

非线性时滞反馈实现离散神经元网络的去同步化*

于海涛¹ 王江¹ 车艳秋² 邓斌¹ 魏熙乐¹

(1. 天津大学电气与自动化工程学院, 天津 300072) (2. 天津职业技术师范大学自动化与电气工程学院, 天津 300222)

摘要 采用非线性时滞反馈实现离散神经元网络的去同步化控制. 对于由映射神经元模型构建的神经网络, 调节神经元之间的连接强度可以实现网络的混沌簇放电同步. 在神经元的快变量中施加非线性时滞反馈信号可以实现网络的完全去同步化, 且不改变神经元本身的放电特性. 与线性时滞反馈相比, 非线性时滞反馈能够实现强连接神经网络的去同步化, 且对于参数的变化具有鲁棒性.

关键词 神经网络, 映射神经元模型, 去同步化, 非线性时滞反馈

引言

自从 Pecora 和 Carrol 首次发现两个耦合的混沌系统能够实现同步以来^[1-2], 混沌同步引起了众多学者的浓厚兴趣^[3-5], 已经被广泛应用到了物理、通讯、生态和神经科学等各个领域^[6-8]. 混沌同步现象普遍存在于生物神经系统^[9-10]中, 并且在神经信息处理过程中发挥着重要作用, 是大脑实现联想、记忆等功能的基础^[11]. 然而, 很多生理实验表明并非所有的同步模式都是有利的. 事实上, 大脑的病态同步往往会导致某类生理疾病^[12-13], 例如帕金森氏症和癫痫等. 因此, 利用非线性动力学理论, 研究如何消除这些病态同步是非常必要的. 近期, Popovych 等人提出了利用非线性延迟反馈控制^[14-15]可以有效地消除神经系统的病态同步, 该方法已经成功地应用于由非线性微分方程描述的振子网络, 然而尚未应用于离散的神经网络. 本文在该方法的基础上采用两种不同反馈形式: 差分反馈和直接反馈, 实现离散神经网络的去同步化.

1 离散神经网络

2002年, Rulkov 最早提出了能够产生混沌放电的二维映射神经元模型^[16-17], 模型采用两个变量(快变量和慢变量)描述生物神经元的动力学行为. 当模型中的控制参数取不同值时, 此模型可以分别处于静息(silence)、连续混沌放电(continuous spikes)和混沌簇放电(bursts of spikes)等不同的动

力学状态.

本文考察由 $N = 100$ 个混沌簇放电神经元全连接构成的神经网络, 第 i 个神经元的动力学方程为:

$$x_i(n+1) = \frac{\alpha_i}{1+x_i^2(n)} + \beta_i + y_i(n) + \frac{\varepsilon}{N} \sum_{j=1}^N x_j(n) \quad (1.a)$$

$$y_i(n+1) = y_i(n) - \mu(x_i(n) + \sigma) \quad (1.b)$$

其中下标 $i = 1, \dots, N$ 表示网络中神经元的编号, x 为快动力学变量, 表示神经元的跨膜电压; y 为慢动力学变量, 表示神经元细胞膜上离子通道的门控离子(通常是指 Ca^{2+})的浓度; $0 < \mu \ll 1$ 使得 x 的变化对 y 的影响十分微小; α 决定神经元的放电幅值和放电模式; β 和 σ 描述外部对系统的输入或影响; ε 表示神经元之间的连接强度. 本文设 $\sigma_i = 1$, $\beta_i = 0$, ($i = 1, \dots, N$), α_i 随机选取 $[4.1 \ 4.4]$ 之间均匀分布的数值, 则连接强度为零时单个神经元产生混沌簇放电, 图 1. 对于由混沌簇放电神经元构成的神经网络, 峰放电同步(完全同步)是难以实现的, 因此本文只考虑簇放电同步的情况, 这不影响对网络整体同步性的分析.

为了描述映射神经元的簇放电同步, 首先引入簇相位^[18](Burst Phase)的定义. 对于映射神经元(1), 当神经元 i 的慢变量 $y_i(n)$ 达到局部最大值时, 将此时间记录为第 k 个簇放电开始的时刻 $\{N_{i,k}\}$ (图 1 所示), 于是神经元 i 在 n 时刻的簇相位定义如下:

2010-07-25 收到第 1 稿, 2010-08-23 收到修改稿.

* 国家自然科学基金青年科学基金资助项目(50707020, 60901035, 50907044)

$$\phi(i, n) = 2\pi k + 2\pi \frac{n - N_{i,k}}{N_{i,k+1} - N_{i,k}},$$

$$(N_{i,k} \leq n \leq N_{i,k+1}, k = 1, 2, \dots, K) \quad (2)$$

其中 K 表示仿真时间内神经元 i 产生的簇放电总数. 在两次相邻的簇放电之间神经元的簇相位线性增加, 并且每经过一次簇放电, 簇相位就增加 2π . 另外, 将簇放电的频率定义为簇相位增大的速度, 形式如下:

$$\Omega_i = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\phi(i, n) - \phi(i, 0)}{n} \quad (3)$$

对于两个通过电突触或者化学突触耦合的神经元, 当 $|\phi(1) - \phi(2)| \ll 1$ 时可判定两个神经元达到了同步^[18-19]. 对于多个神经元组成的神经网络, 可以通过所有神经元放电频率的方差 $\text{Var}(\Omega)$ 来判断神经元之间的同步性. 图 2 给出了该方差 $\text{Var}(\Omega)$ 随连接强度 ε 的变化关系, 当连接强度超过阈值 ($\varepsilon = 0.036$) 时, 频率方差 $\text{Var}(\Omega)$ 近似为 0, 即所有神经元的簇放电频率近似相等, 表明神经网络达到同步.

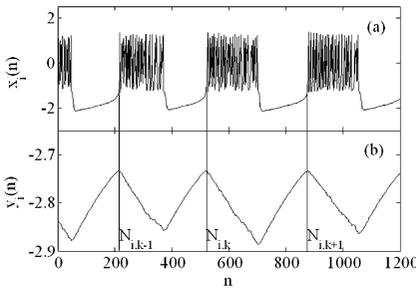


图 1 映射模型中(a)快变量 x 和(b)慢变量 y 的时间序列图,

$$\alpha = 4.1, \mu = 0.001, \beta = 0, \sigma = 1$$

Fig. 1 The time series of (a) the fast variable x and (b) slow variable y in the Map-based model for $\alpha = 4.1, \mu = 0.001, \beta = 0, \sigma = 1$

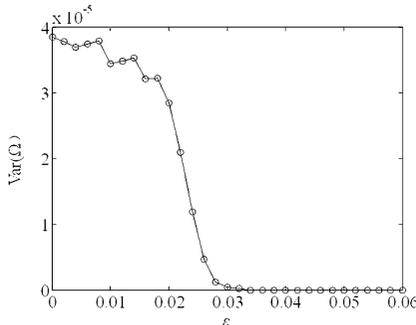


图 2 神经元簇放电频率的方差 $\text{Var}(\Omega)$ 随连接强度 ε 的变化关系
Fig. 2 the variance of bursting frequency $\text{Var}(\Omega)$ versus the coupling strength ε

状态平均场(mean field)也可以有效地描述神经网络的同步放电状态. 设网络中神经元 j 的复状

态变量为 $z_j(n) = x_j(n) + iy_j(n)$, i 是虚数单位, 满足: $i^2 = -1$. 整个网络的状态平均场定义为:

$$Z(n) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N z_j(n) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_j(n) + iy_j(n) \quad (4)$$

可以视为所有神经元状态信号的均值, 反映了整个神经网络放电的幅值和相位特性. 变量 $Z(n)$ 的实数部分 $X(n) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_j(n)$ 描述网络中神经元的平均膜电压, 因此本文在考察网络整体放电状态时, 只考虑其实数部分 $X(n)$ (狭义的平均场).

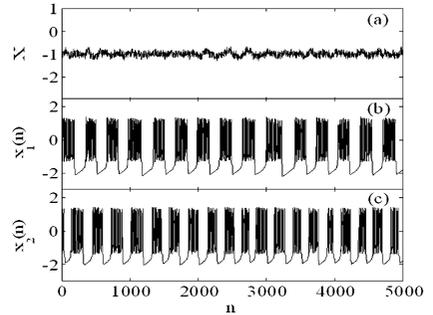


图 3 (a)神经网络的状态平均场序列, 连接强度 $\varepsilon = 0$; (b)和(c)两个神经元的放电序列, $\alpha_1 = 4.1, \alpha_2 = 4.2$

Fig. 3 (a) the mean field of the neuronal network with coupling strength $\varepsilon = 0$; (b) and (c) the time series of two neurons for $\alpha_1 = 4.1$ and $\alpha_2 = 4.2$

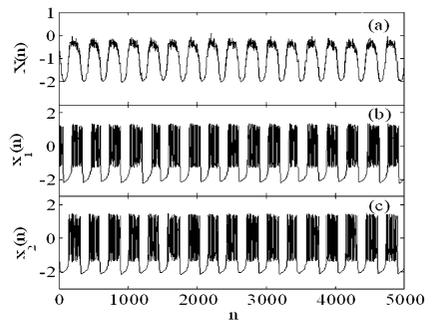


图 4 (a)神经网络的状态平均场序列, 连接强度 $\varepsilon = 0.04$; (b)和(c)两个神经元的放电序列, $\alpha_1 = 4.1, \alpha_2 = 4.2$

Fig. 4 (a) the mean field of the neuronal network with coupling strength $\varepsilon = 0.04$; (b) and (c) the time series of two neurons for $\alpha_1 = 4.1$ and $\alpha_2 = 4.2$

图 3 和图 4 分别给出了连接强度为 $\varepsilon = 0$ (非同步) 和 $\varepsilon = 0.04$ (同步) 时, 神经网络的状态平均场序列, 以及两个神经元的时间序列. 当连接强度较小时, 各个神经元簇放电时刻不同步 (图 3 (b) 和 (c)), 平均场近似随机地小幅震荡, 图 3 (a); 相反, 连接强度较大时, 各个神经元同步簇放电 (图 4 (b) 和 (c)), 平均场近似周期性地大幅振荡, 图 4

(a). 因此可以用平均场的方差 $\text{Var}(X)$ 来定量的描述网络的同步状态, $\text{Var}(X)$ 越大网络的同步性越强. 图5给出了方差 $\text{Var}(X)$ 随连接强度 ε 的变化关系, 当连接强度超过阈值 ($\varepsilon_c = 0.036$) 时, $\text{Var}(X)$ 急剧增大意味着同步放电的形成. 值得注意的是, 此时只能得到簇放电同步, 而簇放电内的峰放电是不同步的.

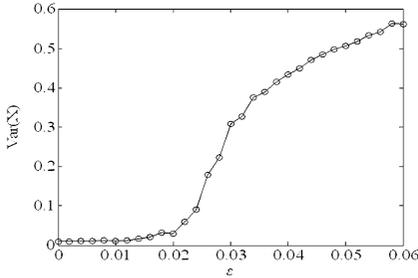


图5 状态平均场的方差 $\text{Var}(X)$ 随连接强度 ε 的变化关系

Fig. 5 The variance of mean field $\text{Var}(X)$ versus the coupling strength ε

2 非线性时滞反馈控制

当神经网络处于同步放电状态时, 可以采用非线性时滞反馈控制来抑制这种同步状态(病态同步). 根据 Popovych 等人提出的控制方法^[14], 将非线性反馈控制信号加入每个神经元的快变量中, 形如:

$$x_i(n+1) = \frac{\alpha_i}{1+x_i^2(n)} + y_i(n) + \frac{\varepsilon}{N} \sum_{j=1}^N x_j(n) + u(n) \quad (5. a)$$

$$y_i(n+1) = y_i(n) - \mu(x_i(n) + \sigma_i) \quad (5. b)$$

其中 $u(n)$ 取系统非线性时滞反馈信号 $S(n)$ 的实部, 即 $u(n) = \text{Re}(S(n))$. $S(n)$ 具有两种形式, 即差分反馈:

$$S(n) = KZ^2(n-\tau)Z^*(n-\tau) - KZ^2(n)Z^*(n) \quad (6)$$

和直接反馈:

$$S(n) = KZ^2(n)Z^*(n-\tau) \quad (7)$$

其中 K 是反馈强度, $Z^*(n-\tau)$ 是延迟时间为 τ 的平均场信号 $Z(n-\tau)$ 的共轭复数. 同理, 控制信号 $u(n)$ 可以取状态反馈信号 $S(n)$ 的虚部加到慢变量中, 或者取 $S(n)$ 的实部和虚部分别加到系统的快变量和慢变量中, 后两种情况本文不做讨论.

差分反馈和直接反馈控制的去同步化效果如图6所示, 神经元之间的连接强度为 $\varepsilon = 0.04$, 反馈控制施加之前 ($n < 2000$), 整个网络处于簇放电同步状态, 平均场 X 近似周期性的大幅振荡. 将反馈控制信号加入系统后, 同步状态很快消失, 平均

场变为近似随机的小幅振荡(图6(a)和(c)). 由图6(b)可知差分反馈控制不具有侵害性, 系统去同步化后刺激信号减弱为零, 即 $\lim_{n \rightarrow \infty} u(n) = 0$; 而直接反馈控制具有侵害性, 系统去同步后刺激信号仍然保持某个的刺激幅值(图6(d)), 即 $\lim_{n \rightarrow \infty} u(n) = \text{常数}$. 值得注意的是两种控制方法都没有改变神经元本身的簇放电特性, 只是改变了神经元之间放电的同步性(图7), 使其无法叠加为明显的峰值.

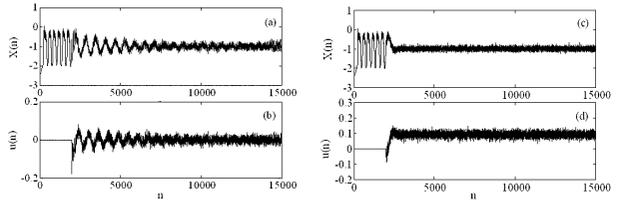


图6 非线性时滞反馈实现神经网络的去同步化. 差分反馈:

(a) 平均场序列 $X(n)$ 和 (b) 控制信号 $u(n)$;

直接反馈: (c) 平均场序列 $X(n)$ 和

(d) 控制信号 $u(n)$. 反馈强度 $K = 0.01$, 延迟时间 $\tau = 80$

Fig. 6 The realization of effective desynchronization of network by nonlinear delayed feedback control signal. Differential feedback:

(a) mean field and $X(n)$ (b) stimulation signal $u(n)$. Direct feedback: (c) mean field and $X(n)$ and (d) stimulation signal $u(n)$.

Parameters: $K = 0.01, \tau = 80$

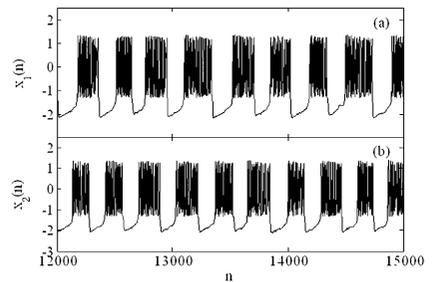


图7 神经网络去同步化后神经元时间序列:

(a) $\alpha_1 = 4.1$, (b) $\alpha_2 = 4.2$

Fig. 7 The time series of neurons for (a) $\alpha_1 = 4.1$ and

(b) $\alpha_2 = 4.2$ after desynchronization

图8描述了反馈强度对反馈控制去同步化效果的影响. 无反馈控制的情况下 ($K = 0$), 当神经元之间的连接强度超过阈值 ε_c 时, 整个网络可以实现簇放电同步. 加入反馈控制后该阈值 ε_c 仍然存在, 并随着反馈强度的增大而向右移动. 表明当网络中连接强度小于该阈值时, 反馈控制可以完全消除网络中的同步放电状态; 当连接强度大于该阈值时, 反馈控制虽然不能完全消除同步, 但是可以有效地降低系统的同步性, 即压缩其状态平均场振荡的幅值. 对比图8(a)和(b)发现, 直接反馈去同步

效果更明显,可以将强连接的神经网络($\varepsilon > \varepsilon_c$)去同步化;而差分反馈难以实现。

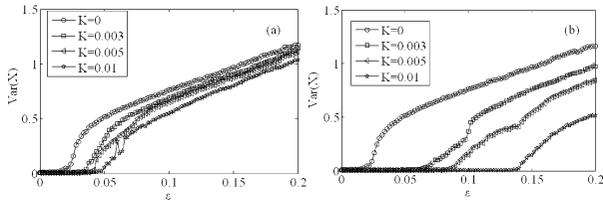


图8 反馈控制后平均场的方差 $\text{Var}(X)$ 随连接强度 ε 的变化关系, 延迟时间 $\tau = 80$, (a) 差分反馈, (b) 直接反馈

Fig. 8 Variance of the mean field versus the coupling strength ε after control; (a) differential feedback; (b) direct feedback

为了定量描述反馈控制的去同步化效果,本文采用抑制因子^[20] (Suppression Coefficient) S , 定义如下:

$$S = \sqrt{\frac{\text{Var}(X)}{\text{Var}(X_f)}} \quad (8)$$

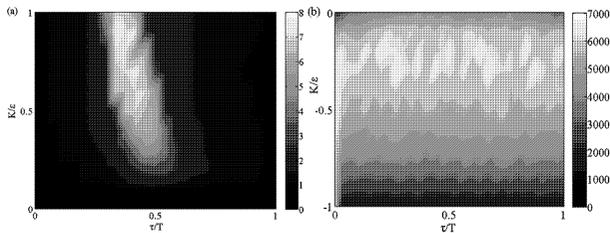


图9 非线性时滞反馈的压缩因子 S 随归一化控制参数 (反馈强度和延迟时间) 的变化关系: (a) 差分反馈; (b) 直接反馈. T 表示控制前神经网络的平均振荡周期

Fig. 9 Suppression coefficient as a function of normalized control parameters (strength and time delay) for nonlinear delayed feedback control; (a) differential feedback; (b) direct feedback.

T is the average oscillation period of the network before control

其中 X 和 X_f 分别是控制前和控制后系统的状态平均场. 抑制因子 S 越大, 反馈的去同步化效果越佳; 如果控制后 X_f 的方差为零, 则其去同步化的效果最优. 据此可以描述参数平面 (反馈强度—延迟时间) 内具有较大压缩因子的区域, 即去同步区域, 如图9所示. 差分反馈的去同步区域 (图9(a)) 占据了部分参数空间, 即只有合适的反馈强度和延迟时间能够实现神经网络的去同步化, 区域外控制参数增强网络的同步性; 而直接反馈的去同步区域 (图9(b)) 占满整个参数空间, 不会意外地增强同步, 压缩因子能达到几千. 可见, 直接反馈对控制参数变化的敏感性较小, 特别适用于对鲁棒性要求较高的深度脑刺激治疗. 与之相比, 线性时滞反馈的去同步范围较小, 只占据参数空间零星的几个小区

域, 大部分参数增强网络的同步性^[20-21]. 因此, 非线性时滞反馈更适用于神经网络的去同步化控制.

3 结论

本文基于映射神经元模型构建离散神经网络, 当神经元之间的连接强度超过阈值时, 达到同步簇放电, 网络的状态平均场近似周期性地大幅振荡. 采用非线性时滞反馈控制可以有效地抑制神经网络的这种同步模式, 且不改变神经元本身的簇放电特性. 对于差分反馈, 合适的反馈强度和延迟时间才能达到最佳的去同步效果, 且刺激信号在系统达到非同步状态后减弱到零, 不具有侵害性; 直接反馈的去同步化能力更强, 能够在较大的参数范围内有效的去同步, 但是在系统去同步后仍保持较大的刺激强度. 与线性时滞反馈相比, 非线性时滞反馈能够将强连接网络去同步化, 且对于参数的变化具有鲁棒性.

参 考 文 献

- 1 Pecora L M, Carroll T L. Driving systems with chaotic signals. *Physical Review A*, 1991, 44: 2374 ~ 2388
- 2 Pecora L M, Carroll T L. Synchronization in chaotic systems. *Physical Review Letters*, 1990, 64: 821 ~ 824
- 3 陈保颖. 线性反馈实现 Liu 系统的混沌同步. *动力学与控制学报*, 2006, 4(1): 1 ~ 4 (Chen B Y. Linear feedback control for synchronization of Liu chaotic system. *Journal of Dynamics and Control*, 2006, 4(1): 1 ~ 4 (in Chinese))
- 4 胡冯仪, 郑永爱, 马明. 基于主动滑模控制实现一类含有非匹配不确定混沌系统的同步. *动力学与控制学报*, 2008, 6(4): 316 ~ 321 (Hu F Y, Zheng Y A, Ma M. Synchronization of chaotic system with mismatch uncertainties based on the active sliding mode control. *Journal of Dynamics and Control*, 2008, 6(4): 316 ~ 321 (in Chinese))
- 5 刘勇, 王作雷, 毕勤胜. 具有主共振耦合振子的混沌相位同步. *动力学与控制学报*, 2008, 6(3): 229 ~ 234 (Liu Y, Wang Z L, Bi Q S. Phase synchronization of coupling oscillators with primary resonance. *Journal of Dynamics and Control*, 2008, 6(3): 229 ~ 234 (in Chinese))
- 6 王兴元, 古丽孜拉, 王明. 单向耦合混沌同步及其在保密通信中的应用. *动力学与控制学报*, 2008, 6(1): 40 ~ 44 (Wang X Y, Gu L Z L, Wang M. Chaos synchronization via unidirectional coupling and its application to se-

- cure communication. *Journal of Dynamics and Control*, 2008, 6(1):40~44 (in Chinese)
- 7 王青云, 石霞, 陆启韶. 神经元耦合系统的同步动力学. 北京: 科学出版社, 2008 (Wang Q Y, Shi X, Lu Q S. Synchronization dynamics of coupled neural systems. Beijing: Science Press, 2008 (in Chinese))
 - 8 陈关荣, 吕金虎. Lorenz 系统族的动力学分析、控制与同步. 北京: 科学出版社, 2003 (Chen G R, Lü J H. Dynamical analysis, control and synchronization of Lorenz system family. Beijing: Science Press, 2003 (in Chinese))
 - 9 Gray C M, König P, Engel A K, Singer W. Oscillatory responses in cat visual cortex exhibit inter-columnar synchronization which reflects global stimulus properties. *Nature*, 1989, 338: 334~337
 - 10 Eckhorn R, Bauer R. Coherent oscillations: a mechanism of feature linking in the visual cortex. *Biological Cybernetics*, 1988, 60:121~130
 - 11 Singer W. Synchronization of cortical activity and its putative role in information processing and learning. *Annual review of physiology*, 1993, 55:349~374
 - 12 Freund H J. Motor unit and muscle activity in voluntary motor control. *Physiological Reviews*, 1983, 63:387~436
 - 13 Levy R. High-frequency synchronization of neuronal activity in the sub-thalamic nucleus of Parkinsonian patients with limb tremor. *Journal of Neuroscience*, 2000, 20:7766~7775
 - 14 Popovych O V, Hauptmann C, Tass P A. Effective desynchronization by nonlinear delayed feedback. *Physical Review Letters*, 2005, 94:164102
 - 15 Popovych O V, Hauptmann C, Tass P A. Control of neuronal synchrony by nonlinear delayed feedback. *Biological Cybernetics*, 2006, 95:69~85
 - 16 Rulkov N F. Regularization of synchronized chaotic bursts. *Physical Review Letters*, 2001, 86:183~186
 - 17 Rulkov N F. Modeling of spiking-bursting neuron behavior using two-dimensional map. *Physical Review E*, 2002, 65: 041922
 - 18 Shi X, Lu Q S. Burst synchronization of electrically and chemically coupled map-based neurons. *Physica A*, 2009, 388:2410~2419
 - 19 石霞. 化学突触耦合神经元的簇放电同步. 力学季刊, 2010, 31(1):52~57 (Shi X. Burst synchronization of coupled neurons by chemical synapses. *Chinese quarterly of mechanics*, 2010, 33(1):52~57 (in Chinese))
 - 20 Rosenblum M G, Pikowsky A S. Delayed feedback control of collective synchrony: An approach to suppression of pathological brain rhythms. *Physical Review E*, 2004, 70: 041904
 - 21 Rosenblum M G, Pikowsky A S. Controlling synchronization in an ensemble of globally coupled oscillators. *Physical Review Letters*, 2004, 92:114102

NONLINEAR DELAYED FEEDBACK FOR EFFECTIVE DESYNCHRONIZATION OF DISCRETE NEURAL NETWORK*

Yu Haitao¹ Wang Jiang¹ Che Yanqiu² Deng Bin¹ Wei Xile¹

(1. School of Electrical and Automation Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

(2. Automation and Electrical Engineering college, Tianjin University of Technology and Education, Tianjin 300222, China)

Abstract Control of desynchronization in discrete neural networks by nonlinear delayed feedback was studied. The network consisting of Map-based neurons could get chaotic bursting synchronization through adjusting the coupling strength between the cells. Once nonlinear delayed feedback signals were applied into the fast variables of neurons, a complete desynchronization was achieved and neuron's inherent bursting characteristic was restored. Compared with linear delayed feedback control, the method was effective even in the case of strong coupling and robust against parameter variations.

Key words neural network, map-based neuron model, desynchronization, nonlinear delayed feedback

Received 25 July 2010, revised 23 August 2010.

*The project supported by the Young Scientists Fund of the National Natural Science Foundation of China (50707020, 60901035, 50907044)