

电枢运动引起电磁发射轨道的动态响应*

陈铁宁 白春艳 张益男 白象忠

(燕山大学建筑工程与力学学院, 秦皇岛 066004)

摘要 电磁轨道发射装置中的电枢在受到推力向前移动的同时, 轨道之间存在斥力. 由于焦耳热效应的存在, 电枢产生膨胀, 同时对轨道产生一个挤压力, 进而引起轨道的动态响应. 本文将电磁发射装置的轨道简化为移动载荷作用下弹性基础上的简支梁. 根据梁的振动理论, 建立动力学微分方程, 并应用数值分析方法, 求得了电枢对轨道挤压作用下的轨道的位移动态响应; 分析了电流强度、地基弹性系数、地基阻尼等参数对轨道位移的影响. 其结果可为轨道结构设计提供必要的理论根据.

关键词 电磁轨道发射, 弹性基础梁, 移动荷载, 振动微分方程, 动态响应

引言

随着材料科学的发展, 复合装甲、高强度陶瓷装甲、贫铀装甲的应用, 以及爆炸反应装甲的抗毁能力, 对破甲技术提出了更高的要求. 为此, 人们在相继研制出一系列新型破、穿甲战斗部的同时, 也注意开发研究某些新概念超高速动能穿甲武器, 电磁轨道发射装置就是其中一种. 电磁轨道发射装置是利用运动电荷或载流导体在磁场中受到电磁力的作用来加速弹丸的, 突破了传统化学能发射弹丸的速度限制, 并且远远地超过了火炮发射弹丸的速度, 缩短了反应时间, 近年来得到了大力发展^[1,2].

为了保证电磁轨道的射击精度, 必须要保证轨道具有足够的刚度, 即发射的过程中轨道位移要控制在一定的范围内. T. Tzeng^[3]采用弹性基础梁作为电磁发射装置轨道的力学模型, 在假设电枢匀速通过导轨情况下, 导轨长度等参量对共振速度的影响; T. Tzeng^[4]还分析了电磁发射装置的轨道参数对临界速度的影响, 为指导和优化轨道设计提供了参数; 文献[5]研究了发射状态下导轨的弹性波; 文献[6]分析了电容驱动型轨道电磁炮发射时的电磁过程, 通过模拟计算, 证明了应用电磁发射技术实现对大质量物体发射的可行性.

但是, 在以往的文献中大都忽略了地基阻尼对轨道位移的影响, 而实际的振动中不可避免的要遇到弹性地基阻尼, 因此, 地基阻尼对轨道位移的影

响是不容忽略的. 同时, 电枢在轨道中的运动状态是一个加速过程, 对于电枢加速运动状态下的轨道动态响应的研究也很少见.

当轨道中通有电流后, 两轨道电流运动方向相反, 于是轨道间存在相互作用的斥力; 电枢在电磁力作用下向前运动, 并且由于焦耳热效应产生膨胀, 从而对轨道产生一个挤压力. 因此, 本文将轨道简化为弹性地基梁, 轨道之间的斥力和电枢对轨道的挤压力分别简化为一个均布荷载和集中力, 应用分离变量法求解计入阻尼的拉格朗日方程, 得到了移动荷载加速运动作用下轨道的动态响应, 并且分析了电流强度、地基弹性系数、地基阻尼等参数对轨道位移的影响, 从而为轨道结构设计提供理论根据.

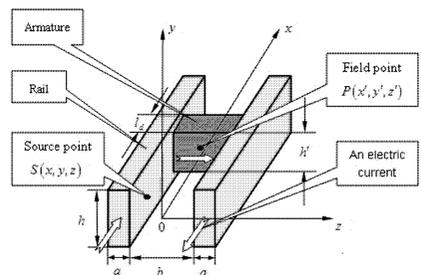


图1 电磁轨道发射装置结构示意图

Fig. 1 Schematic of electromagnetic railgun

1 发射过程中的受力分析

1.1 电枢的受力分析

根据毕奥-萨伐尔定律可求得两轨道在电枢

位置产生的磁感应强度,再考虑到电枢上的电流可求得电枢上任意一点的电磁力。

两轨道在电枢位置产生的磁场的 z 方向大小相等,方向相反,互相抵消; y 方向的分量大小相

$$B_y = 2 \int_0^{l(t)} \int_{\frac{-2a-b}{2}}^{\frac{-b}{2}} \int_{\frac{-b}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{\mu_0 J_v (y' - y)}{4\pi (\sqrt{(x' - x)^2 + (y' - y)^2 + (z' - z)^2})^3} dy' dz' dx \quad (1)$$

其中, $l(t)$ 为电枢 t 时刻在轨道上运动的长度, b 为两轨道间距离即电枢宽度, a 为轨道宽度, h 为轨道高度, $J_v = I/(ha)$ 为轨道体电流密度, I 为轨道上的电流强度, μ_0 为真空磁导率。

考虑到电枢的电流强度可计算出电枢上任一点受到的电磁力,因此,对其沿整个电枢体积进行积分可得电枢受到电磁驱动力沿轨道方向推力的合力

$$F_1 = \int_{\frac{-b}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_{\frac{-h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{l(t)}^{l(t)+l_d} J'_v B_y dx' dy' dz' \quad (2)$$

其中, h' 为电枢的高度, l_d 为电枢沿轨道方向的长度, $J'_v = I'/(l_d h')$ 为电枢体电流密度, I' 为电枢上的电流强度。

1.2 轨道之间的斥力

考虑两个导轨通入电流后在导轨间产生的电磁场,以及流经导轨的电流密度,根据毕奥-萨伐尔定律可求得源点 $S(x, y, z)$ 所在轨道在另一轨道上任意一点 (x', y', z') 的磁感应强度在 y 方向上的分量见式(1)。根据电磁力的推导公式 $d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$ 可得电枢经过的导轨部分导轨间的斥力 F_2

$$F_2 = \int_{\frac{b}{2}}^{\frac{b+2a}{2}} \int_{\frac{-b'}{2}}^{\frac{h'}{2}} \int_0^{l(t)} -J_v B_y dx' dy' dz'$$

假设斥力是均布于电枢经过的导轨部分的,于是可得斥力集度 q

$$q = \frac{F_2}{l(t)} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi h^2} \left[2(a+h) \arctan\left(\frac{a+h}{b}\right) - b \ln\left(\frac{b^2 + (a+h)^2}{b^2}\right) \right] \quad (3)$$

1.3 电枢对轨道的作用力

当电流流经电枢时,由于焦耳热效应,电枢内势必产生热量。因电磁轨道发射采用单次放电,可不考虑趋肤效应,并近似地认为电流在电枢内均匀分布。由于发射过程非常短暂,可忽略温度随时间的变化。电枢沿 z 方向的温度分布 T_w 为^[8]

$$T_w = T_f + \frac{Qb^2}{8\lambda_T} \left[1 + \frac{4\lambda_T}{b\alpha_F} - 4\left(\frac{y}{b}\right)^2 \right]$$

等,方向相同,因此只求 y 方向的磁感应强度分量即可。设电流源点 S 坐标为 (x, y, z) ,场点 P 坐标为 (x', y', z') (如图1所示),可得两根导轨在电枢任意一点 y 方向上的磁感应强度为^[7]

其中, $Q = 0.86 \frac{I'^2}{\sigma(l_d h)^2}$ 为焦耳热源功率, σ 为电枢材料的电导率, l_d 为电枢沿轨道方向长度, b 为轨道宽度, α_F 为电枢材料的表面换热系数, T_f 为与电枢相邻介质的温度, λ_T 为电枢材料的热传导系数。

电枢 z 方向上的热应变为^[9]

$$\varepsilon_T = \frac{1}{b} \int_{-b/2}^{b/2} \alpha_T T_w dz$$

则电枢作用在轨道上的合力为

$$F_3 = l_d h' E_T \varepsilon_T = \frac{Q b h' E_T l_d \alpha_T}{6} \left[\frac{b}{\lambda_T} + \frac{b}{\lambda_T} \right] \quad (4)$$

其中, α_T 为电枢材料的线膨胀系数, E_T 为电枢材料的弹性模量。

2 发射轨道动力学方程的建立

将电磁轨道发射装置简化为两端铰支的弹性基础简支梁,如图2所示。考虑阻尼力对梁的影响,得到移动载荷作用下的弹性基础梁的控制方程为一个瞬时四阶微分方程

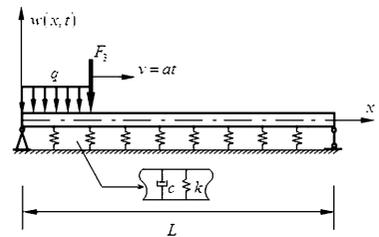


图2 轨道发射状态的力学模型

Fig.2 Schematic of loading at launching state

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + c \frac{\partial w}{\partial t} + kw = p(x, t) \quad (5)$$

式中, w 为梁的挠度, EI 为梁的抗弯刚度, m 为梁的单位长度的质量, k 为弹性基础的弹性常数, c 为地基阻尼系数。式中的函数 $p(x, t) = F_3 \delta(x - \frac{1}{2}at^2) + ql(t) [1 - H(x - l(t))]$, q 为导轨间相互作用的斥力集度, F_3 是电枢受热膨胀产生的对轨道的挤压力, a 为电枢运动的即时加速度, $\delta(x)$ 是Dirac函数, $H(x - l(t))$ 为Heaviside阶跃函数。

3 方程的求解

3.1 通解

通解所对应的自由振动方程为一个四阶齐次偏微分方程,采用分离变量法求解,目的是使问题转换为常微分方程. 设梁的挠度^[10-12]

$$w(x, t) = \phi(t)\theta(x) \quad (6)$$

把式(6)代入式(5)的齐次方程为

$$-\frac{\partial^2 w}{c\phi} - \frac{\partial \phi}{m\phi} = \frac{EI}{cm\theta} \frac{\partial^4 \theta}{\partial x^4} + \frac{k}{cm} \quad (7)$$

由式(7)假设

$$-\frac{\partial^2 w}{c\phi} - \frac{\partial \phi}{m\phi} = \lambda^2 \quad (8)$$

$$\frac{EI}{cm\theta} \frac{\partial^4 \theta}{\partial x^4} + \frac{k}{cm} = \lambda^2 \quad (9)$$

式(8)解的可以表示为

$$\phi(t) = Ae^{-\frac{-c + \sqrt{c^2 - 4cm^2\lambda^2}}{2m}t} + Be^{-\frac{-c - \sqrt{c^2 - 4cm^2\lambda^2}}{2m}t}$$

设 $\beta^4 = (\lambda^2 - \frac{k}{cm})$, 则式(9)的解为

$$\theta(x) = D\cosh(\beta x) + E\sinh(\beta x) + K\cos(\beta x) + R\sin(\beta x)$$

其中, D, E, K, R 均为常数.

根据简支梁的边界条件

$$\begin{cases} \theta(0) = 0 & \theta(L) = 0 \\ \left. \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \right|_{x=0} = 0 & \left. \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \right|_{x=L} = 0 \end{cases}$$

可得系统各阶自由振动模态为

$$\theta_i(x) = R\sin \frac{i\pi x}{L} \quad (i = 1, 2, 3 \dots) \quad (10)$$

根据 $\int_0^L m\theta_i^2(x) dx = 1$ 对特征函数作正规化处理^[13], 可得

$$R = (2/mL)^{\frac{1}{2}}$$

因此,系统的各阶自由振动模态为

$$\theta_i(x) = \sqrt{\frac{2}{mL}} \sin \frac{i\pi x}{L} \quad (i = 1, 2, 3 \dots) \quad (11)$$

则 $w_i(x, t)$ 可表示为

$$w_i(x, t) = \phi_i(t)\theta_i(x) = (A_i e^{-\frac{-c + \sqrt{c^2 - 4cm^2\lambda^2}}{2m}t} + B_i e^{-\frac{-c - \sqrt{c^2 - 4cm^2\lambda^2}}{2m}t}) \left(\sqrt{\frac{2}{mL}} \sin \frac{i\pi x}{L} \right)$$

其中, A_i 和 B_i 由初始条件确定.

根据主振型叠加法,对于连续系统,只要把连续系统的位移表示成振型函数的级数即可,即

$$w_i(x, t) = \sum_i \phi_i(t)\theta_i(x) = \sum_i (A_i e^{-\frac{-c + \sqrt{c^2 - 4cm^2\lambda^2}}{2m}t} + B_i e^{-\frac{-c - \sqrt{c^2 - 4cm^2\lambda^2}}{2m}t}) \left(\sqrt{\frac{2}{mL}} \sin \frac{i\pi x}{L} \right)$$

3.2 特解

方程(5)的特解可通过拉格朗日方程求得. 引入耗散函数^[14], 则拉格朗日方程为

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial \phi_i} + \frac{\partial U}{\partial \phi_i} + \frac{\partial G}{\partial \phi_i} = Q_i \quad (12)$$

其中, T 为梁的动能, U 为梁的总变形能, Q_i 为广义力, $G = \frac{1}{2} \int_0^L c \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right)^2 dx$ 为耗散函数.

弹性基础梁的应变能由该梁的应变能 U_b 和弹性基础的应变能 U_a 组成

$$U_b = \frac{1}{2} \int_0^L EI \left(\frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \right)^2 dx = \frac{1}{2} \frac{EI}{m} \sum_i \beta^4 M_i \phi_i^2$$

$$U_a = \frac{1}{2} \int_0^L k w^2 dx = \frac{k}{2m} M_i \sum_i \phi_i^2$$

其中, $M_i = \int_0^L m \theta_i^2(x) dx$.

广义力 Q_i 为

$$Q_i = \int_0^L p(x, t) \theta_i(x) dx$$

将 T, U, G, Q_i 代入计入阻尼的拉格朗日方程,可以得到微分方程

$$\frac{\partial^2 \phi_i}{\partial t^2} + \frac{c}{m} \frac{\partial \phi_i}{\partial t} + c\lambda_i^2 \phi_i = \frac{Q_i}{M_i} \quad (13)$$

应用 Matlab 软件编制程序可得到 ϕ_i 的数值解,因此可得方程的特解 $w_2(x, t)$

式(5)的解包括通解和特解,因此将式(11)和式(13)求得的 ϕ_i 的数值解组合到一起即可求得轨道的位移 $w(x, t) = w_1(x, t) + w_2(x, t)$.

4 算例分析

采用如图3所示的自制的小型电磁轨道发射装置的结构参数. 已知导轨的材质为铜,弹性模量为 $E = 110 \text{ GPa}$,密度为 $\rho = 8.32 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$,电导率为 $\sigma = 5.88 \times 10^7 (\Omega \cdot \text{m})^{-1}$,线膨胀系数 $\alpha_T = 1.65 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$,热传导系数 $\lambda_T = 401 \text{ W/(m} \cdot \text{ } ^\circ\text{C)}$,表面放热系数 $\alpha_F = 400 \text{ W/(m} \cdot \text{ } ^\circ\text{C)}$,真空磁导率 $\mu_0 = 4\pi \times$

10^7H/m , 导轨长度 $L = 330 \text{mm}$, 宽度 $a = 4 \text{mm}$, 高度 $h = 22 \text{mm}$. 电枢的材质为铝, 其密度为 $\rho = 2.7 \times 10^3 \text{kg/m}^3$, 电导率 $\sigma = 3.774 \times 10^7 (\Omega \cdot \text{m})^{-1}$, 电枢沿轨道长度为 $l_d = 21 \text{mm}$, 宽度为 $b = 9 \text{mm}$, 高度为 $h' = 14 \text{mm}$. 通入电流强度为 $I = 5.0 \times 10^6 \text{A}$.

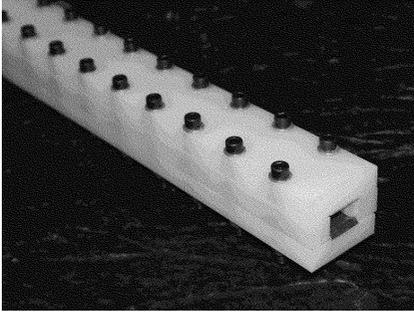


图3 小型电磁轨道发射装置

Fig. 3 Small-scale electromagnetic railgun

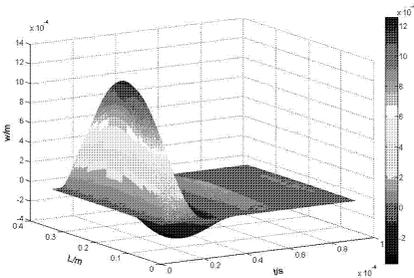


图4 轨道位移随时间变化规律

Fig. 4 Variation of rail's deflection with time

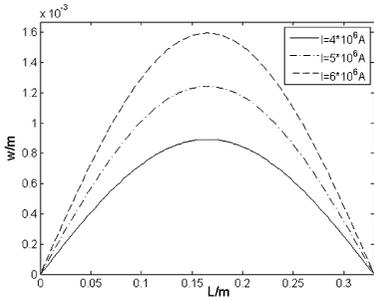


图5 通入电流强度对导轨挠度的影响

Fig. 5 The effect of discharge current on deflection of rail

图4给出了地基弹性系数 $k = 2.532 \times 10^{10} \text{Pa}$, 地基阻尼 $c = 1.0 \times 10^5 \text{Ns/m}$ 时移动荷载作用下整个轨道的三维动响应图形. 从图中可以得到导轨上任意位置的挠度随时间的变化规律. 从图中可知, 整个轨道的最大位移都发生在中间位置附近.

图5到图8给出了在通入不同电流强度情况下导轨挠度随电枢滑动位置的变化曲线, 由图可知, 通入电流强度越大, 轨道挠度也越大; 轨道中间位置的位移随着电枢电导率的增大而减小; 地基弹性常数、弹性基础阻尼越大, 轨道中间位置的位移

越小, 变换相应的参数, 可以控制发射轨道的变形和振动特性.

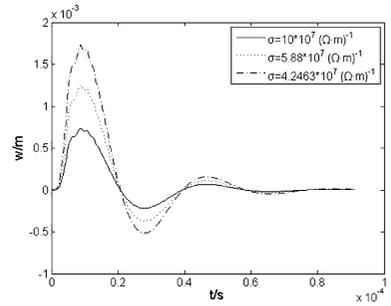


图6 电枢电导率对导轨挠度的影响

Fig. 6 The effect of electric conductivity on deflection of rail

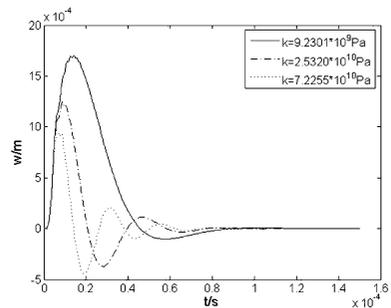


图7 不同弹性常数下轨道中间位置的位移变化规律

Fig. 7 The effect of discharge elastic constant on deflection of rail

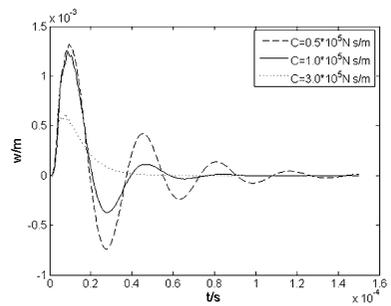


图8 不同阻尼系数下轨道中间位置的位移变化规律

Fig. 8 The effect of discharge damping on deflection of rail

5 结论

本文结合电磁场理论、传热学基础以及振动力学方程得到了电磁轨道发射过程中电枢的受力, 轨道间斥力, 电枢对轨道的作用力, 并且通过求解振动微分方程得到了电磁轨道发射过程中轨道的动态响应. 由计算结果可以得知, 降低电磁发射电流可以减小轨道挠度, 但这样势必会减小发射物的出口速度, 因此选择电导率大、质量轻、热传导系数小的材料做电枢在一定程度上能满足发射要求. 同时增大弹性基础的阻尼、外包层的刚度系数也是减小轨道挠度, 增大射击精度的有效措施.

参 考 文 献

- 1 王莹,肖峰. 电炮原理. 北京:国防工业出版社,1994:5 ~ 16 (Wang Y, Xiao F. Theory of electrical gun. Beijing: National Defence Industry Press, 1994: 5 ~ 16 (in Chinese))
- 2 范长增,王文魁. 发展中的电磁轨道炮. 燕山大学学报, 2007,31(5):377 ~ 386 (Fan C Z, Wang W K. Review on the electromagnetic railgun. *Journal of Yanshan University*, 2007, 31(5):377 ~ 386 (in Chinese))
- 3 Jerome T. Tzeng and Wei Sun. Dynamic response of cantilevered rail guns attributed to projectile/gun interaction - theory. *Transactions on Magnetics*, 2007,43:207 ~ 213
- 4 Jerome T Tzeng. Dynamic response of electromagnetic railguns due to projectile movement. *Transactions on Magnetics*, 2007,39:472 ~ 475
- 5 Anthony J Johnson, Francis C Moon. Elastic waves and solid armature contact pressure in electromagnetic launchers. *IEEE Transactions on Magnetics*,2006,42(3):422 ~ 429
- 6 陈庆国,王永红,魏新劳,张海燕. 电容驱动型轨道电磁炮电磁过程的计算机仿真. 电工技术学报, 2006,21(4):68 ~ 71 (Chen Q G, Wang Y H, Wei X L, Zhang H Y. Computer simulation of electromagnetic process in the capacitor driven rail gun. *Transactions of China Electrotechnical Society*, 2006,21(4):68 ~ 71 (in Chinese))
- 7 毕德显. 电磁场理论. 北京:电子工业出版社,1985:235 ~ 242 (Bi D X. Theory of electromagnetic field. Beijing:Publishing House of Electronics Industry, 1985:235 ~ 242 (in Chinese))
- 8 米海耶夫 M A. 传热学基础. 北京:高等教育出版社,1958:338 ~ 378 (Mihaeev M A. Basis of heat transfer. Beijing: Press of High Education, 1958:338 ~ 378 (in Chinese))
- 9 白象忠,田振国. 板壳磁弹性力学基础. 北京:科学出版社,2006:51 ~ 84 (Bai X Z, Tian Z G. Basis of magneto-elastic mechanics for plate and shell. Beijing: Science Press, 2006:51 ~ 84 (in Chinese))
- 10 彭献,游福贺,高伟钊,金一鸣,刘子健. 移动质量与梁耦合系统固有频率的计算与分析. 动力学与控制学报,2009,7(3):270 ~ 274 (Peng X, You FH, Gao WZ, Jin YM, Liu ZJ. Calculation and analysis on natural frequency of a moving mass and beam's coupled system. *Journal of Dynamics and Control*, 2009,7(3):270 ~ 274 (in Chinese))
- 11 彭献,殷新锋,茆秋华. 车-桥系统的振动分析及控制. 动力学与控制学报,2006,4(3):253 ~ 258 (Peng X, Yin XF, Mao QH. Vibration annalsis and control on vehicle-bridge system. *Journal of Dynamics and Control*, 2006,4(3):253 ~ 258 (in Chinese))
- 12 钟阳,曹长勇. 飞机起降过程中道面的动力响应. 动力学与控制学报,2008,6(1):83 ~ 87 (Zhong Y, Cao ZY. Dynamic response of airport pavement when airplane takes off or lands. *Journal of Dynamics and Control*, 2008,6(1):83 ~ 87 (in Chinese))

DYNAMIC RESPONSE OF ELECTROMAGNETIC RAILGUN DUE TO ARMATURE MOVEMENT*

Chen Tiening Bai Chunyan Zhang Yinan Bai Xiangzhong

(Institute of Civil Engineering and Mechanics, Yanshan University, Qinhangdao 066004, China)

Abstract The repulsive forces exist between the two rails when the armature is thrust forward along the rail. At the same time the armature expands due to Joule heat, which causes rail's vibration. The electromagnetic rail was modeled as a simply supported beam of finite length sitting on an elastic foundation. According to the theory of vibration, the dynamic response of the rail was governed by a fourth-order differential equation with an extra term of elastic support subjected to armature's thrust. Then the parameters, such as the current intensity, the elastic constant and damping of the elastic foundation, were analyzed. The theoretical basis of the design of rail was obtained from the analysis result.

Key words electromagnetic rail launch, elastic foundation beam, moving load, vibration differential equation, dynamic response

Received 25 July 2010, revised 21 August 2010.

* The project supported by the National Natural Science Foundation of China (50875230)