

# 大展弦比机翼 $\mu$ 控制

杨仕福<sup>1</sup> 王琪<sup>2</sup> 赵永辉<sup>2</sup> 王立峰<sup>2</sup>

(1. 中航工业特种飞行器研究所, 荆门 448000) (2. 南京航空航天大学航空宇航学院, 南京 210016)

**摘要** 利用大展弦比机翼后缘不同位置上的操纵面进行颤振主动控制, 通过将大展弦比机翼简化为包含弯曲和扭转两种模态的悬臂梁结构, 根据片条理论, 建立包含操纵面运动规律的大展弦比机翼气动弹性方程. 由于简化的数值模型与实际模型之间存在一定的误差, 通常模型的运动方程包含有不确定参量用来表示建模误差. 鲁棒控制方法能够得到一个有效控制器, 控制这种带有模型不确定参量的运动方程. 文中论述利用鲁棒  $\mu$  控制方法, 研究有两个操纵面大展弦比机翼的鲁棒控制问题. 仿真结果表明鲁棒  $\mu$  控制可以有效地抑制大展弦比机翼的受扰振动, 提高颤振临界速度, 且两个操纵面共同控制效果比单操纵面显著.

**关键词** 大展弦比机翼, 颤振主动控制,  $\mu$  控制, 多操纵面

## 引言

大展弦比机翼具有展弦比大, 结构重量轻, 柔性大的特点, 在民用客机, 高高空无人机中被广泛使用, 其突出的气动弹性问题也得到了许多研究者的研究. 其中, Tang, Dowell 和 Romeo 等结合理论和实验研究的方法, 系列地研究了大展弦比机翼的颤振预测, 极限环振荡性质和突风响应等问题<sup>[2~3]</sup>. 在国内, 谢长川、吴志刚等也对大展弦比机翼的气动弹性有较深的研究<sup>[4]</sup>. 对于大展弦比机翼的颤振控制研究, Bieniawski 和 Kroo 研究了有四个作动器的平直机翼颤振抑制<sup>[5]</sup>, 并取得了良好的控制效果. Eversman 和 Roy 用自适应控制方法研究了大展弦比柔性机翼的颤振主动控制<sup>[6]</sup>, Borglund 和 Nilsson 考虑空气动力的不确定性, 设计了控制器, 研究了一个大展弦比复合材料平直机翼的主动控制问题<sup>[7~8]</sup>, 并在风洞实验中进行了验证. 在国内的研究中, 大展弦比机翼的颤振控制问题也得到广泛研究. 其中, 孙伟和胡海岩等利用磁流变阻尼器, 研究了一个大展弦比机翼的颤振半主动控制问题<sup>[11]</sup>.

然而, 对于带有多个操纵面的大展弦比机翼控制问题, 研究得比较少. 多个操纵面控制, 涉及到操纵面的协调性和建模的复杂性. 同时, 由于建模存在误差而在运动方程中存在不确定参量的控制问

题, 涉及到了控制的鲁棒性问题. 在气动伺服弹性系统中, 不稳定的气动力模型、模型的刚度、阻尼的模拟, 是不确定性的主要来源之一. 在设置的最不利方案中, 数值模型与实际系统之间甚至最小的不符合, 在使用中就可能引起明显的性能降级. 鲁棒控制方法已被广泛应用于振动控制<sup>[14]</sup>, 并在气动伺服弹性控制中也得到了大量研究<sup>[9]</sup>, 本文通过对一后缘不同位置带有两操纵面的大展弦比机翼建模, 研究了大展弦比机翼气动弹性特性和用鲁棒方法进行的颤振控制问题.

## 1 大展弦比机翼的气动弹性方程

图1为大展弦比机翼的示意图,  $l$ 为机翼的展长, 在机翼 $[l_1, l_2]$ 和 $[l_3, l_4]$ 处各设置一个操纵面用来进行控制, 机翼的翼根固支在机身上, 操纵面通过转轴与机翼相连.

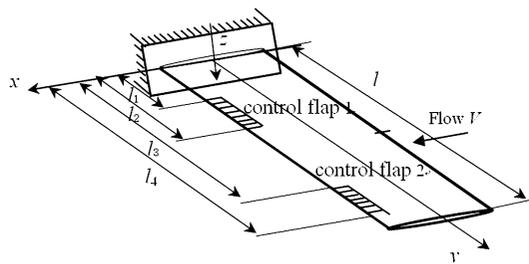


图1 大展弦比机翼模型图

Fig. 1 The high-aspect-ratio wing

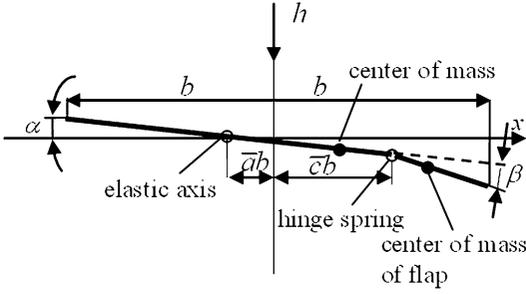


图2 机翼的横截面

Fig.2 Cross section of the wing

根据 Tang 和 Dowell 的研究<sup>[2,3]</sup>,机翼横截面刚度比  $EI_z/EI_x$  很大时,随来流方向横向变形对整个机翼的气动弹性影响不大,因此,建模时可简化为图2所示的二元模型.机翼半弦长为  $b$ ,攻角为  $\alpha$ ,操纵面转角  $\beta$  为展长方向的函数,弹性轴、操纵面转轴与中弦面距离分别为  $\bar{a}b, \bar{c}b$ .

记  $W(y, t)$ 、 $\Phi(y, t)$  分别为机翼展向上某点的弯曲变形和扭转变形函数,  $EI(y)$ 、 $GJ_\alpha(y)$  分别为机翼的抗弯刚度和抗扭刚度,操纵面受控转动,机翼的势能写为

$$U = \frac{1}{2} \int_S [EI(y) \left(\frac{\partial^2 W}{\partial y^2}\right)^2 + GJ_\alpha(y) \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right)^2] ds \quad (1)$$

机翼截面内任意一点的位移表示为

$$z(x, y, t) = \begin{cases} W(y, t) + (x - \bar{a}b)\Phi(y, t) & -b \leq x \leq \bar{c}b \\ W(y, t) + (x - \bar{a}b)\Phi(y, t) + (x - \bar{c}b)\beta & \bar{c}b < x \leq b \end{cases} \quad (2)$$

当截面无操纵面时,  $\bar{c}b = b$ . 令  $\bar{m}(x, y)$  为机翼的单位面积质量,则机翼的动能为

$$T = \frac{1}{2} \int_S \bar{m}(x, y) \dot{z}^2 ds \quad (3)$$

令  $s_\alpha(y) = \int_{-b}^b (x - \bar{a}b)\bar{m}(x, y) dx$  和  $I_\alpha(y) = \int_{-b}^b (x - \bar{a}b)^2 \bar{m}(x, y) dx$  分别为单位展长机翼对扭转轴的质量静矩和质量惯性矩. 单位展长操纵面对绞链的质量静矩和质量惯性矩分别为  $s_{\beta}(y) = \int_{\bar{c}b}^b (x - \bar{c}b)\bar{m}(x, y) dx$  和  $I_\beta(y) = \int_{\bar{c}b}^b (x - \bar{c}b)^2 \bar{m}(x, y) dx$ . 定义结构变量  $q_s = \{W, \Phi\}^T$ , 及其微分形式  $Dq_s = \left\{ \frac{\partial^2 W}{\partial y^2}, \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right\}^T$ , 机翼的动能和势能矩阵形式可分别表示为如下

$$T = \frac{1}{2} \int_0^l \dot{q}_s^T M_s(y) \dot{q}_s dy \quad (4a)$$

$$U = \frac{1}{2} \int_0^l Dq_s^T K_s(y) Dq_s dy \quad (4b)$$

其中,

$$M_s(y) = \begin{bmatrix} m & s_\alpha \\ s_\alpha & I_\alpha \end{bmatrix}, K_s(y) = \begin{bmatrix} EI(y) & 0 \\ 0 & GJ(y) \end{bmatrix} \quad (5)$$

为单位展长机翼的质量矩阵与刚度矩阵,并且,  $m = m(y) = \int_{-b}^b \bar{m}(x, y) dx$  为单位展长机翼的质量. 由 Rayleigh - Ritz 法,机翼沉浮位移与俯仰角函数  $W(y, t)$ 、 $\Phi(y, t)$  可用如下空间位置函数和广义坐标来近似表示

$$W(y, t) = \sum_{i=1}^{N_h} \omega_i(y) h_i(t) \quad (6)$$

$$\Phi(y, t) = \sum_{i=1}^{N_\alpha} \phi_i(y) \alpha_i(t) \quad (7)$$

式中,  $\omega_i(y)$  和  $\phi_i(y)$  分别为机翼的弯曲振型和扭转振型函数<sup>[11]</sup>. 引入线性坐标变换形式  $q_s = A(y)q$  和  $Dq_s = B(y)q$ , 其中

$$q = [h_1 \quad h_2 \quad \cdots \quad h_{N_h} \quad \alpha_1 \quad \alpha_2 \quad \cdots \quad \alpha_{N_\alpha}] \quad (8)$$

$$A(y) = \begin{bmatrix} \omega_1 & \omega_2 & \cdots & \omega_{N_h} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \phi_1 & \phi_2 & \cdots & \phi_{N_\alpha} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$B(y) = \begin{bmatrix} \omega_1'' & \omega_2'' & \cdots & \omega_{N_h}'' & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \phi_1' & \phi_2' & \cdots & \phi_{N_\alpha}' \end{bmatrix} \quad (10)$$

将动能和势能函数代入拉格朗日方程,经过整理,得机翼的结构动力学方程表达式为

$$\int_0^l A^T M_s(y) A dy \ddot{q} + \int_0^l B^T K_s(y) B dy q = - \int_0^l A^T \begin{Bmatrix} s_\beta(y) \\ s_{\alpha\beta}(y) \end{Bmatrix} \beta(y) dy + F_{aero} \quad (11)$$

右式的两项分别表示操纵面作用力和气动力,  $s_{\alpha\beta}(y)$  为

$$s_{\alpha\beta}(y) = s_\beta(\bar{c} - \bar{a})b + I_\beta$$

## 2 片条理论与气动力虚功

在式(11)中  $F_{aero}$  为气动力表达式,它在机翼任一点上所作的虚功等于该点处气动力与虚位移的乘积  $f_{aero}(x, y, z) \delta z$ , 则在整个机翼上所作的虚功为<sup>[12]</sup>

$$\begin{aligned} \delta W_e &= \iint_s f_{aero}(x, y, t) \delta z ds = \iint_s -L(x, y, t) \delta W ds + \\ &\iint_s T_\alpha(x, y, t) \delta \Phi ds = - \sum_{i=1}^{N_h} \int_0^l \omega_i L(y) dy \delta h_i + \\ &\sum_{i=1}^{N_\alpha} \int_0^l \phi_i T_\alpha(y) dy \delta \alpha_i \end{aligned} \quad (12)$$

其中,  $L, T_\alpha$  为气动力的升力和力矩, 在来流速度为亚音速时, 可采用 Theodorsen 非定常气动力模型<sup>[10]</sup>. 由式(12)可知, 在广义坐标下的气动力为

$$L_i = \int_0^l \omega_i p(y) dy \quad \text{其中, } i = 1 \sim N_h \quad (13)$$

$$T_{\alpha i} = \int_0^l \phi_i T_\alpha(y) dy \quad \text{其中, } i = 1 \sim N_\alpha \quad (14)$$

注意到式(9)的变换关系, 气动力可写为

$$F_{aero} = \int_0^l A^T \begin{Bmatrix} -L \\ T_\alpha \end{Bmatrix} \quad (15)$$

上式为气动力在广义坐标下的表达式, 可知不同展向位置上的气动力与该位置上的空间函数  $A(y)$  有关. 因此, 只要知道函数  $A(y)$  和单位展长的气动力表达式, 通过积分就可以得到整个机翼的气动力总载荷.

### 3 操纵面运动微分方程

为了对机翼进行控制, 操纵面要以一定的规律偏转. 操纵面转角指令与操纵面实际偏转角之间的关系可用二阶微分动力学方程表示<sup>[10,12]</sup>

$$\ddot{\beta} + 2\zeta_{ac} \omega_{ac} \dot{\beta} + \omega_{ac}^2 \beta = k_{ac} \omega_{ac}^2 \beta_{ac} \quad (16)$$

为了方便, 设两个操纵面为刚体且参数一致, 分别令  $d_{\beta 1} = d_{\beta 2} = 2\zeta_{ac} \omega_{ac}$ ,  $k_{\beta 1} = k_{\beta 2} = \omega_{ac}^2$ ,  $g_0 = k_{ac} \omega_{ac}^2$ , 则操纵面转角  $\beta_1, \beta_2$  的动力学表达式得

$$\begin{cases} \ddot{\beta}_1 + d_{\beta 1} \dot{\beta}_1 + k_{\beta 1} \beta_1 = g_0 \beta_{ac1} \\ \ddot{\beta}_2 + d_{\beta 2} \dot{\beta}_2 + k_{\beta 2} \beta_2 = g_0 \beta_{ac2} \end{cases} \quad (17)$$

将式(17)代入式(11)中, 引入结构阻尼矩阵  $C_s$ , 并取新的变量为  $q_l = \{h_1 \ h_2 \ \cdots \ h_{N_h} \ \alpha_1 \ \alpha_2 \ \cdots \ \alpha_{N_\alpha} \ \beta_1 \ \beta_2\}^T$ , 经过计算和整理, 得包含作动系统动特性在内的机翼运动方程为

$$\begin{aligned} &\int_0^l A'^T M'_s(y) A' dy \ddot{q}_l + \int_0^l A'^T C_s(y) A' dy \dot{q}_l + \\ &\int_0^l B'^T K'_s(y) B' dy q_l = \\ &\int_0^l A'^T \{-L, T_\alpha, 0, 0\}^T dy + G_s \beta_{ac} \end{aligned} \quad (18)$$

其中,  $\beta_{ac} = [\beta_{ac1}, \beta_{ac2}]^T$  为控制输入信号, 且有

$$M'_s(y) = \begin{bmatrix} m(y) & s_\alpha(y) & s_{\beta 1}(y) & s_{\beta 2}(y) \\ s_\alpha(y) & I_\alpha(y) & s_{\alpha \beta 1}(y) & s_{\alpha \beta 2}(y) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$C_s(y) = \begin{bmatrix} \zeta_h(y) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \zeta_\alpha(y) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_{\beta 1}(y) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{\beta 2}(y) \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$K'_s(y) = \begin{bmatrix} EI(y) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & GJ_\alpha(y) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{\beta 1}(y) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{\beta 2}(y) \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} A'(y) &= \begin{bmatrix} A(y) \\ I_{2 \times 2} \end{bmatrix}, \\ B'(y) &= \begin{bmatrix} B(y) \\ I_{2 \times 2} \end{bmatrix}, G_s = g_0 \begin{bmatrix} 0_{(N_h + N_\alpha) \times 2} \\ I_{2 \times 2} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (22)$$

以上矩阵都是展向  $y$  的函数, 在机翼不同展向位置上相关操纵面不存在时, 其对应的参数等于零, 以保证整个矩阵维数不变. 由式(18)可以看出, 运动方程与展向空间位置有关, 知道了函数  $A'(y), B'(y), M'_s(y), C_s(y), K'_s(y)$  和气动力表达式, 方程(18)各项沿展向积分就可以得到整个机翼的运动微分方程.

### 4 机翼的控制状态空间

文[10]已经给出了气动力表达式, 机翼为单位展长时令  $s_p = 1$ . 但文[10]中气动力的环量部分与非环量部分表示在状态变量  $q_s = \{h, \alpha, \beta\}^T$  上, 由于大展弦比机翼有两个操纵面, 为了方便, 现将气动力  $F_{ac}$  表示为状态变量  $q_d = \{W, \Phi, \beta_1, \beta_2\}^T$  之下的环量与非环量部分之和, 得

$$F'_{ac} = \{-L, T_\alpha, 0, 0\}^T = F_c + F_{nc} \quad (23)$$

将式(23)代入到式(18)中, 则大展弦比机翼展向上某一个位置的气动弹性方程可写为如下形式

$$\begin{aligned} &A'^T M'_s(y) A' \ddot{q}_l + A'^T C_s(y) A' \dot{q}_l + \\ &B'^T K'_s(y) B' dy q_l = A'^T F_c(y) + \end{aligned}$$

$$A'^T F_{nc}(y) + G_s \beta_{ac} \quad (24)$$

由式(23),非环量部分得

$$F_{nc} = -M_a \ddot{q}_d - VC_a \dot{q}_d - V^2 K_a q_d \quad (25)$$

其中,

$$M_a(y) = \rho b^2 \begin{bmatrix} \pi & -\pi b \bar{a} & -T_1 b \Lambda_{\beta_1}(y) & -T_1 b \Lambda_{\beta_2}(y) \\ -\pi \bar{b} & \pi b^2 (0.125 - \bar{a}) & 2T_{13} b^2 \Lambda_{\beta_1}(y) & 2T_{13} b^2 \Lambda_{\beta_2}(y) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$C_a(y) = \rho b^2 \begin{bmatrix} 0 & \pi & -T_4 \Lambda_{\beta_1}(y) & -T_4 \Lambda_{\beta_2}(y) \\ 0 & \pi b (0.5 - \bar{a}) & T_{16} b \Lambda_{\beta_1}(y) & 2T_{16} b \Lambda_{\beta_2}(y) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$K_a(y) = \rho b^2 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & T_{15} \Lambda_{\beta_1}(y) & T_{15} \Lambda_{\beta_2}(y) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (28)$$

且有,  $T_{13} = -(T_7 + (\bar{c} - \bar{a})T_1)/2$ ,  $T_{15} = T_4 + T_{10}$ ,  $T_{16} = -(-T_1 + T_8 + (\bar{c} - \bar{a})T_4 - 0.5T_{11})$ . 上式中  $\Lambda_{\beta_1}(y)$  和  $\Lambda_{\beta_2}(y)$  为展向  $y$  的函数,是为了区分展向各点是否存在  $\beta_1$  或  $\beta_2$  操纵面. 存在  $\beta_1$  操纵面时  $\Lambda_{\beta_1}(y) = 1$ , 不存在时  $\Lambda_{\beta_1}(y) = 0$ . 同理, 存在  $\beta_2$  操纵面时  $\Lambda_{\beta_2}(y) = 1$ , 不存在时  $\Lambda_{\beta_2}(y) = 0$ . 气动力的环量部分写为<sup>[10]</sup>

$$F_c = -\rho b V R C(s) (s_1 \dot{q}_d + V s_2 q_d) \quad (29)$$

其中,

$$R = \{2\pi, -2\pi b(0.5 + \bar{a}), 0, 0\}^T \quad (30)$$

$$s_1 = \{1, b(0.5 - \bar{a}), (b/2\pi)/T_{11} \Lambda_{\beta_1}(y), (b/2\pi)T_{11} \Lambda_{\beta_2}(y)\} \quad (31)$$

$$s_2 = \{0, 1, T_{10} \Lambda_{\beta_1}(y)/\pi, T_{10} \Lambda_{\beta_2}(y)/\pi\} \quad (32)$$

引入 Jones 近似<sup>[10]</sup>, 将  $C(s)$  写为

$$C(s) = 0.5 + \frac{0.0075 \frac{V}{b}}{s + 0.0455 \frac{V}{b}} + \frac{0.10055 \frac{V}{b}}{s + 0.3 \frac{V}{b}} = 0.5 + \frac{z_1 \frac{V}{b}}{s + p_1 \frac{V}{b}} + \frac{z_2 \frac{V}{b}}{s + p_2 \frac{V}{b}} \quad (33)$$

并且有<sup>[10]</sup>  $z_1 = 0.0075$ ,  $z_2 = 0.10055$ ,  $p_1 = 0.0455$ ,  $p_2 = 0.3$ . 可将  $C(s)$  看作某个系统的传递函数

$$y_a = C(s)r(s) \quad (34)$$

引入气动力状态变量  $x_{a1}$ 、 $x_{a2}$ , 则系统  $C(s)$  对应的状态方程为<sup>[10]</sup>

$$\begin{cases} \dot{x}_{a1} \\ \dot{x}_{a2} \end{cases} = \frac{V}{b} \begin{bmatrix} -p_1 & 0 \\ 0 & -p_2 \end{bmatrix} \begin{cases} x_{a1} \\ x_{a2} \end{cases} + \begin{cases} 1 \\ 1 \end{cases} r \quad (35)$$

$$y_a = \frac{V}{b} [z_1 \quad z_2] \begin{cases} x_{a1} \\ x_{a2} \end{cases} + 0.5r \quad (36)$$

如果将  $s_1 \dot{q}_d + V s_2 q_d$  看作系统(34)的输入变量, 即

$$r = s_1 \dot{q}_d + V s_2 q_d \quad (37)$$

由  $y_a = C(s)r(s) = C(s)(s_1 \dot{q}_d + V s_2 q_d)$ , 将式(37)代入式(36), 再代入到式(29)中, 环量部分得

$$F_c = -\rho b V s_p R \left( \frac{V}{b} [z_1, z_2] \begin{cases} x_{a1} \\ x_{a2} \end{cases} + 0.5(s_1 \dot{q}_d + V s_2 q_d) \right) \quad (38)$$

重新整理后, 将环量部分的气动力写为

$$F_c = -V^2 H x_a - V C_c \dot{q}_d - V^2 K_c q_d \quad (39)$$

其中,

$$H = \rho R [z_1, z_2], C_c = 0.5 \rho b R s_1, K_c = 0.5 \rho b R s_2, x_a = [x_{a1}, x_{a2}]^T$$

将式(25)和式(39)代入式(24)中, 注意式(22)的线性变换, 同时定义如下矩阵关系:  $\Gamma_s(y) = V^2 A'^T H$ ,  $\bar{M}(y) = A'^T (M'_s + M_a) A'$ ,  $\bar{K}(y) = B'^T K'_s B' + V^2 A'^T (K_a + K_c) A'$ ,  $\bar{C}(y) = A'^T C_s A' + V A'^T (C_a + C_c) A'$ , 得大展弦比机翼展向某位置的气动弹性运动方程为

$$\bar{M}(y) \ddot{q}_l + \bar{C}(y) \dot{q}_l + \bar{K}(y) q_l = -\Gamma_s(y) x_a + G_s \beta_{ac} \quad (40)$$

由于式(40)中包含空气动力状态变量  $x_a$ , 要形成整个系统的状态方程, 还要求得  $x_a$  满足的运动状态方程. 将式(37)代入到式(35)中, 得

$$\dot{x}_a = V A_{na} x_a + V K_{na} q_l + D_{na} \dot{q}_l \quad (41)$$

式中,

$$A_{na} = \frac{1}{b} \begin{bmatrix} -p_1(y) & 0 \\ 0 & -p_2(y) \end{bmatrix},$$

$$A_{na} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} s_2 A', D_{na} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} s_1 A'$$

气动力变量  $x_a$  随着展向位置的变化而变化, 根据片条理论, 若将机翼沿展向平均划分为  $N_a$  个片条, 则共有  $N_a$  组气动力变量. 各片条用展向坐标

$y_i$  来标记,由式(40)和式(41),将各个片条沿展向进行叠加,得大展弦比机翼的气动弹性方程为

$$\begin{cases} M\ddot{q}_l + C\dot{q}_l + Kq_l = -\sum_{i=1}^{N_a} \Gamma_s(y_i)x_a^i + G_s\beta_{ac} \\ \dot{x}_a^i = VA_{na}(y_i)x_a^i + VK_{na}(y_i)q_s + D_{na}(y_i)\dot{q}_s \end{cases} \quad (42)$$

$i = 1 \sim N_a$

其中,  $M = \sum_{i=1}^{N_a} \overline{M}(y_i)$ ,  $C = \sum_{i=1}^{N_a} \overline{C}(y_i)$ ,  $K = \sum_{i=1}^{N_a} \overline{K}(y_i)$ .

定义系统变量  $x_w = \{q_l^T \quad \dot{q}_l^T \quad x_a^{1T} \quad \dots \quad x_a^{N_a T}\}^T$ ,取机翼翼尖上的位移和速度作为输出反馈变量,由式(42)得大展弦比机翼的控制状态空间表达式为

$$\begin{cases} \dot{x}_w = A_w(V)x_w + B_w u \\ y_w = C_w x_w \end{cases} \quad (43)$$

### 5 大展弦比机翼的鲁棒控制

表 1 为单位展长大展弦比机翼仿真参数,并假定沿展长各参数不变,并且有如下关系:  $k_h^2 = EI/m$ ,  $k_\alpha^2 = GJ_\alpha/I_\alpha$ ,  $\zeta_h = c_h/(2\sqrt{mEI})$ ,  $\zeta_\alpha = c_\alpha/(2\sqrt{I_\alpha GJ_\alpha})$ ,  $\zeta_\beta = c_\beta/(2\sqrt{I_\beta k_\beta})$ .

表 1 仿真参数

Table 1 parameters used in simulation

Parameter	Value	Parameter	value	Parameter	value
$b$	0.5m	$s_\beta$	2.7kg·m	$l_2$	2.4m
$\bar{a}$	-0.4	$I_\alpha$	6.3422kg·m <sup>2</sup>	$l_3$	5.1m
$\bar{c}$	0.6	$I_\beta$	0.36kg·m <sup>2</sup>	$l_4$	5.7
$l$	6m	$k_\alpha$	268.89N/(kg·m·rad)	$m$	92.5kg/m
$l_1$	1.8m	$k_h$	78.429N/(kg·m)	$s_\alpha$	21.033kg·m
$k_{ac}$	0.9715	$\omega_{ac}$	357.07rad/s	$\zeta_\alpha$	0.03
$\zeta_h$	0.01	$\zeta_{ac}$	0.598	$\rho$	1.225kg/m <sup>3</sup>

大展弦比机翼的颤振速度由式(43)中的特征值实部随来流变化计算可得出.当机翼平均划分为段片条,取不同振型截断计算颤振速度见表 2 所示

表 2 颤振速度与保留模态数目之间的关系

Table 2 Flutter velocity varies with the number of the retained modes

$N_h$	$N_\alpha$	Flutter velocity (m/s)	$N_h$	$N_\alpha$	Flutter velocity (m/s)	$N_h$	$N_\alpha$	Flutter velocity (m/s)
2	1	179.00	2	2	182.80	3	3	182.75

可见,沉浮和俯仰振型阶数分别取到 2 阶时其计算精度已经足够.

#### 5.1 控制器设计

气动弹性系统本质上不是一个线性系统,实际

受控系统可以描述为一个系统集  $(\Sigma_0, \Delta \Sigma)$ ,其中  $\Sigma_0$  为标称系统,  $\Delta \Sigma$  为不确定因素所构成的某个可描述集<sup>[13]</sup>.在本模型中,扭转刚度和阻尼随着变形的增大在一定的区间内变化,表示如下

$$\begin{aligned} k_\alpha &= k_{\alpha-non} + w_2\delta_1, \zeta_h = 0.01 + w_3\delta_2, \\ \zeta_\alpha &= 0.03 + w_4\delta_3 \end{aligned} \quad (44)$$

$\delta_i, w_i (i = 1, 2, \dots)$  为干扰系数和加权函数,  $k_{\alpha-non}$  为标称参数,则控制方程(43)可写为

$$\begin{cases} \dot{x}_w = [A_w(V) + E_a \Sigma(\theta) F_a] x_w + B_w u \\ y_w = C_w x_w \end{cases} \quad (45)$$

其中  $A_w(V), B_w$  和  $C_w$  为标称系统矩阵,  $\Sigma(\theta)$  为干扰系数  $\delta_i$  组成的对角矩阵,  $E_i, F_i (i = a, b, c, d)$  为适当维数的已知矩阵.通过对相关的系数矩阵乘以适当的尺度矩阵,可将不确定参数矩阵的取值范围标准化<sup>[1]</sup>.本例构建  $\mu$  颤振控制器设计框图见图 3

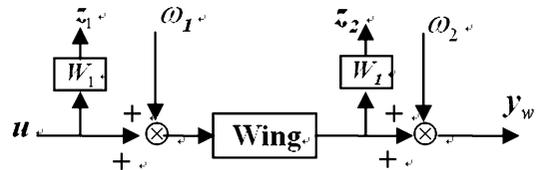


图 3 大展弦比机翼设计反馈系统

Fig. 3 The framework for flutter suppression system

其中,  $\omega_1, z_1$  和  $\omega_2, z_2$  为对应的乘法摄动不确定性向量,  $W_1, W_2$  为加权函数组成的向量. Wing 为带参数摄动的机翼气动弹性模型.由鲁棒工具箱,  $\mu$  设计得到的控制器系统  $K(s)$  有如下形式

$$\dot{x}_{con} = A_{con}x_{con} + B_{con}y_w, u = C_{con}x_{con} + D_{con}y_w \quad (46)$$

$\mu$  值随来流速度的变化见图 4,  $\mu$  值的增大反映了随着来流的增加控制能力在下降.

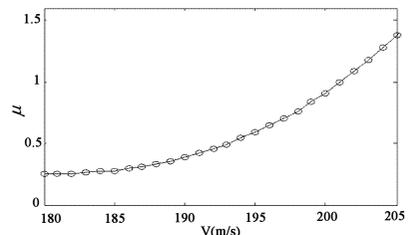


图 4 -V 曲线

Fig. 4 -V curve

#### 5.2 $\mu$ 控制数值仿真

初始扰动取  $x_0 = \{-0.1, -0.1, -0.01, 0, 0, 0, -0.5, -0.5, 0.2, 0.1, 0, 0, \text{zeros}(1, 40 + kd)\}^T$ ,  $kd$  为  $\mu$  控制器的阶数,仿真时取适当阶数,当来流取  $V = 185\text{m/s}$  时的小扰动开环响应仿真见图 5 所

示.由图看出机翼翼尖的振动呈现有规律的“节拍”式的振荡现象,没有立刻发散,可解释为大展弦比机翼柔性变形与气动力的相互耦合结果.

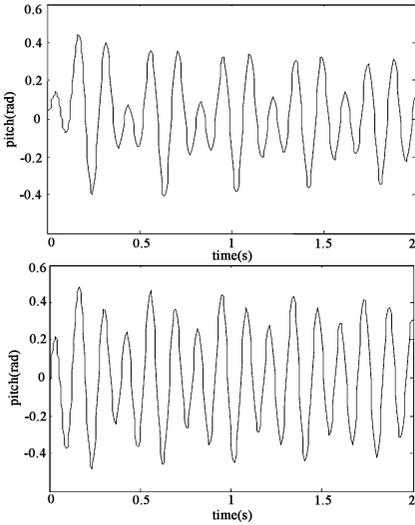


图5 来流  $V = 185\text{m/s}$  时翼尖位移和转角

Fig.5 bending-torsional deflection of the wing's tip when  $V = 185\text{m/s}$

在相同来流速度和相同初始小扰动条件下,颤振  $\mu$  控制效果仿真见图6所示.图中实线表示的是双操纵面共同进行控制时的时间历程,虚线表示内操纵面固定,只用外操纵面进行控制的情况.图6分别描述了机翼翼尖沉浮位移、俯仰角、操纵面  $\beta_1$  和操纵面  $\beta_2$  转角的时间历程,表明  $\mu$  控制方法在模型参数存在不确定的情况下,设计的控制律能够迅速有效控制机翼的颤振发散.同时,在来流和各参数相同情况下,双操纵面共同作用时机翼振动幅值要比单操纵面单独作用时小,从而使控制输入不容易出现饱和现象,有助于提高控制质量.

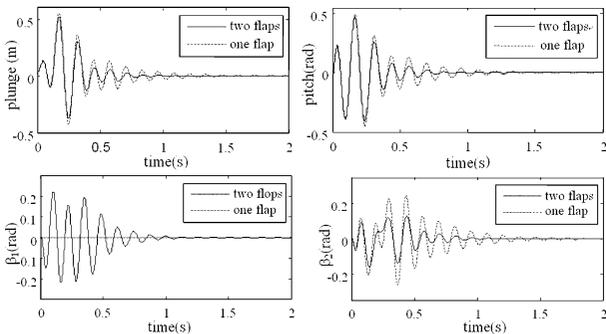


图6 来流为  $V = 185\text{m/s}$  时翼尖控制效果和输入信号

Fig.6 Simulation of flutter suppression when  $V = 185\text{m/s}$

## 6 结论

本文研究了多操纵面大展弦比机翼的建模方

法和鲁棒  $\mu$  颤振控制方法的设计问题.通过仿真结果表明  $\mu$  控制器能够有效控制有不确定参数的大展弦比机翼气动弹性颤振,提高颤振临界速度.

对有多个操纵面的大展弦比机翼,在来流和各参数相同情况下,多操纵面共同作用时能够减少机翼和操纵面的振幅,加快收敛速度,在处理柔性比较大的机翼时更有优势.

由于 Theodorsen 气动力没有考虑到空气的压缩性,在来流比较大时,可进一步考虑空气的压缩性对颤振控制的影响.

## 参 考 文 献

- 1 于明礼,文浩,胡海岩,赵永辉. 二维翼端颤振  $\mu$  的控制. 航空学报,2007, 28(2): 340~343(Yu Mingli, Wen Hao, Hu Haiyan, Zhao Yonghui. Active flutter suppression of a two-dimensional airfoil section using synthesis. *Acta Aeronautica Et Astronautica Sinica*, 2007, 28(2): 340~343(in Chinese))
- 2 Tang D, Dowell E H. Experimental and theoretical study on aeroelastic response of high-aspect-ratio wings. *AIAA Journal*, 2001, 39(8): 1430~1441
- 3 Tang D, Dowell E H. Experimental and theoretical study of gust response for high-aspect-ratio wing. *AIAA Journal*, 2002, 40(3): 419~429
- 4 谢长川,吴志刚,杨超. 大展弦比柔性机翼的气动弹性分析. 北京航空航天大学学报,2003, 29(12): 1087~1090(Xie Changchuan, Wu Zhigang, Yangchao. Aeroelastic analysis of flexible large aspect ratio wing. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2003, 29(12): 1087~1090(in Chinese))
- 5 Bieniawski S, Kroo I M. Flutter suppression using microtrailing edge effectors. 44th AIAA/ASME/ASCE/AHS Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, Norfolk, Virginia, 2003: 1~10
- 6 Eversman W, Roy, I D. Active flutter suppression using multi-input/multi-output adaptive least mean square control. *Journal of Aircraft*, 1997, 34(2): 244~250
- 7 Borglund D. Robust aeroelastic stability analysis considering frequency-domain aerodynamic uncertainty. *Journal of Aircraft*, 2003, 40(1): 189~193
- 8 Borglund D, Nilsson U. Robust wing flutter suppression considering aerodynamic uncertainty. *Journal of Aircraft*, 2004, 41(2): 331~334

- 9 吴志刚,杨超. 气动伺服弹性系统不确定性建模与鲁棒稳定性. 航空学报, 2003, 24(4): 312 ~ 316 (Wu Zhigang, Yangchao. Modeling and robust stability for aeroservoelastic systems with uncertainties. *Acta Aeronautica Et Astronautica Sinica*, 2003, 24(4): 312 ~ 316 (in Chinese))
- 10 赵永辉. 气动弹性力学与控制. 北京: 科学出版社, 2007: 309 ~ 325 (Zhao Yonghui. Aeroelasticity and control. Beijing: Science Press, 2007: 309 ~ 325 (in Chinese))
- 11 孙伟,胡海岩. 基于多级磁流变阻尼器的颤振半主动抑制. 南京航空航天大学博士学位论文, 2005 (Sun Wei, Hu Haiyan. Research on semi-active flutter suppression using stepped magnetorheological dampers. Ph. D. dissertation in Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2005 (in Chinese))
- 12 于明礼,胡海岩. 二维翼端颤振的控制. 振动工程学报, 2006, 19(3): 326 ~ 330 (Yu Mingli Hu Haiyan. Active flutter suppress of a two-dimensional airfoil using synthesis. *Journal of Vibration Engineering*, 2006, 19(3): 326 ~ 330 (in Chinese))
- 13 梅生伟,申铁龙,刘康志. 现代鲁棒控制理论与应用. 北京:清华大学出版社, 2003: 108 ~ 116 (Mei Shengwei, Shen Tielong, Liu Kangzhi. Modern Robust Control Theory and Applications. Beijing: Tsinghua University Press, 2003: 108 ~ 116 (in Chinese))
- 14 王锋,唐国金,李道奎. 带刚性基柔性附件振动鲁棒控制. 动力学与控制学报, 2006, 4(1): 63 ~ 68 (Wang Feng, Tang Guojin, Li Daokui. Robust vibration control of flexible appendant structure on rigid base. *Journal of Dynamics and Control*, 2006, 4(1): 63 ~ 68 (in Chinese))

## $\mu$ CONTROL OF A HIGH-ASPECT-RATIO WING USING MULTIPLE ACTUATORS

Yang Shifu<sup>1</sup> Wang Qi<sup>2</sup> Zhao Yonghui<sup>2</sup> Wang Lifeng<sup>2</sup>

(1. Special Vehicle Institute of China Aviation Industry, Jingmen 448000, China)

(2. College of Aerospace Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

**Abstract** The flutter suppression for a high-aspect-ratio (HAR) wing with two control surfaces was presented. The flexible wing was modeled as a cantilever beam, including bending-torsional deformation. The aeroelastic equations in state space of HAR wing were established by using strip theory. The modeling error was considered by introducing some uncertain parameters in the aeroelastic equations of motion. Base on robust  $\mu$  control method, the flutter suppression of the HAR wing was studied. Numerical simulation results show that  $\mu$  controller can quickly stabilize the vibration of the HAR wing, and two control surfaces work better than a single control surface.

**Key words** high-aspect-ratio wing, flutter active control,  $\mu$  controller, multiple control surface