第 10 卷第 1 期 2012 年 3 月
1672-6553/2012/10(1)/027-4

动力学与控制学报
JOURNAL OF DYNAMICS AND CONTROL

Vol. 10 No. 1
Mar. 2012

参数不确定离散混沌系统的模糊脉冲控制*

赵磊　施云贵

（黄山学院信息工程学院，黄山　245041）

摘要　研究了参数不确定离散混沌系统的控制问题. 通过 Takagi – Sugeno（TS）模糊动态模型和脉冲控制技术，建立了参数不确定离散混沌系统的 Takagi – Sugeno 模糊脉冲控制模型，然后利用矩阵分析和 Lyapunov 稳定性理论，得到了参数不确定离散混沌系统控制的一个充分条件，最后通过实例证实了该结果的正确性，相比传统的控制方法，基于 Takagi – Sugeno 模型的模糊脉冲控制方法具有一定的优越性.

关键词　离散混沌系统，　同步，　模糊控制，　脉冲控制

引言

1990 年，混沌控制和混沌同步都取得了突破性的进展，前者是由美国马里兰大学的 Ott，Grebogi 和 Yorke 首先提出的基于奇怪吸引子特性的 OGY 控制方法[1]，后者是由美国海军实验室的 Pecora 和 Carrol 提出的 PC 同步方法[2]，随后国内外学者提出了许多混沌控制和混沌同步的方法，例如线性状态反馈方法[3]、模糊控制方法[4-5]、脉冲控制方法[6-12]等.

到目前为止，国内外学者提出了许多基于精确模型的混沌系统控制策略. 然而当混沌系统模型不确定或者部分甚至所有参数未知时，这些方法就失效了. 在控制系统设计中，最关键且又最困难的是：如何针对复杂、变化而且不确定性的受控对象和环境，做出有效的控制决策. 同时，由于混沌系统对初始条件的敏感性，那么，对不确定混沌系统的控制和同步将更加不易.

针对上述问题，本文通过 Takagi – Sugeno（TS）模糊动态模型和脉冲控制技术，建立了参数不确定离散混沌系统的 Takagi – Sugeno 模糊脉冲控制模型. 与传统方法中采用 PDC（并行分布补偿）方案不同的是，本文将采用脉冲控制技术来实现控制. 这使得控制方案更容易在数字电路中实现. 最后，考虑了一个三阶离散混沌系统的控制问题，证明了这种方法的有效性.

1　T – S 模糊脉冲控制模型

一般离散非线性系统可用如下的状态空间模型描述

$$x(n+1)=f(x(n)) \tag{1}$$

其中 $x(n)\in R^n$ 是状态变量，$f(x)$ 是非线性向量函数.

众所周知，非线性系统不可能表示成全局线性系统，然而，它可以利用 $T-S$ 模型表示成一系列局部线性系统的模糊叠加，再对其加脉冲，即上述非线性系统可用如下的 $T-S$ 模糊脉冲控制模型描述，

R_i：If $z_1(n)$ is M_{i1} and⋯ and $z_p(n)$ is M_{ip}, then

$$\begin{cases} x(n+1)=A_i x(n), n\neq\tau_k \\ \Delta x(n)=B_{ik}x(n), n=\tau \\ x(0)=x_0 \end{cases}$$

$$i=1,2,\cdots,r, k=1,2,\cdots \tag{2}$$

式中 $M_{ij}(j=1,2,\cdots,p)$ 是模糊集合，r 是模糊推理规则数，$x(n)\in R^n$ 是状态变量 $z_1(n),z_2(n),\cdots,z_p(n)$ 是模糊前变量. A_i 是第 i 个子系统相应维数的矩阵，R_i 表示模糊系统的第 i 条规则. B_{ik} 是脉冲控制增益矩阵，$\Delta x(n)=x(n+1)-x(n)$，$\tau_1>0$，$\tau_{k+1}>\tau_k$，当 $k\to\infty$，$\tau_k\to\infty$.

由单点模糊化，乘积推理和平均加权反模糊化，可得到模糊系统的整个状态方程如下：

$$\begin{cases} x(n+1)=\sum_{i=1}^{r}h_i(z(n))A_i x(n), n\neq\tau_k \\ \Delta x(n)=\sum_{i=1}^{r}h_i(z(n))B_{ik}x(n), n=\tau \\ x(0)=x_0 \end{cases} \tag{3}$$

2011-08-16 收到第 1 稿，2011-10-16 收到修改稿.
* 黄山学院自然科学资助项目(2008xkjq016)，黄山学院自然科学重点资助项目(2011xkjq002)

式中 $z(n)=[z_1(n),z_2(n),\cdots,z_p(n)]$, $h_i(z(n))=\dfrac{w_i(z(n))}{\sum_{i=1}^{r}w_i(z(n))}$, $w_i(z(n))=\prod_{j=1}^{p}\mu_{ij}(z_j(n))$, $\mu_{ij}(z_j(n))$ 是 $z_j(n)$ 关于模糊集 M_{ij} 的隶属函数, $w_i(z(n))$ 满足

注意: $\sum_{i=1}^{r}h_i(z(n))=1, h_i(z(n))\geqslant 0, i=1,2,\cdots,r.$

引理 1: 设 $A_i\in N[P_i,Q_i]$,这里

$N[P_i,Q_i]=\{A_i=(a_{lm}^i)\in R^{n\times n}:p_{lm}^i\leqslant a_{lm}^i\leqslant q_{lm}^i, l,m=1,2,\cdots,n\}$

则矩阵 A_i 可以表示为: $A_i=A_{io}+E_i\sum_iF_i$ 其中, $A_{io}=\frac{1}{2}(P_i+Q_i)$, $H_i=(h_{lm}^i)=\frac{1}{2}(Q_i-P_i)$, $\sum_i\in\sum'=\{\sum\in R^{n^2\times n^2}h_{m=1}^i:\sum=diag(\varepsilon_{11},\varepsilon_{12},\cdots,\varepsilon_{nn}),|\varepsilon_{lm}|\leqslant 1,l,m=1,2,\cdots,n\}$, $E_iE_i^T=diag\{\sum_{m=1}^{n}h_{1m}^i,\cdots,\sum_{m=1}^{n}h_{nm}^i\}$, 和 $F_i^TF_i=diag\{\sum_{l=1}^{n}h_{l1}^i,\cdots,\sum_{l=1}^{n}h_{ln}^i\}$

根据引理 1,系统(3)可变为参数不确定离散混沌系统的模糊脉冲控制模型:

$$\begin{cases}x(n+1)=\sum_{i=1}^{r}h_i(z(n))(A_{io}+E_i\sum_iF_i)x(n), n\neq\tau_k\\ \Delta x(n)=\sum_{i=1}^{r}h_i(z(n))B_{ik}x(n), n=\tau_k\end{cases}\tag{4}$$

2 系统的稳定条件

系统控制的目标为找到合适的脉冲控制增益矩阵 B_{ik} 和脉冲间隔 $\Delta_k=\tau_k-\tau_{k-1}<\infty$,使得系统(4)在脉冲序列控制下稳定.

引理 2: 对于任意的矩阵 X_i,Y_i,则存在相应维数的矩阵 $P>0$,使下列不等式成立:

$$2\sum_{i=1}^{r}\sum_{i=1}^{r}h_ih_jX_i^TPY_j\leqslant\sum_{i=1}^{r}h_i(X_i^TPX_i+Y_i^TPY_i)\tag{5}$$

其中 $h_i=h_i(z(n))\geqslant 0, \sum_{i=1}^{r}h_i(z(n))=1.$

引理 3: 设 $\sum\in\sum'$,则对任意的正实数 $\lambda>0$ 和相应维数的矩阵 A,X,Y 有:

$$X\Sigma Y+Y^T\Sigma X^T\leqslant\lambda^{-1}XX^T+\lambda Y^TY$$

同时对任意给定的矩阵 $P>0$ 和常数 $\xi>0$,满足 $\xi I-Y^TPY>0$ 时,有

$$(A+X\Sigma Y)^TP(A+X\Sigma Y)\leqslant A^TPA+A^TPY(\xi I-Y^TPY)^{-1}Y^TPA+\xi^{-1}X^TX$$

定理 1: 假设存在 $\alpha>0,\xi>0,\beta_k>0$ 和正定矩阵 P,使系统(4)满足下面两个条件:

(1) $\begin{bmatrix}A_{io}^TPA_{io}-\alpha P & E_i & F_i^TPA_{io}\\ E_i^T & -\xi I & 0\\ A_{io}^TPF_i & 0 & -(\xi I-F_i^TPF)\end{bmatrix}\leqslant 0, i=1,\cdots,r;$

(2) $(I+B_{ik})^TP(I+B_{ik})-\beta_kP\leqslant 0, i=1,\cdots,r;$

如果存在 $\zeta>1$,使得 $(\Delta_k-1)\ln\alpha+\ln\zeta\beta_k<0$ 成立,则系统(4)是渐近稳定的.

证明: 构造一个 Lyapunov 函数 $V(x(n))=x^T(n)Px(n)$,

当 $n\neq\tau_k$ 时,根据引理 2 和引理 3 得:

$$\begin{aligned}&V(x(n+1))=x(n+1)^TPx(n+1)=\\&(\sum_{i=1}^{r}h_i(z(n))(A_{io}+E_i\Sigma_iF_i)x(n))^TP\\&(\sum_{i=1}^{r}h_i(z(n))(A_{io}+E_i\Sigma_iF_i)x(n))=\\&x(n)^T\sum_{i=1}^{r}\sum_{i=1}^{r}h_i(z(n))h_j(z(n))(A_{io}+E_i\Sigma F_i)^TP(A_{jo}+E_j\Sigma F_j)x(n)\leqslant\\&\sum_{i=1}^{r}h_i(z(n))x^T(n)(A_{io}+E_i\Sigma_iF_i)^TP(A_{io}+E_i\Sigma_iF_i)x(n)\leqslant\sum_{i=1}^{r}h_i(z(n))x^T(n)(A_i^TPA_i+\\&A_i^TPF_i(\zeta I-F_i^TPF_i)^{-1}F_i^TPA_i+\zeta^{-1}E_i^TE_i)x(n)\end{aligned}\tag{6}$$

根据定理 1 中的条件 1,有 $A_i^TPA_i+A_i^TPF_i(\xi-F_i^TPF_i)^{-1}F_i^TPA_i+\xi^{-1}E_i^TE_i\leqslant\alpha P$

因此(6)得:

$$V(x(n+1))\leqslant\alpha V(x(n))$$

当 $n=\tau_k$ 时,根据引理 1 和定理 1 中的条件 2 得:

$$\begin{aligned}&V(x(\tau_k+1))=(x(\tau_k)+\sum_{i=1}^{r}h_i(z(\tau_k))B_{ik}x(\tau_k))^TP(x(\tau_k)+\sum_{i=1}^{r}h_i(z(\tau_k))B_{ik}e(\tau_k))=x(\tau_k)^T\sum_{i=1}^{r}h_i(z(\tau_k))(I+\\&B_{ik})^TP\sum_{i=1}^{r}h_i(z(\tau_k))(I+B_{ik})x(\tau_k)=\\&x(\tau_k)^T\sum_{i=1}^{r}h_i(z(\tau_k))\sum_{i=1}^{r}h_j(z(\tau_k))(I+B_{ik})^T\\&P(I+B_{jk})x(\tau_k)\leqslant\sum_{i=1}^{r}h_i(z(\tau_k))x(\tau_k)^T(I+\\&B_{ik})^TP(I+B_{ik})x(\tau_k)\leqslant\beta_kV(x(\tau_k))\end{aligned}\tag{7}$$

当 $n\in(\tau_k,\tau_{k+1}]$ 时,

$$V(x(n))\leqslant\alpha V(x(n-1))\leqslant\cdots\leqslant\alpha^{n-\tau_k-1}V(x(\tau_k+1))\leqslant\alpha^{n-\tau_k-1}\beta_kV(x(\tau_k))\leqslant$$

$$\alpha^{n-\tau_k-1}\beta_k\alpha^{\tau_k-\tau_{k-1}-1}\beta \leqslant$$

$$\alpha^{n-\tau_k-1}\beta_k\alpha^{\tau_1-1}\prod_{i=1}^{k-1}\alpha^{\tau_{i+1}-\tau_i-1}\beta_i V(x(0)) \qquad (8)$$

将(8)改写成:

$$V(x(n)) \leqslant \alpha^{\Delta_{k+1}-1}\beta_1\alpha^{\Delta_1-1}\cdots\beta_k\alpha^{\Delta_k-1}V(x(0)) \leqslant$$

$$\alpha^{\Delta_{k+1}-1}\frac{1}{\zeta^k}V(x(0)),(\alpha>1) \qquad (9)$$

$$V(x(n)) \leqslant \beta_1\alpha^{\Delta_1-1}\cdots\beta_k\alpha^{\Delta_k-1}V(x(0)) \leqslant$$

$$\frac{1}{\zeta^k}V(x(0)),(0<\alpha<1) \qquad (10)$$

无论哪种情况,当 $k\to\infty$,即 $n\to\infty$,$x(n)\to 0$,所以系统(4)是渐近稳定的.

3　数值仿真

考虑如下三维离散混沌系统

$$\begin{cases} x_1(n+1)=x_2(n) \\ x_2(n+1)=x_1(n)(1-x_3(n))+ax_2(n) \\ x_3(n+1)=x_1(n)x_2(n) \end{cases} \qquad (11)$$

当 $a=0.7778$ 时,给出初始条件 $x(0)=[-0.4521,1.1345,0.2443]^T$,系统(11)的混沌行为见图 1.

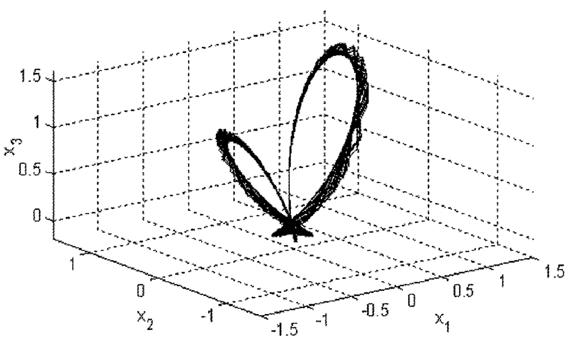

图 1　系统的混沌吸引子

Fig. 1　Chaotic attractor of system

假设 $x_1(n)\in[-d,d]$ 且 $d>0$,那么系统(11)的 TS 模型可表示为

R_1:If $x_1(n)$ is $M_1(x_1(n))$,then $x(n+1)=A_1x(n)$;

R_2:If $x_1(n)$ is $M_2(x_1(n))$,then $x(n+1)=A_2x(n)$;

其中 $x(n)=[x_1(n),x_2(n),x_3(n)]^T$,$A_1=\begin{bmatrix}0&1&0\\1&a&d\\0&-d&0\end{bmatrix}$,$A_1=\begin{bmatrix}0&1&0\\1&a&d\\0&-d&0\end{bmatrix}$,$M_1(x_1(t))=\frac{1}{2}(1-\frac{x_1(t)}{d})$,$M_2(x_1(t))=\frac{1}{2}(1+\frac{x_1(t)}{d})$,$d=1.5$.

当参数 $a=0.7778\pm0.3$ 时,取 B_{ik} $\begin{bmatrix}-0.9817&0&0\\0&-0.9817&0\\0&0&-0.9817\end{bmatrix}$,$\alpha=3.0681$,$\beta_k=-.0193$. 当 $\zeta=1.2$ 时,根据 $(\Delta_k-1)\ln\alpha+\ln\xi\beta_k<0$ 得:$\Delta_k<4.3587$. 系统(11)控制后的状态轨迹如图 2 所示.

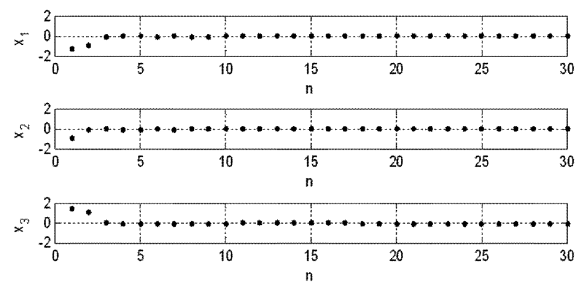

图 2　状态响应

Fig. 2　The state responses

4　结论

本文运用脉冲控制技术对参数不确定离散混沌系统进行控制,提出了一种新的脉冲控制鲁棒稳定判据以及脉冲控制器的设计. 仿真结果表明方法的可行性,与传统的方法相比,具有脉冲控制法简单、能耗低等优点.

参　考　文　献

1　Ott E, Grebogi C, Yorke J A. Controlling chaos. *Phys Rev Lett*, 1990, 64(11):1196～1199

2　Pcora L M, Carroll T L. Synchronization in chaotic systems. *Phys. Rev. Lett*, 1990, 64(8): 821～823

3　Wang X F, Chen G. Generating topologically conjugate chaotic systems via feedback control. *IEEE Trans Circ Syst I*, 2003, 50(6):812～817

4　Takagi T, Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its application to modeling and control. *IEEE Trans Syst Man Cybern*, 1985, 15(1):116～132

5　Kazuo T, Takayuki I, Wang H O. A unified approach to controlling Chaos via an LMI-Based fuzzy control system design. *IEEE Trans. Circ. Syst*, 1998, 45(10):1021～1040

6　Liu B, Liu X Z. Robust stability of uncertain discrete impulsive systems. *IEEE Trans. Circ. Syst*, 2007, 54(5): 455 ~ 459

7 Gao Y B, Zhang X M, Zheng Y F. Impulsive synchronization of discrete-time chaotic systems under communi-cation constraints. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2011, 16(3):1580 ~ 1588

8 Zheng Y A, Nian Y B, Liu Z R. Impulsive synchronization of discrete chaotic systems. *Chin Phys Lett*, 2003, 20(2): 199 ~ 201

9 Zhong Q S, Bao J F, Yu Y B, Liao X F. Exponential stabilization for discrete Takagi-Sugeno fuzzy system via impulsive control. *Chaos Solitons and Fractals*, 2009,41(4): 2123 ~ 2127

10 张刚,张伟. 复杂网络的脉冲同步. 动力学与控制学报, 2009,7(1):1 ~ 4 (Zhang G, Zhang W. Impulsive synchronization of complex network. *Journal of Dynamics and Control*, 2009,7(1):1 ~ 4(in Chinese))

11 缪志强,王耀南. 基于 T-S 模糊模型的混沌系统脉冲控制. 动力学与控制学报, 2010,8(3):229 ~ 233 (Miao Z Q, Wang Y N. T-S model-based impulsive control of chaotic systems. *Journal of Dynamics and Control*, 2010,8(3):229 ~ 233 (in Chinese))

12 李东,王时龙,张小洪,杨丹. 参数不确定永磁同步电机混沌的模糊脉冲控制. 物理学报, 2009,58(5): 2939 ~ 2948(Li D, Wang X L, Zhang X H, Yang D. Fuzzy impulsive control of chaos in permanent magnet synchronous motors with parameter uncertainties. *Acta Physica Sinica*, 2009,58(5):2939 ~ 2948(in Chinese))

FUZZY IMPULSIVE CONTROL OF DISCRETE CHAOTIC SYSTEMS WITH PARAMETER UNCERTAINTIES *

Zhao Lei Shi Yungui

(*College of Information Engineering, Huangshan University, Huangshan* 245041, *China*)

Abstract This paper was concerned with the synchronization of discrete chaotic systems with parameter uncertainties. The Takagi-Sugeno(T-S) fuzzy impulsive control model for discrete chaotic systems with parameter uncertainties was established via the T-S modeling technique and impulsive technique. Based on the new model, a sufficient control condition for discrete chaotic systems with parameter uncertainties has been derived by matrix analysis and Lyapunov theory. An illustrative example was given to show the effectiveness of the results. Compared with the existing results, the obtained results exhibit certain advantage.

Key words discrete chaotic systems, synchronization, fuzzy control, impulsive control

Received 16 August 2011, revised 16 October 2011.

* The project supported by the Scienece Foundation of Huangshan University(2008xkjq016), the Scienece Important Foundation of Huangshan Universit(2011xkjq002)