

基于 DSP Builder 的时滞混沌系统数字电路设计研究*

陈志燕 朱晓锦 高志远 王划

(上海大学机电工程与自动化学院,上海市电站自动化技术重点实验室,上海 200072)

摘要 采用一阶差分方程对时滞 Lorenz 混沌系统进行预处理,提出了基于 DSP Builder 的时滞混沌系统数字电路设计方法. 此方法克服了用模拟电路设计混沌系统时,对元器件偏差及环境影响较敏感的缺陷,同时对时滞混沌系统的混沌抑制问题进行了讨论,针对系统模型描述,设计了线性控制器,并在系统离散化的基础上进行了系统数字电路设计;最后进行了数值仿真实验,验证了所提方法的有效性和可行性.

关键词 时滞混沌, DSP Builder, 数字电路, 线性控制

引言

非线性科学是一门研究非线性现象共性的基础科学,其中混沌理论是非线性科学的一个重要分支;近些年来,对混沌系统的控制成为学术研究的热点,而如何有效地抑制有害混沌和引导有益混沌,也成为控制领域研究的难点. 随着人类对混沌现象的不断探索,对其动力学行为和基本特性有了一定的了解:确定性系统产生的随机性,初值敏感性等. Lorenz 混沌^[1]系统是典型的混沌系统,该系统非常直观地描述了混沌的本质. 1977年, Mackey 和 Glass 首先在时滞系统^[2]中发现了混沌现象,在之后的研究中发现很多具有非线性的时滞系统都表现出混沌现象. 与非时滞混沌系统相比,时滞混沌系统的解空间具有无限维,具有更丰富的动力学行为,即使一阶非线性时滞动力系统也可以产生混沌吸引子.

在对时滞混沌系统以及混沌控制学研究的基础上,如何为时滞混沌系统设计经济、简单、易实现的控制器已成为混沌学研究的重要方向. 随着时滞混沌控制学的发展,许多方法^[3-5]被引用到时滞混沌系统的研究中,如反馈线性化方法,自适应控制法,滑模控制法,微分几何方法,模糊控制法等,同时线性控制器^[6]因其众多优点而备受青睐,本文拟设计线性控制器对时滞混沌系统进行控制.

模拟电路成本较高,再加上其动力行为易受外界影响,这些不利因素使得利用数字电路实现混沌

系统成为一种新趋势. DSP Builder 是一个算法级设计工具,它作为 matlab 的一个 Simulink 工具箱,帮助设计者完成基于 FPGA 器件的 DSP 系统设计. 目前利用 DSP Builder 平台实现混沌数字电路产生了一些有效成果. 李云飞等人在文献[7]中介绍了 DSP builder 优点,并给出基于该平台的数字电路信号处理方法;李国辉等人^[8]在 DSP Builder 平台上,完成整数阶 Jerk 混沌系统的数字电路实现;2007年吴蕾等人^[9]在研究混沌系统的基础上,基于 DSP Builder,采用一种数字差分算法和一种简易时滞环节,实现了 Lorenz 吸引子和类陈氏吸引子.

DSP Builder^[10]在数字电路设计中发挥了越来越重要的作用,然而利用 DSP Builder 平台实现时滞混沌系统的文献报道还比较少见. 本文针对 Lorenz 时滞混沌系统,提出基于 DSP Builder 的数字离散化方法,并且设计出线性控制器对时滞混沌系统进行控制. 基于 DSP Builder 设计的数字电路直观明了,参数修改简单方便,易于仿真及后续的 FPGA 电路实现.

1 系统模型描述

Lorenz 系统起源于大气对流模型,自从发现 Lorenz 系统以来,人们已经对这个系统进行了大量而深入的研究.

Lorenz 系统的动力学方程表示如下:

2011-05-27 收到第1稿,2011-07-29 收到修改稿.

*上海大学“十一五”211 建设计划,上海市电站自动化技术重点实验室支持,上海市自然科学基金(11ZR1412400),上海市教委“机械电子工程”创新团队和上海大学研究生创新基金项目资助

$$\begin{cases} \dot{g}_1(t) = m(g_2(t) - g_1(t)) \\ \dot{g}_2(t) = rg_1(t) - g_2(t) - g_1(t)g_3(t) \\ \dot{g}_3(t) = g_1(t)g_2(t) - bg_3(t) \end{cases} \quad (1)$$

其中 m, r, b 为系统参数, 当 $m = 10, r = 28, b = 8/3$ 时, 系统可以产生混沌吸引子.

文献[6]讨论了含有时滞的 Lorenz 系统, 其数学模型为:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = m(x_2(t) - x_1(t)) - u_1(t) \\ \dot{x}_2(t) = rx_1(t) - x_2(t - \tau) - x_1(t)x_3(t) - u_2(t) \\ \dot{x}_3(t) = x_1(t)x_2(t) - bx_3(t - \tau) - u_3(t) \end{cases} \quad (2)$$

其中 m, r, b 为系统参数, $u = (u_1, u_2, u_3)^T$ 为待定的控制输入; τ 是系统时滞. 从参考文献[6]可以看出, 通过选择不同的时滞, 系统(2)可以产生混沌现象. 图1是 $m = 10, r = 28, b = 8/3, u = (u_1, u_2, u_3)^T$ 和 $\tau = 0.15$ 时系统(2) matlab 仿真结果图.

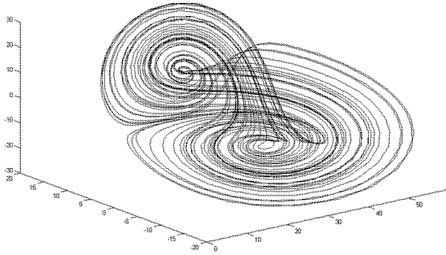


图1 时系统(2)混沌状态图

Fig.1 Chaotic attractor of system (2)

2 线性控制器的设计

在设计控制器之前, 先介绍一个重要引理.

引理 1^[11] 考虑如下时滞微分系统

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(t, x(t), x(t - \tau(t))) \\ x(t) = \varphi(t), \quad t \in I_0 \end{cases} \quad (3)$$

其中 $f: R \times R^n \times R^n \rightarrow R^n$ 是连续函数, 且 $f(t, 0, 0) = 0$; 时滞 τ 满足 $0 \leq \tau(t) \leq \tau_m, I_0 = [t_0 - \tau_m, t_0], \varphi(t)$ 是 I_0 上的连续函数, 设系统的解存在, 且唯一. 如果存在 $R^n \times R^n \rightarrow R^n$ 的连续函数 $V(t, x(t))$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上满足条件:

1) $\mu(\|x\|) \leq V(t, x(t)) \leq \nu(\|x\|)$, 其中 μ, ν 为 K 类函数;

2) $\frac{dV}{dt} \Big|_{(3)} \leq a(t)V(t) + b(t) \sup_{t-\tau(t) \leq \theta \leq t} V(\theta)$, 其

中 $a(t), b(t)$ 是连续函数, $a(t) \leq -\alpha < 0, b(t) \geq 0$ 且 $\frac{b(t)}{|a(t)|} \leq w < 1$, 这里 w 是常实数, 则系统(3)零

解渐近稳定.

现针对上述系统(2), 进行控制器设计, 使得混沌现象消除, 实现混沌抑制.

考虑下述正定函数

$$V(x(t)) = \frac{1}{2}x_1^2 + \frac{1}{2}x_2^2 + \frac{1}{2}x_3^2$$

沿着时滞混沌系统(2)对其求导可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}(x(t)) = & x_1[m(x_2(t) - x_1(t)) - u_1(t)] + \\ & x_2[rx_1(t) - x_2(t - \tau) - x_1(t)x_3(t) - u_2(t)] + \\ & x_3[x_1(t)x_2(t) - bx_3(t - \tau) - u_3(t)] \end{aligned} \quad (4)$$

其中: τ 是系统(2)中时滞, $\tau = \tau(t) (0 \leq \tau(t) \leq \tau_m)$; u 是控制器, 因为线性控制器的简单易实现性而备受工程人员所青睐, 本文拟设计线性控制器, 即:

$$u = (u_1, u_2, u_3)^T = (k_1x_1(t), k_2x_2(t), k_3x_3(t))^T$$

其中 k_1, k_2, k_3 是待定的线性控制器参数.

则式(4)可写成:

$$\begin{aligned} \dot{V}(x(t)) = & mx_1x_2 - (m + k_1)x_1^2 + rx_1x_2 - \\ & x_2x_2(t - \tau) - x_2x_1(t)x_3(t) - k_2x_2^2 + \\ & x_2x_1(t)x_3(t) - bx_3x_3(t - \tau) - k_3x_3^2 = \\ & (m + r)x_1x_2 - (m + k_1)x_1^2 - x_2x_2(t - \tau) - \\ & k_2x_2^2 - bx_3x_3(t - \tau) - k_3x_3^2 \end{aligned}$$

则

$$\dot{V}(x(t)) \leq \frac{m+r}{2}(x_1^2 + x_2^2) - (m + k_1)x_1^2 +$$

$$\frac{1}{2}(x_2^2 + x_2^2(t - \tau)) - k_2x_2^2 + \frac{b}{2}(x_3^2 + x_3^2(t - \tau)) - k_3x_3^2$$

即

$$\begin{aligned} \dot{V}(x(t)) \leq & -(k_1 + \frac{m-r}{2})x_1^2 - (k_2 - \frac{m+r+1}{2})x_2^2 - \\ & (k_3 - \frac{b}{2})x_3^2 + \frac{1}{2}x_2^2(t - \tau) + \frac{b}{2}x_3^2(t - \tau) \end{aligned} \quad (5)$$

令

$$\frac{T}{2} = \max\{-(k_1 + \frac{m-r}{2}), -(k_2 - \frac{m+r+1}{2}), -(k_3 - \frac{b}{2})\}$$

$$\frac{W}{2} = \max(\frac{1}{2}, \frac{b}{2});$$

则

$$\dot{V}(x(t)) \leq T(\frac{1}{2}x_1^2 + \frac{1}{2}x_2^2 + \frac{1}{2}x_3^2) +$$

$$W(\frac{1}{2}x_2^2(t - \tau) + \frac{1}{2}x_3^2(t - \tau))$$

因此:

$$\dot{V}(x(t)) \leq T(V(x(t))) + W\left(\frac{1}{2} \sup_{t-\tau \leq \theta \leq t} x_2(\theta)^2 + \frac{1}{2} \sup_{t-\tau \leq \theta \leq t} x_3(\theta)^2\right) \quad (6)$$

现已知

$$\sup_{t-\tau \leq \theta \leq t} V(x(\theta)) = \frac{1}{2} \sup_{t-\tau \leq \theta \leq t} x_1(\theta)^2 + \frac{1}{2} \sup_{t-\tau \leq \theta \leq t} x_2(\theta)^2 + \frac{1}{2} \sup_{t-\tau \leq \theta \leq t} x_3(\theta)^2 \quad (7)$$

因此,由(6)式可得:

$$\dot{V}(x(t)) \leq T(V(x(t))) + W \sup_{t-\tau \leq \theta \leq t} V(x(\theta)) \quad (8)$$

根据引理一可知,当 $W/|T| < 1$ 时,系统(2)零点渐进稳定. 线性控制器 $u = (u_1, u_2, u_3)^T = (k_1 x_1(t), k_2 x_2(t), k_3 x_3(t))^T$ 的增益 k_1, k_2, k_3 可由不等式 $W/|T| < 1$ 来确定.

3 系统离散化

现在许多系统都能用数字电路实现,采用数字电路有许多优点,系统比较稳定,算法的改进也比较方便,所以本文采用数字离散算法实现混沌系统. 连续系统数字仿真的基础是数字积分,常规的解微分方程的方法主要有 Newton 法、Euler 法、Adams 法和 Runge - Kutta 法. 这几种方法计算量大,耗时较长且不能自启动,因此不太适合用硬件实现. 本文采用一种通用快速数字差分算法^[12,13]:

$$\dot{x}(t) = \frac{x(k+1) - x(k)}{\Delta T}$$

即

$$x(k+1) = \dot{x}(t)\Delta T + x(k) \quad (9)$$

上式中 ΔT 为采样时间,采样时间 ΔT 的取值必须合理. 根据奈奎斯特采样定理,采样频率 $1/\Delta T$ 至少应大于信号截止频率的 2 倍,才能使离散化的系统与原系统保持相同的动力学特性. 离散化时,时滞可设置为采样周期的整数倍,也就不会产生多余的计算量. 采用上述(9)的离散化公式,对于含有线性控制器的系统(2),其差分方程表示为:

$$\begin{cases} z_1(k+1) = m(z_2(k) - z_1(k))\Delta T - k_1 z_1(k)\Delta T + z_1(k) \\ z_2(k+1) = rz_1(k)\Delta T - z_2(k - N)\Delta T - z_1(k)z_3(k)\Delta T - k_2 z_2(k)\Delta T + z_2(k) \\ z_3(k+1) = z_1(k)z_2(k)\Delta T - bz_3(k - N)\Delta T - k_3 z_3(k)\Delta T + z_3(k) \end{cases} \quad (10)$$

其中, N 表示时滞 τ 经离散化后在数字电路的值,根据采样的定义知, $N = \tau/\Delta T$; ΔT 为采样时间. 从(10)式可以看出,离散后的系统主要是几个数乘和二次相乘运算,计算量很小,很适合在数字系统中实现.

4 系统的数字电路设计

本文采用 Matlab/Simulink R2010a 和 Quartus II 8.1/DSP Builder 8.1SP2 软件平台进行混沌系统数字电路设计. DSP Builder 作为 Simulink 的一个扩展模块库,能直接调用库中单元进行电路设计,避免了涉及底层硬件级设计和硬件描述语言编程,因此开发周期短,成本低.

在系统(2)中,当系统不包含控制器,即控制器 $u_i = 0 (i = 1, 2, 3)$ 时,在差分方程(10)中 $k_i = 0 (i = 1, 2, 3)$. 取系统初值为 (1, 5, 5), 系统参数为 $m = 10, r = 28, b = 8/3$, 采样周期取 $\Delta T = 0.001$. 因为在系统(2)中 $\tau = 0.15$,则在系统(10)中对应于 $N = \tau/\Delta T = 150$,系统差分方程(10)可写成:

$$\begin{cases} z_1(k+1) = 10(z_2(k) - z_1(k))0.001 + z_1(k) \\ z_2(k+1) = 28z_1(k)0.001 - z_2(k - 150)0.001 - z_1(k)z_3(k)0.001 + z_2(k) \\ z_3(k+1) = z_1(k)z_2(k)0.001 - 8/3z_3(k - 150)0.001 + z_3(k) \end{cases} \quad (11)$$

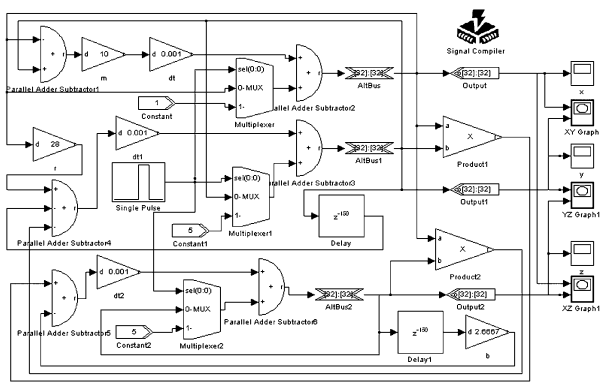


图 2 系统(2)中不含控制时系统数字电路图

Fig. 2 Digital circuit for system (2) without controller

根据表达式(11)构建基于 DSP Builder 平台的不含控制器的 Lorenz 时滞混沌数字电路图,如图 2 所示,图中乘法器,延时单元 $1/Z$,加法器是 DSP Builder 中自带的模块,示波器是 Simulink 中的模块. 由前面分析可知,数字电路中调整 N 的值即可

调整系统时滞大小. 其中示波器主要用于查看仿真得到的 x, y, z 信号相空间轨迹图及其时域图. 设计完成后用 mdl 文件形式保存设计文件, 在 Simulink 下进行混沌吸引子的 FPGA 仿真.

根据系统方程(14), 利用 DSP Builder 平台构建出含线性控制器的 Lorenz 时滞混沌数字电路, 如图(3)所示.

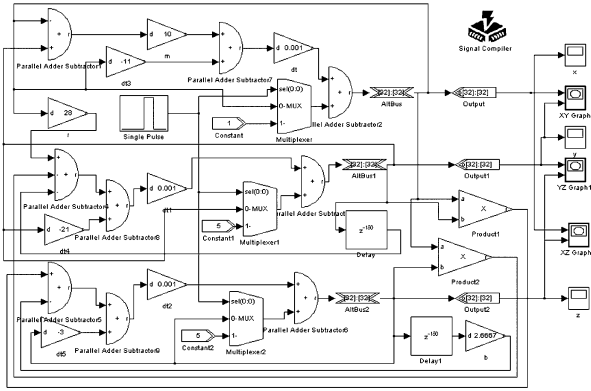


图3 系统(2)含线性控制项时系统数字电路图

Fig.3 Digital circuit for system (2) with a linear controller

下面考虑系统(2)中包含控制器时的数字电路设计, 取系统初值为(1, 5, 5), 参数取为 $m = 10, r = 28, b = 8/3$. 根据本文第三部分分析知当 $W/|T| < 1$ 时, 线性控制器能够镇定时滞混沌系统. 由前面分析知:

$$\frac{W}{2} = \max\left(\frac{1}{2}, \frac{b}{2}\right);$$

$$\frac{T}{2} = \max\left\{-\left(k_1 + \frac{m-r}{2}\right), -\left(k_2 \frac{m+r+1}{2}\right), -\left(k_3 \frac{b}{2}\right)\right\}$$

(12)

且 $T < 0$, 则 $W = b = 8/3$, 则条件 $W/|T| < 1$ 可转变为:

$$\begin{cases} \left| -\left(k_1 + \frac{m-r}{2}\right) \right| > \frac{4}{3} \\ \left| -\left(k_2 \frac{m+r+1}{2}\right) \right| > \frac{4}{3} \\ \left| -\left(k_3 \frac{b}{2}\right) \right| > \frac{4}{3} \end{cases}$$

(13)

将系统参数 $m = 10, r = 28, b = 8/3$ 代入方程组(13) 运算可得:

$$k_1 > \frac{31}{3}, k_2 > \frac{125}{6}, k_3 > \frac{8}{3}$$

当 $k_1 = 11, k_2 = 21, k_3 = 3$ 时, 不等式(13) 可以成立, 下述数字电路设计过程中控制器增益就采取为 $k_1 = 11, k_2 = 21, k_3 = 3$. 采样周期取 $\Delta T = 0.001$, 在系统

(2) 中 $\tau = 0.15$, 同理则 $N = \tau/\Delta T = 150$, 则系统方程(10) 可表示为:

$$\begin{cases} z_1(k+1) = 10(z_2(k) - z_1(k))0.001 - 11z_1(k)0.001 + z_1(k) \\ z_2(k+1) = 28z_1(k)0.001 - z_2(k-150)0.001 - z_1(k)z_3(k)0.001 - 21z_2(k)0.001 + z_2(k) \\ z_3(k+1) = z_1(k)z_2(k)0.001 - 8/3z_3(k - N)0.001 - 3z_3(k)0.001 + z_3(k) \end{cases}$$

(14)

5 仿真结果

图4、图5、图6 是用图2 中时滞 Lorenz 系统数字电路得到的结果, 分别表示 $x-y, x-z, y-z$ 平面上的相图, 从仿真结果中可以看出, 不含控制器时, 经数字化的时滞 Lorenz 系统可以产生混沌吸引子.

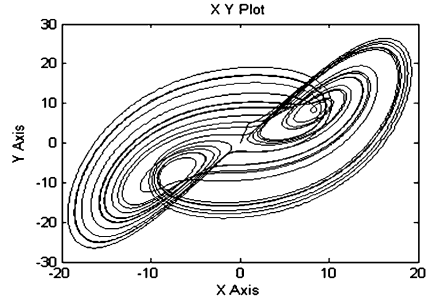


图4 数字电路图(2)中 $x-y$ 相图

Fig.4 Chaotic phase $x-y$ diagram for system in Fig. 2

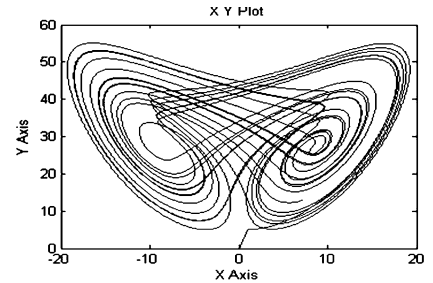


图5 数字电路图(2)中 $x-z$ 相图

Fig.5 Chaotic phase $x-z$ diagram for system in Fig. 2

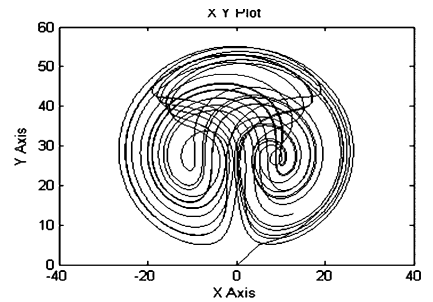


图6 数字电路图(2)中 $y-z$ 相图

Fig.6 Chaotic phase $y-z$ diagram for system in Fig. 2

利用图3中含线性控制器的 Lorenz 时滞混沌系统,讨论含线性控制器情况时的 Lorenz 系统时域图,得到仿真结果如图7、图8、图9所示;从仿真图中可以看出,利用线性控制器可以将系统稳定在零点.

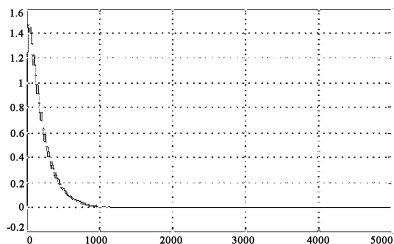


图7 数字电路图(3)中 x 状态时域图

Fig. 7 State trajectory of system in Fig. 3, $x-t$

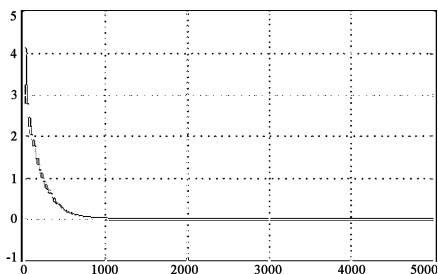


图8 数字电路图(3)中 y 状态时域图

Fig. 8 State trajectory of system in Fig. 3, $y-t$

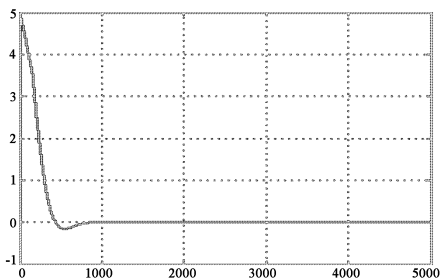


图9 数字电路图(3)中 z 状态时域图

Fig. 9 State trajectory of system in Fig. 3, $z-t$

6 结论

本文以时滞 Lorenz 系统为例,突破了用模拟电路产生混沌吸引子的传统方法,通过 DSP Builder 工具实现了基于 FPGA 的时滞 Lorenz 混沌系统.采用一阶差分算法离散化后,Lorenz 方程的数字仿真计算量大大减少,时延容易做到,并且克服了设计混沌模拟电路难和不稳定的缺点,同时系统仿真参数易修改.本文同时设计了线性控制器,仿真结果表明,该控制器能够有效地镇定 Lorenz 时滞混沌系统.可以看出,本文所提出的方法也适用于其它时滞混沌系统,具有普适性,给出了运用 DSP Builder

平台实现时滞混沌的数字电路的新思路.

参 考 文 献

- 1 Lorenz Edward Norton. Deterministic nonperiodic flow. *Journal of Atmosphere Science*, 1963, 20: 130 ~ 141
- 2 赖宏慧,张小红. Lorenz 系统族自时滞混沌同步研究. 计算机应用于软件,2009,26(8):38 ~ 41(Lai H H, Zhang X H. Study on self-time-delay chaotic synchronization of Loren system families. *Computer Application and Software*, 2009,26(8):38 ~ 41 (in Chinese))
- 3 彭建华,刘延柱. 弹性细杆的混沌形态. 动力学与控制学报,2005,3(2):36 ~ 40 (Peng J H, Liu Y Z. Chaotic configuration of a thin elastic rod. *Journal of Dynamics and Control*, 2005,3(2):36 ~ 40 (in Chinese))
- 4 Guan X P, Chen C L. Adaptive fuzzy control for chaotic systems with H^∞ tracking performance. *Fuzzy Sets and Systems*, 2003, 139(1): 81 ~ 89
- 5 M T Yassen. Adaptive chaos control and synchronization for uncertain new chaoticdynamical system. *Physics Letters A*, 2006, 350: 36 ~ 44
- 6 Li L X, Peng H P, Yang Y X, Wang X D. On the chaotic synchronization of Lorenz systems with time-varying lags. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2009,41:783 ~ 794
- 7 李云飞,同晓荣. DSP Builder 在数字处理中的应用. 渭南师范学院学报,2008,23(2):61 ~ 64(Li Y F, Tong X Y. Application of DSP Builder in digital signal processing. *Journal of Weinan Teachers University*, 2008,23(2):61 ~ 64 (in Chinese))
- 8 李国辉,李亚安,杨宏. 混沌吸引子的 DSP Builder 设计方法. 探测与控制学报,2009, 31(16): 60 ~ 63(Li G H, L Y A. Design method for chaotic attractor based on DSP Builder. *Journal of Detection & Control*, 2009, 31(16): 60 ~ 63 (in Chinese))
- 9 吴蕾,蒋式勤. 基于 DSP Builder 的 Lorenz 系统时滞混沌实验方法. 系统仿真技术,2007, 3(1): 20 ~ 24(Wu L, Jiang S Q. The experiment methods for time-delay Lorenz system based on DSP Builder. *System Simulation Technology*, 2007, 3(1): 20 ~ 24 (in Chinese))
- 10 贾雅琼,景新幸,俞斌等. 基于 DSP 的连续 Lorenz 混沌系统实现. 微计算机信息 2009,25(11):155 ~ 158 (Jia Y Q, Jing X Q, Yu B. Implementing of Lorenz chaos system based on DSP. *Control and Automation*, 2009, 25(11):155 ~ 158 (in Chinese))
- 11 王瑞莲,杨芳. 基于一类时滞不等式的时滞微分方程

- 的渐近稳定性. 数学的实践与认知, 2009, 39(18): 241 ~ 247 (Wang R L, Yang F. The asymptotic stability of differential equations with delay based on inequations with Delay. *Mathematics in Practice and Theory*, 2009, 39(18): 241 ~ 247 (in Chinese))
- 12 王忠林, 胡波. 一个切换混沌系统的设计与 FPGA 实现. 重庆邮电大学学报, 2010, 22(1): 75 ~ 79 (Wang Z L, Hu B. Design and FPGA implementation of a switch-able chaotic system. *Journal of Chongqing University of Posts and Telecommunications (Natural Science Edition)*, 2010, 22(1): 75 ~ 79 (in Chinese))
- 13 禹思敏, 吕金虎. 高阶蔡氏电路及其 FPGA 实现. 26 届中国控制会议, 2007: 409 ~ 414 (Yu S M, Lv J H. High order Chua's circuit and its FPGA realization. *Proceedings of the 26th Chinese Control Conference*, 2007: 409 ~ 414 (in Chinese))

DIGITAL CIRCUIT DESIGN AND RESEARCH OF DELAY-CHAOTIC SYSTEM BASED ON DSP BUILDER *

Chen Zhiyan Zhu Xiaojin Gao Zhiyuan Wang Hua

(Department of Automation, School of Mechatronics Engineering and Automation, Shanghai Key Laboratory of Power Station Automation Technology, Shanghai University; Shanghai 200072, China)

Abstract Based on DSP Builder, this paper presented a new digital circuit design for the delay chaotic systems. The delay - Lorenz chaotic system was preprocessed by adopting first order differential equations. When adopting analog circuit to design chaotic systems, the circuit is sensitive to the components bias and environment impact. The digital circuit design method proposed in this paper can overcome these defects. Meanwhile, this paper also discussed the problem of chaos suppression of delay chaotic system. A linear controller was proposed to realize chaos control based on description of the system model. And digital circuit of this system was designed according to discrete system model. Finally, simulation results were given to illustrate the effectiveness and feasibility of the proposed method.

Key words delay chaotic, DSP Builder, digital circuit, linear control