

网络噪声和振子数量对同步化行为的影响*

王亚龙¹ 李玉叶² 古华光²

(1. 陕西师范大学物理学与信息技术学院, 西安 710062) (2. 陕西师范大学生命科学学院, 西安 710062)

摘要 选取了三个反映同步化程度的指标平均向量场、同步因子和放电概率, 数值模拟研究了网络噪声和振子数量对同步化行为的影响. 随着噪声强度的增大, 三个指标都出现了先增加再降低的现象, 即发生了相干共振. 在不同的耦合强度和噪声强度下, 三个同步化指标随着振子数量的增加都呈现出了降低的趋势, 表明了网络同步化行为的减弱. 研究结果对如何利用噪声和如何实现网络同步提供了理论参考.

关键词 神经网络, 同步, 相干共振, 噪声, 振子数量

引言

神经元作为神经系统的基本结构单位, 本身就呈现出复杂的非线性行为, 神经元系统是由众多的神经元组成的庞大而复杂的信息网络, 神经元系统就具有更加复杂的运动模式. 神经元之间的信息在整个神经元系统的处理、编码、整合、传递需要通过多个神经元之间的耦合同步进行, 因此同步在神经网络信息传递和转换过程中发挥着重要作用. 1929年 Hans Berger 发现睡眠与清醒状态具有截然不同的脑电 (electroencephalography, EEG) 波形以来, 同步化脑节律即被认为是神经元活动的重要类型. 随后, 科学家们在不同神经元集群中观察到了同步放电^[1-3], 如在猫的视觉脑皮层、麻醉后猫的视觉皮层及清醒猴子的脑记录中, 都观察到了同步现象^[4]; 在实验中还发现 crayfish 通过同步行为在捕获食物的同时躲避捕食者的入侵^[5]. 此外, 神经学家发现神经元的同步兴奋性可能导致帕金森氏症, 这个新发现颠覆了人们对帕金森氏症的原有认识. 神经元耦合系统的同步问题也是研究脑处理信息的关键. 可见, 神经元系统的同步现象在神经生理学研究中有着重重要的意义.

神经元耦合方式表现出各种各样的连接形式, 从规则的连接 (链式、环式和全局耦合等) 到小世界的网络形式, 可能在整个神经元中都存在着. 不同的连接形式对耦合神经元的同步有着不同的作用. 研究网格状神经网络的同步发放和空间编

码, 得出对于网格状的神经网络, 通过调节某些参数, 耦合网络能实现同步行为^[6]. 小世界连接的神经网络的相位同步随着耦合强度和连接概率的增加而增加^[7]. 随着非线性同步动力学理论应用到神经科学中, 耦合神经元系统的同步问题也逐渐展开^[8-18]. 现在人们所关注的问题不同, 所采用的衡量同步的指标、网络的振子数量及连接方式也不同. 但大多数的研究主要集中在规则耦合的神经网络, 小世界神经网络和无标度神经网络的同步研究上^[19-20], 得出的结果为揭示生物神经网络同步提供了坚实的理论基础.

对当前众多研究结果分析, 发现衡量神经网络的同步指标与实验所采用的指标不同. 对于小规模网络和大规模网络同步化行为衡量的指标和关注的动力学行为往往也不同, 因此本文选取与实验更接近的指标 (平均向量场、同步因子和放电概率) 来研究网络振子数量对网络同步化行为的影响.

1 Morris - Lecar 神经元构成的网络模型

Morris - Lecar (ML) 模型构成的神经网络^[21-22]如下:

$$C \frac{dV_{i,j}}{dt} = -g_{Ca} m_{\infty} (V_{i,j}) (V_{i,j} - V_{Ca}) - g_K \omega_{i,j} (V_{i,j} - V_K) - g_L (V_{i,j} - V_L) + I + g_c \sum_{k,l} \varepsilon_{i,j,k,l} [V_{k,l} - V_{i,j}] + \xi_{i,j}(t) \quad (1)$$

$$\frac{d\omega_{i,j}}{dt} = \phi \frac{[\omega_{\infty}(V_{i,j}) - \omega_{i,j}]}{\tau_{\omega}(V_{i,j})} \quad (2)$$

其中 t 是时间, $i, j = 1, \dots, N$ 代表 $N \times N$ 个耦合的 ML 神经网络中的每一个耦合神经元, N 代表网络尺寸, $V_{i,j}$ 表示膜电位, $\omega_{i,j}$ 是一个恢复变量, 表示钾离子通道开放概率的演化过程, C 是膜电容, g_{Ca}, g_k, g_L 分别是钙、钾和漏电流通道的最大电导, V_{Ca}, V_K, V_L 分别是相应于上述通道的反转电压, I 是背景电流, ϕ 是表示神经元快慢尺度之间的变化. 如果在 (k, l) 处的振子与在 (i, j) 处的振子进行耦合, 则 $\varepsilon_{i,j,k,l} = 1$, 否则, $\varepsilon_{i,j,k,l} = 0$, 每个振子都与其最临近的振子相连接. $m_{\infty}(V_{i,j}), \omega_{\infty}(V_{i,j})$ 分别是 Ca^{2+} 离子通道和 K^+ 离子通道打开概率的稳态值, $\tau_{\omega}(V_{i,j})$ 是转移速率, 方程如下:

$$m_{\infty}(V_{i,j}) = 0.5 \left[1 + \tanh\left(\frac{V_{i,j} - V_1}{V_2}\right) \right],$$

$$\omega_{\infty}(V_{i,j}) = 0.5 \left[1 + \tanh\left(\frac{V_{i,j} - V_3}{V_4}\right) \right]$$

数值计算采用的是无流边界条件, 积分步长为 0.1. 本文中各个参数的取值分别为: $C = 20\mu F/cm^2$, $g_k = 8\mu S/cm^2$, $g_L = 2\mu S/cm^2$, $g_{Ca} = 4\mu S/cm^2$, $V_K = -84mV$, $V_{Ca} = 120mV$, $V_L = -60mV$, $V_1 = -1.2mV$, $V_2 = 18mV$, $\phi = 0.067$, $V_3 = 12mV$, $V_4 = 17.4mV$, 时间单位是 ms . 高斯白噪声 $\xi_{i,j}(t)$ 具有以下性质: (1) $\langle \xi_{i,j}(t) \rangle = 0$, 统计平均值为零; (2) $\langle \xi_{i,j}(t) \xi_{m,n}(t') \rangle = D^2 \delta(t - t') \delta_{i,m} \delta_{j,n}$, 不同时刻的 $\xi_{i,j}(t)$ 互不相关. 其中 D 是噪声强度, $\delta(\cdot)$ 是 Dirac- δ 函数.

2 耦合神经元同步化指标

2.1 平均向量场

为了研究网络振子数对网络同步化过程的影响, 首先引入平均向量场

$$\bar{V}_k = \frac{1}{N^2} \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^N V_{i,j,k} \quad (3)$$

$$\sigma = \bar{V}_{k \max} - \bar{V}_{k \min} \quad (4)$$

其中 \bar{V}_k 为时刻的平均电位, $k(k = 1, \dots, M)$ 代表不同的时刻, N^2 为网络振子数量, $\bar{V}_{k \max}$ 代表 \bar{V}_k 的最高值, $\bar{V}_{k \min}$ 代表 \bar{V}_k 的最低值. σ 为平均向量场的幅值, 反应当前的动作电位的发放集中程度, σ 越大说明发放越集中, 同步越强, 反之说明同步化减弱.

2.2 同步因子

基于平均场理论, 引入同步因子 $R^{[23]}$

$$R = \frac{\frac{1}{M} \sum_{k=1}^M \bar{V}_k^2 - \left(\frac{\sum_{k=1}^M \bar{V}_k}{M}\right)^2}{\frac{1}{N^2} \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{M} \sum_{k=1}^M V_{i,j,k}^2 - \left(\frac{1}{M} \sum_{k=1}^M V_{i,j,k}\right)^2\right)} \quad (5)$$

来衡量网络同步化. 如果 $R = 1$ 认为网络振子完全同步, $R = 0$ 则不同步; R 越大同步化程度越高.

2.3 放电概率

为了研究网络的空间同步行为, 我们引入描述时空动力学的一个函数, 即放电概率函数, 函数定义如下:

$$\Pi(k) = \frac{m}{N^2} \quad (6)$$

这里的 m 表示在时刻 k 处膜电位超过阈值 $x_{th} = 0$ 的神经元的数量, $\Pi(k) = 0$ 时表示在时刻 k 没有一个神经元放电; $\Pi(k) = 1$ 表示在给定时间 k 处, 所有的神经元同时处于放电状态. 因此, 放电概率函数能从神经网络振子同时放电的数量这一角度捕捉网络的同步化特征. 本文选取最大放电概率 $\Pi(k)_{\max}$ (即放电概率在一定时间内的最大值) 来反映在这种情况下同步所能达到的最大化程度.

3 数值模拟结果

3.1 噪声强度与网络振子数量对平均向量场的影响

不同数目的神经网络在给定的耦合强度下, 随噪声强度增大对应的平均向量场的幅值如图 1 所示, 图 1 中(a)、(b)、(c)对应的耦合强度分别是 $gc = 2$ 、 $gc = 5$ 、 $gc = 10$. 在给定的耦合强度下, 小噪声强度时, 神经网络都处于静息状态, 随着噪声强度的增大开始放电. 在给定的三个耦合强度下, 除 $gc = 5$ 和 $gc = 10$ 时, $N = 10$ 外其他的网络都随着噪声强度的增大平均向量场幅值增加, 到达一定值又出现降低, 即发生相干共振. 而在耦合强度 $gc = 5$ 和 $gc = 10$ 时, $N = 10$ 的神经网络开始放电后平均向量场的幅值迅速增加, 随后随噪声强度的增大平均向量场的幅值变化很小.

在给定的噪声强度和耦合强度下, 平均向量场的幅值随着网络尺寸的变化如图 2 所示, 图 2(a)、(b)、(c)分别表示噪声强度 $D = 5$ 、 $D = 10$ 、 $D = 100$.

在给定的耦合强度下,除少量数据点外,平均向量场的幅值随着 N 的增加总体上呈现一个逐渐递减的过程,表明网络同步化程度随着网络振子数的增加而减小.

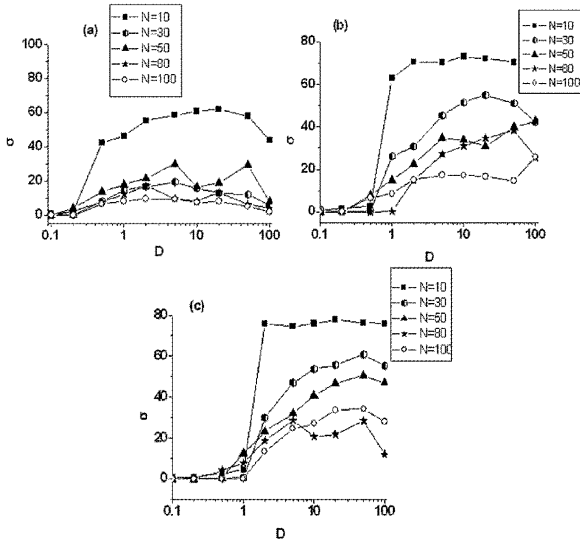


图 1 在不同耦合强度下,不同尺寸 N 的网络对应的平均向量场的幅值随着噪声强度的变化:
(a) $g_c = 2$; (b) $g_c = 5$; (c) $g_c = 10$

Fig. 1 The change of the mean field amplitude with respect to noise density with different network size of the network and different coupling strength: (a) $g_c = 2$; (b) $g_c = 5$; (c) $g_c = 10$

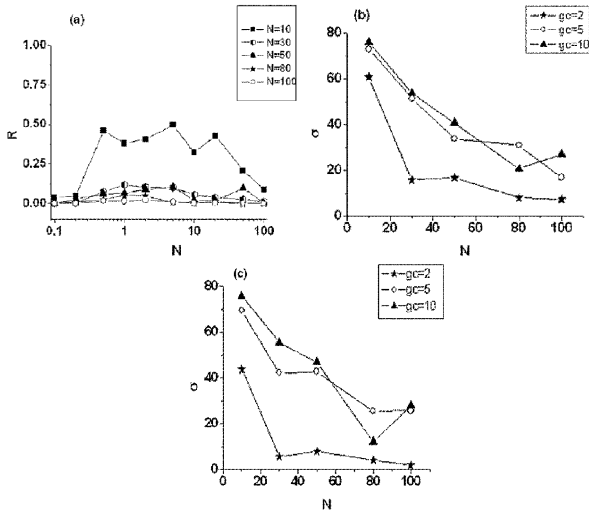


图 2 在不同的噪声强度下,不同耦合强度的网络所对应的平均向量场幅值随着网络尺寸的变化:
(a) $D = 5$; (b) $D = 10$; (c) $D = 100$

Fig. 2 The change of the mean field amplitude with respect to network size of the network with different coupling strength and different noise density: (a) $D = 5$; (b) $D = 10$; (c) $D = 100$

3. 2 噪声强度及网络振子数量影响下的同步因子

不同数目的神经网络在给定的耦合强度下,

随着噪声强度增大同步因子的变化如图 3 中的 (a)、(b)、(c) 三幅图所示. 图 3 (a)、(b)、(c) 分别对应耦合强度 $g_c = 2, g_c = 5, g_c = 10$. 对于 $N = 10, N = 30, N = 50, N = 80, N = 100$ 的神经网络, 在小噪声强度下, 神经网络都处于静息状态, 随着噪声强度增大网络开始放电. 放电后随着噪声强度增大, 同步因子开始增加, 在一定范围的噪声强度下

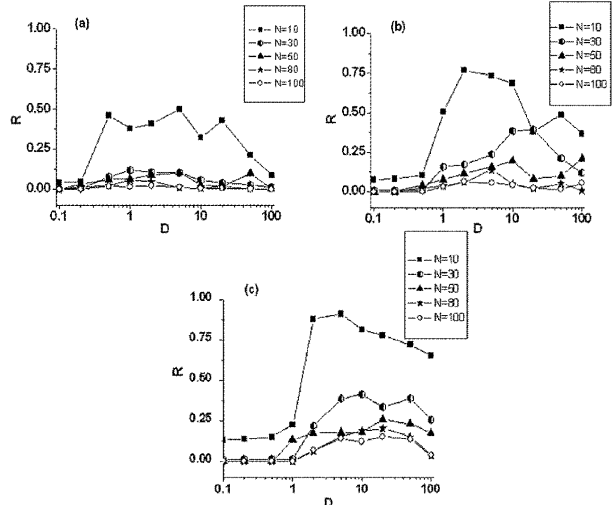


图 3 在不同耦合强度下,不同尺寸 N 的网络对应的同步因子随着噪声强度的变化:
(a) $g_c = 2$; (b) $g_c = 5$; (c) $g_c = 10$

Fig. 3 The change of synchronization factor with respect to noise density with different network size of the network and different coupling strength: (a) $g_c = 2$; (b) $g_c = 5$; (c) $g_c = 10$

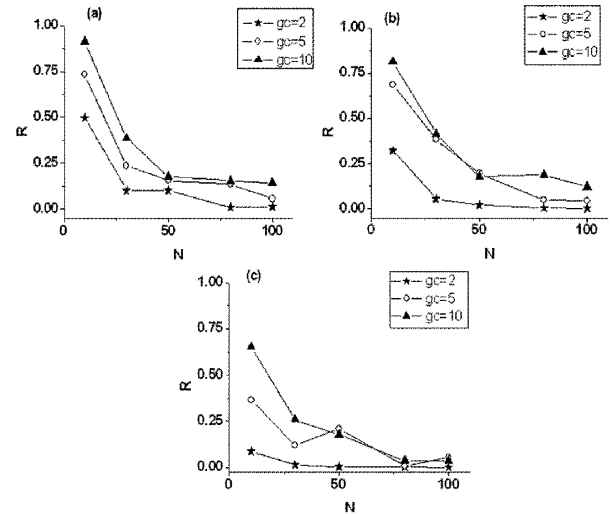


图 4 在不同的噪声强度下,不同耦合强度的网络所对应的同步因子随着网络尺寸的变化:
(a) $D = 5$; (b) $D = 10$; (c) $D = 100$

Fig. 4 The change of synchronization factor with respect to network size of the network with different coupling strength and different noise density: (a) $D = 5$; (b) $D = 10$; (c) $D = 100$

处于较高水平,而后随噪声强度的增大逐渐减小,即产生相干共振.

在给定的噪声强度和耦合强度下,同步因子随着神经网络尺寸的变化如图4所示,图4(a)、(b)、(c)分别对应噪声强度 $D=5$ 、 $D=10$ 、 $D=100$. 在给定的噪声强度下,分别给定 $gc=2$ 、 $gc=5$ 、 $gc=10$ 时同步因子随 N 的增加逐渐减小,表明网络同步化程度随着网络振子数量的增加而减小.

当噪声强度 $D=5$ 时,在相同网络振子数下,随着耦合强度的增大同步因子增加;当噪声强度 $D=10$ 时(除 $N=50$ 外)都随着耦合强度的增大,同步因子增加. $D=100$ 时,振子数较少时,随着耦合强度增大同步因子增加;振子数量较多时,随着耦合强度增大同步因子基本不变.

3.3 噪声强度与网络振子数量影响下的放电概率

不同数目的神经网络在一定的耦合强度下,最大放电概率随着噪声强度的增大如图5所示. 图5(a)、(b)、(c)分别对应耦合强度 $gc=2$ 、 $gc=5$ 、 $gc=10$. 在图5(a)中,对于 $N=10$ 、 $N=30$ 、 $N=50$ 、 $N=80$ 、 $N=100$ 的神经网络,在较小噪声强度下神经网络处于静息状态,随着噪声强度的增大神经网络开始放电. 放电后随噪声强度的增大,最大放电概率出现了先增加后降低的现象,发生相干共振. 在图5(b)、(c)中当 $N=10$ 时,开始放电后随噪声强度增大最大放电概率迅速增加,而达到一定值后随着噪声强度的增大最大放电概率变化很小,表明大噪声对它的影响很小;而当 $N=100$ 时,随噪声强度增大最大放电概率逐渐增加,没有出现降低过程. 整体上除 $N=100$ 外的其它振子数量下,最大放电概率都出现先增加后降低现象,即发生相干共振.

在给定的噪声强度和耦合强度下,最大放电概率随着网络尺寸 N 的变化如图6所示,图6(a)、(b)、(c)分别对应噪声强度 $D=5$ 、 $D=10$ 、 $D=100$. 在给定耦合强度下,最大放电概率随着 N 的增加而逐渐降低,表明在相同的耦合强度和噪声强度下,随着网络振子数的增加同步减弱.

在噪声强度 $D=5$ 时,相同振子数的网络的最大放电概率随耦合强度的增加没有明显变化;在噪声强度 $D=10$ 、 $D=100$ 时除 $N=100$ 外,其它振子数的网络的最大放电概率随耦合强度的增大而增加.

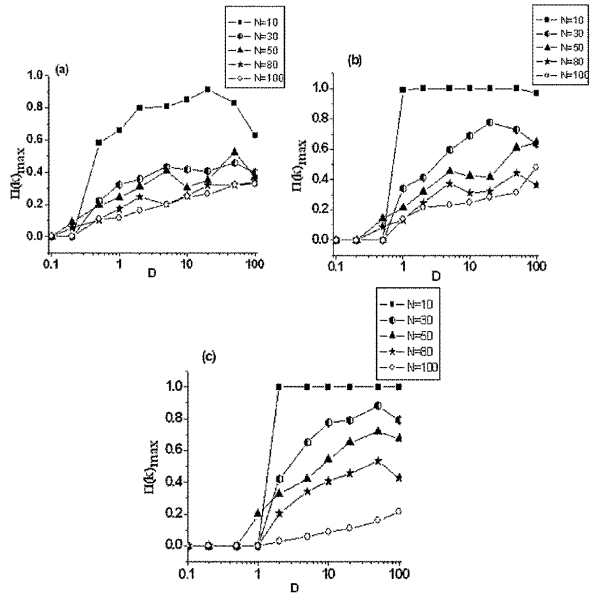


图5 在不同耦合强度下,不同尺寸 N 的网络对应的最大放电概率随噪声强度的变化:

(a) $gc=2$; (b) $gc=5$; (c) $gc=10$

Fig. 5 The change of maximal firing probability with respect to noise density with different network size of the network and different coupling strength: (a) $gc=2$; (b) $gc=5$; (c) $gc=10$

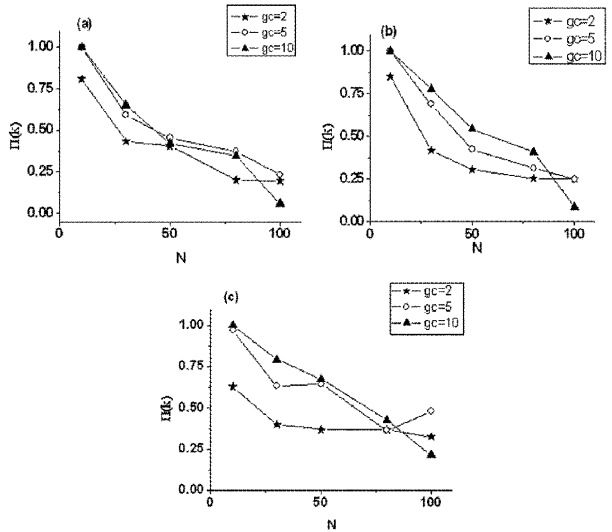


图6 在不同的噪声强度下,不同耦合强度的网络所对应的最大放电概率随着网络尺寸的变化:

(a) $D=5$; (b) $D=10$; (c) $D=100$

Fig. 6 The change of maximal firing probability with respect to network size of the network with different coupling strength and different noise density: (a) $D=5$; (b) $D=10$; (c) $D=100$

4 结论与讨论

虽然对神经网络同步行为已经有了广泛的研究,但到目前,网络振子数对同步行为的影响的

研究较少. 已有研究表明耦合神经元的数目和连接概率的增加都能有效地增强小世界连接神经网络相位同步^[24]; 在全局连接下随着网络振子数的增加易于同步^[25]. 但也有研究表明链式连接、环式连接和网格状周期连接随着网络振子数量的增加同步化减弱^[25-26]. 本文研究的是无流边界的网格状近邻连接方式的静息神经网络在噪声影响下的同步化行为, 随着振子数量增加神经网络的同步化行为的同步程度总体是降低的. 这些研究结果说明, 不同的连接方式或不同的网络振子特性或不同的网络状态下, 网络的振子数对同步行为影响不同, 还需进一步的研究.

近期, 科研者们用空间结构函数及其相关指标、空间自相关等指标揭示大规模网络($N = 128$)可以产生噪声诱发的螺旋波和相应的空间相干共振等^[27-28]. 而本文中, 我们选取了三个与实验更接近的同步化指标, 不论网络规模是大是小, 三个同步指标总的变化趋势随噪声强度的增大先增加而后降低, 产生了相干共振, 这也是对以前空间相干共振研究的补充. 如何建立空间相干共振与同步化指标的联系, 还需进一步研究. 噪声对网络时空行为的影响是广泛的, 研究结果也十分丰富^[27-29], 对于如何理解噪声对网络行为的影响和如何利用噪声有重要指导意义.

对众多的网络同步化行为的研究中, 刻画同步化程度的指标也是各有差异的. 虽然每个指标都有其确定的物理意义, 但是许多指标有理论意义而缺乏现实意义. 本文选取的三个指标是从平均向量场的角度出发定义的, 与实验有较强的对应性, 因为许多生物学实验的神经系统的同步都是基于对神经放电的平均向量场的记录而获得的结论^[1-3].

参 考 文 献

- Gray C M, Konig P, Singer W, et al. Oscillatory responses in cat visual cortex exhibit inter-columnar synchronization which reflects global stimulus properties. *Nature*, 1989, 338:334 ~ 337
- Steinmetz P N, Roy A, Fitzgerald P J, et al. Attention modulates synchronized neuronal firing in primate somatosensory cortex. *Nature*, 2000, 404:187 ~ 190
- Fell J, Fernandez G, Klaver P, et al. Is synchronized neuronal gamma activity relevant for selective attention?. *Brain Res Rev*, 2003, 42:265 ~ 272
- Niebur E, Hsiao S S, Johnson K O. Synchrony: a neuronal mechanism for attentional selection. *Curr Opin Neurobiol*, 2002, 12:190 ~ 194
- Bahar S, Moss F. Stochastic resonance and synchronization in the crayfish caudal photoreceptor. *Math Biosci*, 2004, 188:81 ~ 97
- 杜艳梅, 彭建华, 刘延柱. FitzHugh-Nagumo 神经网络的同步振荡与联想记忆. 力学季刊, 2005, 26:66 ~ 70 (Du Y M, Pen J H, Lu Y Z. Synchronization and associative memory of network with fitzHugh-nagumo neurons. *Chinese quarterly of mechanics*, 2005, 26:66 ~ 70 (in Chinese))
- Wang Q Y, Lu Q S. Phase synchronization in small world chaotic neural networks. *Chinese Phys Lett*, 2005, 22:1329 ~ 1332
- Sherman A, Rinzler J. Rhythmogenic effects of weak electrical coupling in neuronal models. *Proc Natl Acad Sci USA*, 1992, 89:2471 ~ 2474
- Chow C C, Kopell N. Dynamics of spiking neurons with electrical coupling. *Neural Comput*, 2000, 12:1643 ~ 1678
- Medvedev G S, Kopell N. Synchronization and transient dynamics in the chains of electrically coupled FitzHugh-Nagumo oscillators. *Siam J Appl Math*, 2001, 61:1762 ~ 1801
- Treman D, Wang D L. Global competition and local cooperation in a network of neural oscillators. *Physica D*, 1995, 81:148 ~ 176
- Gibson J R, Beierlein M, Connors B R. Two networks of electrically coupled inhibitory neurons in neocortex. *Nature*, 1999, 402:75 ~ 79
- Brunel N. Dynamics of sparsely connected networks of excitatory and inhibitory spiking neurons. *J Comput Neurosci*, 2000, 8:183 ~ 208
- Lewis T J, Rinzler J. Dynamics of spiking neurons connected by both inhibitory and electrical coupling. *J Comput Neurosci*, 2003, 14:283 ~ 309
- Kopell N, Ermentrout G B. Chemical and electrical synapses perform complementary roles in the synchronization of interneuronal networks. *Proc Natl Acad Sci USA*, 2004, 101:14582 ~ 14587
- Di G A, Chillemi S, Panarese A. Gap junctions promote synchronous activities in network of inhibitory interneurons. *Biosystems*, 2005, 79:91 ~ 99

- 17 Wang Q Y, Lu Q S. time-delay enhanced synchronization and regularization in two coupled chaotic ML neurons. *Chinese Phys Lett*, 2005, 22:543 ~ 546
- 18 王青云, 陆启韶. 兴奋性化学突出耦合的神经元的同步. *动力学与控制学报*, 2008, 6(1):35 ~ 39 (Wang Q Y, Lu Q S. Synchronization of coupled neurons with excitatory chemical synapse. *Journal of Dynamics and Control*, 2008, 6(1):35 ~ 39(in Chinese))
- 19 Shi X, Lu Q S. Complete synchronization of coupled Hindmarsh-Rose neurons with ring structure. *Chinese Phys Lett*, 2004, 21:1695 ~ 1698
- 20 Wang Q Y, Lu Q S, Chen G R, et al. Chaos synchronization of coupled neurons with gap junctions. *Phys Lett A*, 2006, 356:17 ~ 25
- 21 Tateno T, Pakdaman K. Random dynamics of the Morris-Lecar neural model. *Chaos*, 2004, 14(3):511 ~ 530
- 22 Tsumoto K, Kitajim H, Yoshinag T, et al. Bifurcations in Morris-Lecar neuron model. *Neurocomputing*, 2006, 69:293 ~ 316
- 23 Ma J, Jia Y, Tang J, et al. Breakup of spiral waves in the coupled Hindmarsh-Rose neurons. *Chinese Phys Lett*, 2008, 25(12):4325 ~ 4328
- 24 Wang Q Y, Lu Q S. Phase Synchronization in Small World Chaotic Neural Networks. *Chinese Phys Lett*, 2005, 6:1329 ~ 1332
- 25 Wang Q Y, Lu Q S, Li Y, et al. Dependence of critical value of synchronization on the coupling number in complex networks. *DCDIS*, 2007, 14:91 ~ 96
- 26 Zhou C, Kurths J. Spatiotemporal coherence resonance of phase synchronization in weakly coupled chaotic oscillators. *Physical Review E*, 2002, 65:040101 ~ 4
- 27 Li Y Y, Zhang H M, Gu H G, et al. Stochastic signal induced multiple spatial coherence resonances and spiral waves in excitable media. *Chinese Phys Lett*, 2009, 26:030504 ~ 4
- 28 Liu Z Q, Zhang H M, Gu H G, et al. Multiple spatial coherence induced by the stochastic signal in neuronal networks near a saddle-node bifurcation. *Physica A*, 2010, 2642 ~ 2653
- 29 李玉叶, 张慧敏, 魏春玲, 杨明浩, 古华光, 任维. 随机信号在神经元网络中诱发的双空间相干共振. *动力学与控制学报*, 2009, 7(3):230 ~ 235 (Li Y Y, Zhang H M, Wei C L, Yang M H, Gu H G, Ren W. Stochastic signal induced double spatial coherence resonance in neuronal network. *Journal of Dynamics and Control*, 2009, 7(3):230 ~ 235(in Chinese))

THE INFLUENCES OF NOISE AND OSCILLATOR NUMBER ON SYNCHRONIZATION OF THE NETWORK*

Wang Yalong¹ Li Yuye² Gu Huaguang²

(1. College of Physics and Information Technology, Shaanxi Normal University, Xi'an 710062, China)

(2. College of Life Science, Shaanxi Normal University, Xi'an 710062, China)

Abstract The influences of noise and oscillator number on the synchronization of the network were studied through numerical simulation, by using three indicators to describe the degree of synchronous behavior, such as the mean field, the synchronization factor and the firing probability. Three indicators increase firstly and then decrease with respect to the increase of noise density, implying that coherence resonance emerges. When the coupling strength and noise density are different, three synchronous indicators decrease with respect to the increase of oscillator number, indicating that the synchronous degree of the network becomes weaken with the increase of oscillator number. The results provide the theoretical basis for the application of noise and for the achievement of synchronization in the network.

Key words neuronal network, synchronization, coherence resonance, noise, oscillator number

Received 17 January 2011, revised 27 February 2011.

* The Project supported by the National Natural Science Foundation of China (11072135, 10772101), as well as by the Fundamental Research Funds for the Central Universities (GK200902025)