_2 \leq \lambda_3 \leq \dots \leq \lambda_n$. 由于 L 为实对称矩阵, 由矩阵理论可知, 必存在一标准正交矩阵 U , 使得 $L = UJU^T$, 这里, $J = \text{diag}(0, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$.

1.2 一致性问题

用 $x_i(t) \in R$ 表示第 i 个智能体的状态, 假设每个个体的动力学如下:

$$\dot{x}_i(t) = u_i(t), i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

这里, $u_i(t) \in R$ 为智能体 i 的控制输入, 或者称为控制协议.

Olfati - Saber 等在文献[3]中给出了如下分布式一致性协议

$$u_i(t) = - \sum_{j=1}^n a_{ij}(x_i(t) - x_j(t)), i = 1, \dots, n \quad (2)$$

并指出当网络拓扑图为无向连通图的时候, 网络系统(1)按照协议(2), 每个节点最终指数收敛到如下状态

$$\alpha = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i(0) \quad (3)$$

即每一个多智能体收敛到初始状态的平均值.

Laplacian 矩阵的第二最小特征值 λ_2 称为图 G 的代数连通度, 其大小刻画了系统的一致性收敛速度^[5].

2 模型描述

本文考虑带有引导者的一阶多智能体网络系统的脉冲牵引控制. 假设引导者的状态 $x_0 = c$. 不失一般性, 假定网络系统中只有第一个智能体在一系列离散时刻接受引导者的状态信息. 给出如下一致性控制协议

$$u_i(t) = \begin{cases} - \sum_{j=1}^n a_{ij}(x_i(t) - x_j(t)) - b(x_1(t_k) - x_0)\delta(t - t_k), & i = 1 \\ - \sum_{j=1}^n a_{ij}(x_i(t) - x_j(t)), & i = 2, \dots, n \end{cases} \quad (4)$$

其中, $b > 0$ 表示脉冲强度, $\delta(t)$ 为 Dirac 函数, 表示节点状态的一种脉冲效应. 满足如下性质

$$\delta(t) = \begin{cases} 0, & t \neq 0 \\ +\infty, & t = 0 \end{cases}, \text{且} \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1.$$

$\{t_k\}_{k=1}^{+\infty}$ 表示脉冲控制时刻, 满足 $t_{k-1} < t_k$, 且 $\lim_{k \rightarrow +\infty} t_k = +\infty$.

注 1 由 Dirac 函数的定义可知

1) 当 $t \neq t_k$ 时, 由于 $\delta(t - t_k) = 0$, 此时, 控制协议(4)与协议(2)是等价的; 所有的智能体均基于其自身及邻居节点的状态连续改变自身的状态.

2) 当 $t = t_k$ 时, 根据 Dirac 函数的积分性质有:

$$\Delta x_1(t_k) = -b(x_1(t_k) - x_0) \quad (5)$$

这里 $\Delta x_1(t_k) = x_1(t_k^+) - x_1(t_k)$, 表示对第一个节点的脉冲控制输入, 其中 $x_1(t_k^+) = \lim_{t \rightarrow t_k^+} x_1(t)$, 进一步假定 $x_1(t_k) = \lim_{t \rightarrow t_k^-} x_1(t)$, 即状态 $x_1(t)$ 是左连续的. 由于没有对其余的节点实行控制, 因此这些节点的状态在 $t = t_k$ 保持不变, 它们是处处光滑的. 下面我们给出网络(1)在控制协议(4)下的一致性收敛分析.

3 模型一致性分析

定理 假设网络图 \mathcal{G} 是连通的, 如果存在常数 $\tau_0, \tau_1 \in R$, 使得对所有 $k \in \mathbb{N}$

$$(i) \quad |1 - b| < 1;$$

$$(ii) \quad 0 < \tau_0 \leq T_k = t_k - t_{k-1} \leq \tau_1 < +\infty;$$

则网络(1)在控制协议(4)下, 渐进收敛到引导者的状态 x_0 .

证明 定义网络系统(1)的一致性误差

$$e_i(t) = x_i(t) - x_0, i = 1, 2, \dots, n$$

令 $e(t) = [e_1(t), \dots, e_n(t)]^T$, 则系统(1)在控制输入协议(4)下可以表示为如下形式的脉冲微分方程组

$$\begin{cases} \dot{e}(t) = -Le(t), & t \neq t_k \\ e(t_k^+) = B_0 e(t_k), & t = t_k \end{cases} \quad (6)$$

其中 $B_0 = \text{diag}(1 - b, 1, \dots, 1)$.

令 $\xi(t) = U^T e(t)$, 由(6)式, 得

$$\begin{cases} \dot{\xi}(t) = -J\xi(t), & t \neq t_k \\ \xi(t_k^+) = B\xi(t_k), & t = t_k \end{cases} \quad (7)$$

其中 $B = U^T B_0 U$, $J = \text{diag}(0, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$.

由脉冲线性微分方程的理论, 不难得到方程(7)在区间 $t \in (t_{k-1}, t_k]$ 的解析解为

$$\xi(t) = \Phi(t, t_{k-1}) \prod_{j=1}^{k-1} B \Phi(t_j, t_{j-1}) \xi(t_0) \quad (8)$$

其中

$\Phi(t, t_{k-1}) = \text{diag}(1, e^{-\lambda_2(t-t_{k-1})}, \dots, e^{-\lambda_n(t-t_{k-1})})$, 为方程(7)中第一个方程在区间 $t \in (t_{k-1}, t_k]$ 的 Cauchy 矩阵.

由矩阵理论知识不难证明, 当 $|1-b| < 1$ 时, 有

$$\lambda(\Phi^T(t_j, t_{j-1})B^TB\Phi(t_j, t_{j-1})) < 1.$$

注意到 $\lambda(\Phi^T(t_j, t_{j-1})B^TB\Phi(t_j, t_{j-1}))$ 是关于 T_j 的连续函数, 所以在条件(ii)下, 由连续函数在闭区间上的最值性定理可知, 存在 $\gamma < 1$ 使得对所有的 $j \in \mathbb{N}$, 有

$$\|B\Phi(t_j, t_{j-1})\|_2 \leq \gamma < 1.$$

因此, 存在 $W > 0$ 使得

$$\|\xi(t)\|_2 \leq W\gamma^{k-1} \rightarrow 0, \text{ 当 } k \rightarrow +\infty.$$

得证.

注 2 由一致性分析过程可以发现, 只要脉冲强度满足条件(i)以及所有的脉冲间隔在一个有限的闭区间之内, 多智能体网络系统总是能收敛到任意给定的引导者的状态.

4 仿真及结果分析

本节中, 应用计算机数值仿真试验验证所得理论结果的正确性和有效性, 并进一步研究系统中的参数, 脉冲强度以及脉冲间隔对系统一致性性能的影响.

4.1 数值仿真设计

在数值仿真过程中, 使用四五阶的龙格-库塔法在 MatLab6.5 中对微分方程进行数值求解. 这里主要设计三个数值仿真实验, 用于展示多智能体网络系统跟随引导者的动态一致性过程; 一致性误差与脉冲强度的关系, 此时假设脉冲间隔保持不变; 一致性误差与脉冲间隔的关系, 同时脉冲强度保持不变. 在所有的计算机仿真试验中, 总是假设引导者的状态 $x_0 = 3$, 网络系统节点的初始状态均为 $[1, 1.5, 2, 4]^T$.

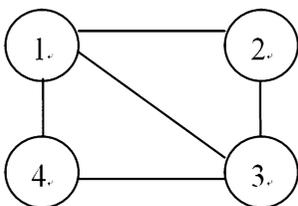


图 1 网络通讯拓扑结构图 9

Fig. 1 Network communication topology 9

考虑由 4 个多智能体构成的网络系统, 网络通讯拓扑结构如图 1 所示

其对应的 Laplacian 矩阵为

$$L = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

4.2 仿真结果及分析

仿真 1 取脉冲强度 $b = 0.4$, 等距离脉冲间隔 $T = t_k - t_{k-1} = 0.2$, 显然定理中的条件是成立的. 系统的动态一致性过程如图 2 所示, 仿真时间 $0 \leq t \leq 16$.

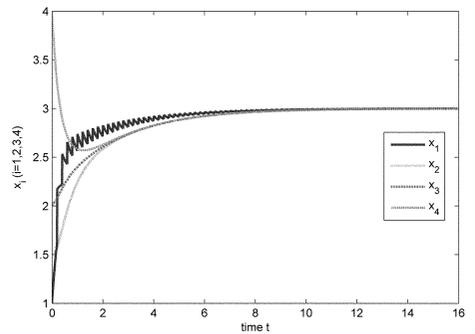


图 2 系统的状态反映曲线

Fig. 2 Time responses of state variables

仿真 2 在相同脉冲间隔条件下, 考察系统收敛到引导者的速度与脉冲强度 $b \in (0, 2)$ 的关系. 定义如下一致性误差量

$$E(t) = \left(\frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 e_i^2(t) \right)^{1/2}.$$

在时刻 $t = 20$ 处, 系统的一致性误差 $E(t)$ 与脉冲强度 b 的函数关系如图 3 所示.

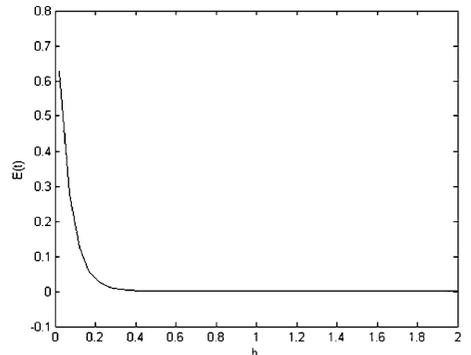


图 3 一致性误差与脉冲强度的关系

Fig. 3 The relationship between impulsive strength and consensus error

仿真 3 考虑在相同脉冲强度 $b = 0.3$ 的条件下, 系统的一致性误差 $E(t)$ 与脉冲间隔 T 的函

数关系如图4所示。

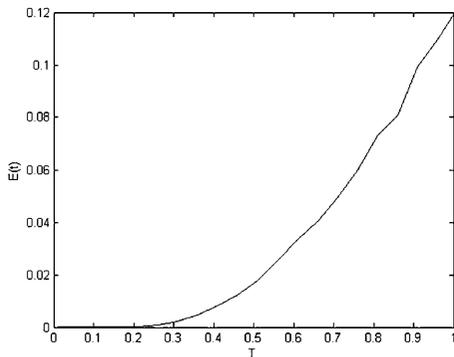


图4 一致性误差与脉冲间隔的关系

Fig. 4 The relationship between impulsive interval and consensus error

结果分析

1. 由仿真1可以看出,随着时间的演化,系统(1)渐进收敛到引导者的状态 $x_0 = 3$ 在系统的演化过程中,只有第一个智能体在一些离散时刻以脉冲方式更新自身的状态,其他智能体的状态曲线均是光滑的。

2. 由仿真2可以看出,当脉冲间隔固定不变的情况下,系统的一致性误差随着脉冲强度的增大而迅速减小.说明较大的脉冲强度的控制效果要好一些.另一方面,较大的脉冲强度会增加控制的难度以及控制成本。

3. 由仿真3可以看出,当脉冲强度固定不变的情况下,系统在同一时刻与引导者之间的一致性误差随着脉冲间隔的增加而增大.说明脉冲间隔的增大会延长系统达到一致性的时间.事实上,较小的脉冲间隔导致系统在相同的时间内获得的引导者的状态信息量大,因此整个达到一致性的时间变小.但是,较小的脉冲间隔虽然可以达到较快的收敛速度,但是需要较频繁的控制操作,也会导致控制成本的增加.因此,脉冲间隔以及脉冲强度的大小,要根据实际需求以及系统性能确定。

5 结论

基于脉冲牵引控制技术,本文介绍了具有静止状态引导者的一阶多智能体网络系统的动力学特征.通过在一系列离散时刻,仅仅控制网络中的单个节点的状态,即可使整个网络渐进收敛到引导者的状态,进而实现网络系统的一致性.对比以往的牵引控制工作,本文的主要贡献在于提出一阶多智

能体网络系统的脉冲牵引控制模型,给出了该网络系统的解析解.分析了系统的解析解的收敛性,建立了系统达到一致性的一个非常简单的充分条件.所得结果表明,在一定条件下,多智能体网络系统总是能渐进收敛到任意给定的引导者的状态.数值模拟表明了所获理论结果的正确性和有效性,并给出了网络中部分参数对系统一致性性能的影响。

参 考 文 献

- Jadbabaie A, Lin J, Morse A S. Coordination of groups of mobile autonomous agents using nearest neighbor rules. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, 48 (6): 988 ~ 1001
- Fax J A, Murray R M. Information flow and cooperative control of vehicle formations. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, 49(5): 1465 ~ 1476
- Olfati-Saber R, Murray R M. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, 49 (9): 1520 ~ 1533
- Ren W, Beard R W. Consensus seeking in multi-agent systems under dynamically changing interaction topologies. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, 50 (5): 655 ~ 661
- 马米花,蔡建平.外激励参数未知系统的同步控制及其参数识别. *动力学与控制学报*, 2012, 10 (1): 36 ~ 42 (Ma M H, Cai J P. Synchronization control of systems with unknown parameters in external exciting force and parameters identification. *Journal of Dynamics and Control*, 2012, 10(1): 36 ~ 42 (in Chinese))
- 史永杰,王银河.一类不确定互联系统的鲁棒分散自适应控制. *动力学与控制学报*, 2010, 8 (3): 239 ~ 244 (Shi Y J, Wang Y H. Robust decentralized adaptive control for a class of uncertain nonlinear interconnected systems. *Journal of Dynamics and Control*, 2010, 8(3): 239 ~ 244 (in Chinese))
- Zhou J, Xiang L, Liu Z. Synchronization in complex delayed dynamical networks with impulsive effects. *Physica A*, 2007, 384(2): 684 ~ 692
- Zhou J, Wu Q, and Xiang L. Pinning complex delayed dynamical networks by a single impulsive controller. *IEEE Transactions on Circuits and Systems-I: Regular Papers*, 2011, 58(12): 2882 ~ 2893

IMPULSIVE CONSENSUS OF NETWORKED MULTI-AGENT SYSTEM WITH A LEADER*

Yan Qing Ma Mihua Wu Hailiang

(1. Department of Mathematics and Computer Science, Tongren College, Tongren 554300, China)

(2. Shanghai Institute of Applied Mathematics and Mechanics, Shanghai University, Shanghai 200072, China)

(3. Jinan Municipal Engineering Design & Research Institute Co. Ltd, Jinan 250101, China)

Abstract The coordination and cooperative control of networked multi agent systems has many significant applications in the engineering world. This paper investigated the impulsive consensus problem of multi-agent system with an active leader. It is assumed that only one agent of the network updates its state in the impulse manner based on its and the leader's position at a series of discrete moments. By using tools from matrix theory, numerical analysis and the theory of impulsive differential equation, a simple yet generic criterion was then derived for consensus of the multi agent system. Consequently, computer numerical simulations verify and also visualize the theoretical results, which shows the impacts of the impulsive duration and impulsive strength on the convergence rate.

Key words networked multi-agent system, consensus, impulsive pinning control, cooperative control