第 8 卷第 3 期 2010 年 9 月
1672-6553/2010/08(3)/245-5
动 力 学 与 控 制 学 报
JOURNAL OF DYNAMICS AND CONTROL
Vol. 8 No. 3
Sep. 2010

含有界随机参数的 Genesio-Tesi 系统的混沌同步研究*

林艳艳　马少娟　张春雨

（北方民族大学信息与计算科学学院，银川　750021）

摘要　主要讨论了含有界随机参数的随机系统的主从同步问题. 首先用 Chebyshev 多项式逼近法将随机 Genesio - Tesi 系统化简为与其等价的确定性系统，然后基于 Lyapunov 稳定性理论和 LMI 技术，一系列的简单的控制策略被施加到从系统，从而使得两个具有不同初值的随机 Genesio - Tesi 系统达到了同步；文章最后给出了数值模拟，说明了这种同步方案的有效性.

关键词　随机 Genesio-Tesi 系统，　随机参数，　Chebyshev 多项式逼近法，　主从同步，　LMI

引 言

自从发现混沌同步现象以来[1]，人们对各种混沌同步现象的研究产生了浓厚的兴趣. 由于混沌系统对初始状态的敏感依赖，即两个系统的初始条件有一微小差异时，其轨道在同一相空间中的差异会变得越来越大，最后会变得完全分道扬镳了. 混沌信号的隐蔽性、不可预测性、高复杂性和易于实现等特性都特别适合于通信、工程、经济等领域. 因此混沌同步的研究引起了各领域学者的浓厚兴趣并取得了重大发展，由此产生了很多混沌同步的方法[2-3]，这些方法都已成功地应用于混沌同步现象的研究中.

早、中期的混沌同步都是在确定性模型下进行的，然而在自然界中存在着诸多的不确定元素，确定性模型已经不能很精确地描述系统. 所以越来越多的人开始从事非线性随机动力学的研究[4-6]. 随机动力学的研究主要针对三个方面：随机激励下的确定性动力系统、具有随机参数的动力系统（随机结构动力系统）和随机激励下具有随机参数的动力系统. 在随机结构动力系统分析中，所用的数值方法主要有三种：Monte-Carlo 数值模拟法[7]；随机摄动法[8]；正交多项式逼近法. 其中正交多项式逼近法，由 Spanos 和 Ghanem[9]，Jensen 和 Iwan[10] 相继提出，后来又得到了 Li[11] 进一步发展. 这种方法不像 Monte-Carlo 方法那样计算量很大，也不像随机摄动法要求变异参数是一个小量，所以这种方法很实用. 近几年来，这种方法在含随机参数系统的分岔和混沌的研究中得到了很大应用[12-13]，而关于含随机参数系统的同步研究，成果还很少.

本文针对物理学中的随机 Genesio-Tesi 系统，利用 Lyapunov 稳定性理论对该系统提出了一种同步方案并借助线性矩阵不等式技术（LMI）给出了结果. 首先借助 Chebyshev 多项式将随机参数系统约化成与其等价的确定性系统，然后通过该等价确定性系统，利用 LMI 技术使得具有不同初值的随机 Genesio-Tesi 系统实现了同步并给出了数值模拟.

1　随机 Genesio-Tesi 系统的等价确定性系统

考虑含有界随机参数的 Genesio-Tesi 系统

$$\begin{cases}\dot{x}=y\\ \dot{y}=z\\ \dot{z}=ax+by+cz+x^2\end{cases}\tag{1}$$

其中 b,c 为负的确定性参数，a 为随机参数，可以表示成

$$a=\bar{a}+\delta u\tag{2}$$

其中 $\bar{a}$ 为随机参数 a 的均值，u 是定义在 $[-1,1]$ 上的服从拱形分布的随机变量，δ 为随机参数的强度. 此时，系统的响应可表示为时间 t 和 u 的函数 $x=x(t,u)$，$y=y(t,u)$，$z=z(t,u)$. 根据正交多项式逼近法[14]，系统响应可以写成下列形式

$$\begin{cases}x(t,u)=\sum_{i=0}^{N}x_i(t)U_i(u)\\ y(t,u)=\sum_{i=0}^{N}y_i(t)U_i(u)\\ z(t,u)=\sum_{i=0}^{N}z_i(t)U_i(u)\end{cases}\tag{3}$$

2010-03-29 收到第 1 稿，2010-04-16 收到修改稿.
* 国家民族事务委员会科研基金（08XBEO）及宁夏回族自治区高校科研项目（2008JY007）资助课题

其中 $U_i(u)$ 代表了第二类 Chebyshev 多项式. 如果 $N\to 0$ 时,方程组(3)在均方收敛的意义下与原非线性随机系统等价. 在以下的数值分析中,为了方便计算,取 $N=3$,则

$$\begin{cases} x(t,u)=\sum\limits_{i=0}^{3}x_i(t)U_i(u) \\ y(t,u)=\sum\limits_{i=0}^{3}y_i(t)U_i(u) \\ z(t,u)=\sum\limits_{i=0}^{3}z_i(t)U_i(u) \end{cases} \tag{4}$$

将式(2)和式(4)代入式(1),我们得到

$$\begin{cases} \sum\limits_{i=0}^{3}\dot{x}_i(t)U_i(u)=\sum\limits_{i=0}^{3}y_i(t)U_i(u) \\ \sum\limits_{i=0}^{3}\dot{y}_i(t)U_i(u)=\sum\limits_{i=0}^{3}z_i(t)U_i(u) \\ \sum\limits_{i=0}^{3}\dot{z}_i(t)U_i(u)=\bar{a}\sum\limits_{i=0}^{3}x_i(t)U_i(u)+ \\ \quad \delta u\sum\limits_{i=0}^{3}x_i(t)U_i(u)+b\sum\limits_{i=0}^{3}y_i(t)U_i(u)+ \\ \quad c\sum\limits_{i=0}^{3}z_i(t)U_i(u)+(\sum\limits_{i=0}^{3}x_i(t)U_i(u))^2 \end{cases} \tag{5}$$

对于 Chebyshev 多项式,经推导有

$$U_0^2(u)=U_0(u)\quad U_1^2(u)=U_0(u)+U_2(u)\quad\cdots \tag{6}$$

将上式代入式(5)中,其中 $U_i(u)$ 的二次乘积可以化为相应单个正交多项式 $U_i(u)$ 的线性组合,则式(5)中第三个等式的最后一项可以化简为

$$(\sum_{i=0}^{3}x_i(t)U_i(u))^2=\sum_{i=0}^{6}X_i(t)U_i(u) \tag{7}$$

根据文[14]中 Chebyshev 多项式的递推关系,式(5)中第三个等式的第二项可以化简为

$$\begin{aligned} \delta u\sum_{i=0}^{3}x_i(t)U_i(u)&=\delta\sum_{i=0}^{3}x_i(t)uU_i(u)= \\ &\frac{1}{2}\delta\sum_{i=0}^{3}x_i(t)(U_{i+1}(u)+U_{i-1}(u))= \\ &\frac{1}{2}\delta\sum_{i=0}^{3}U_i(u)(x_{i+1}(t)+x_{i-1}(t)) \end{aligned} \tag{8}$$

该式中 x_{-1} 和 x_4 设为零. 将式(7)和(8)代入式(5)我们得到

$$\begin{cases} \sum\limits_{i=0}^{3}\dot{x}_i(t)U_i(u)=\sum\limits_{i=0}^{3}y_i(t)U_i(u) \\ \sum\limits_{i=0}^{3}\dot{y}_i(t)U_i(u)=\sum\limits_{i=0}^{3}z_i(t)U_i(u) \\ \sum\limits_{i=0}^{3}\dot{z}_i(t)U_i(u)=\bar{a}\sum\limits_{i=0}^{3}x_i(t)U_i(u)+ \\ \quad \frac{1}{2}\delta\sum\limits_{i=0}^{3}(x_{i+1}(t)+x_{i-1}(t))U_i(u)+b\sum\limits_{i=0}^{3}y_i(t)\times \\ \quad U_i(u)+c\sum\limits_{i=0}^{3}z_i(t)U_i(u)+\sum\limits_{i=0}^{6}X_i(t)U_i(u) \end{cases} \tag{9}$$

将式(9)两边依次同乘 $U_i(u)(i=0\cdots3)$,并关于随机变量取期望,由 Chebyshev 多项式的正交性可得

$$\begin{cases} \dot{x}_0=y_0 \\ \dot{y}_0=z_0 \\ \dot{z}_0=\bar{a}x_0+by_0+cz_0+\frac{1}{2}\delta x_1+X_0 \\ \dot{x}_1=y_1 \\ \dot{y}_1=z_1 \\ \dot{z}_1=\bar{a}x_1+by_1+cz_1+\frac{1}{2}\delta(x_0+x_2)+X_1 \\ \cdots\cdots \\ \dot{x}_3=y_3 \\ \dot{y}_3=z_3 \\ \dot{z}_3=\bar{a}x_3+by_3+cz_3+\frac{1}{2}\delta x_2+X_3 \end{cases} \tag{10}$$

这样我们就通过 Chebyshev 多项式逼近把随机 Genesio-Tesi 系统化简成为与其等价的确定性系统.

2 两个随机 Genesio-Tesi 系统的同步

由上一节我们得到了随机 Genesio-Tesi 系统的等价确定性系统,这样随机系统的同步问题就转化为其等价确定性系统的同步问题. 通过分析该等价确定性系统的动力学行为,我们可知,当 $\bar{a}=-6$, $b=-2.92$, $c=-1.2$, $\delta\in[0,0.2]$ 时,随机 Genesio-Tesi 系统出现混沌现象,即当两个 Genesio-Tesi 系统初值不同时,其动力学行为会有很大分歧.

我们下面的任务是设计合理有效的方案,使得两个系统实现混沌同步. 由式(10)我们定义系统同步中的主系统(the master system)和从系统(the slave system)分别为

$$\begin{cases} \dot{x}_{m0}=y_{m0} \\ \dot{y}_{m0}=z_{m0} \\ \dot{z}_{m0}=\bar{a}x_{m0}+by_{m0}+cz_{m0}+\frac{1}{2}\delta x_{m1}+X_{m0} \\ \cdots\cdots \\ \dot{x}_{m3}=y_{m3} \\ \dot{y}_{m3}=z_{m3} \\ \dot{z}_{m3}=\bar{a}x_{m3}+by_{m3}+cz_{m3}+\frac{1}{2}\delta x_{m2}+X_{m3} \end{cases} \tag{11}$$

和

$$\begin{cases} \dot{x}_{s0} = y_{s0} \\ \dot{y}_{s0} = z_{s0} \\ \dot{z}_{s0} = \bar{a}x_{s0} + by_{s0} + cz_{s0} + \dfrac{1}{2}\delta x_{s1} + X_{s0} \\ \cdots\cdots \\ \dot{x}_{s3} = y_{s3} \\ \dot{y}_{s3} = z_{s3} \\ \dot{z}_{s3} = \bar{a}x_{s3} + by_{s3} + cz_{s3} + \dfrac{1}{2}\delta x_{s2} + X_{s3} \end{cases} \tag{12}$$

式(11)和(12)中的下标 m、s 分别代表了主系统和从系统,$u_i(i=1\cdots4)$为使得主从系统同步的控制器.

我们定义主从系统的误差为 $e_1 = x_{s0} - x_{m0}$,$e_2 = y_{s0} - y_{m0}$,$\cdots e_{12} = z_{s3} - z_{m3}$,则根据式(11)和式(12),误差系统可以表示为

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 \\ \dot{e}_2 = e_3 \\ \dot{e}_3 = \bar{a}e_1 + be_2 + ce_3 + \dfrac{1}{2}\delta e_4 + e_1(x_{s0} + x_{m0}) + \\ \quad e_4(x_{s1} + x_{m1}) + e_7(x_{s2} + x_{m2}) + e_{10}(x_{s3} + x_{m3}) + u_1 \\ \dot{e}_4 = e_5 \\ \dot{e}_5 = e_6 \\ \dot{e}_6 = \bar{a}e_4 + be_5 + ce_6 + \dfrac{1}{2}\delta(e_1 + e_7) + 2x_{s0}e_4 + \\ \quad 2x_{m1}e_1 + 2x_{s1}e_7 + 2x_{m2}e_4 + 2x_{s2}e_{10} + 2x_{m3}e_7 + u_2 \\ \dot{e}_7 = e_8 \\ \dot{e}_8 = e_9 \\ \dot{e}_9 = \bar{a}e_7 + be_8 + ce_9 + \dfrac{1}{2}\delta(e_4 + e_{10}) + e_4(x_{s1} + x_{m1}) + \\ \quad e_7(x_{s2} + x_{m2}) + e_{10}(x_{s3} + x_{m3}) + 2x_{s0}e_7 + 2x_{m2}e_1 + \\ \quad 2x_{s1}e_{10} + 2x_{m3}e_4 + u_3 \\ \dot{e}_{10} = e_{11} \\ \dot{e}_{11} = e_{12} \\ \dot{e}_{12} = \bar{a}e_{10} + be_{11} + ce_{12} + \dfrac{1}{2}\delta e_7 + 2x_{s0}e_{10} + \\ \quad 2x_{m3}e_1 + 2x_{s1}e_7 + 2x_{m2}e_4 + 2x_{m2}e_{10} + 2x_{m3}e_7 + u_4 \end{cases} \tag{13}$$

在这里,设定控制器为

$$\begin{cases} u_1 = -k_1e_1 - k_1e_2 - k_3e_3 \\ u_2 = -k_4e_4 - k_5e_5 - k_6e_6 \\ u_3 = -k_7e_7 - k_8e_8 - k_9e_9 \\ u_4 = -k_{10}e_{10} - k_{11}e_{11} - k_{12}e_{12} \end{cases} \tag{14}$$

并构造系统(13)李雅普诺夫函数如下:

$$V = l_1e_1^2 + l_2e_2^2 + l_3e_3^3 + \cdots + l_{11}e_{11}^2 + l_{12}e_{12}^2 \tag{15}$$

上式中的 $l_i > 0(i=1\cdots12)$,则有

$$\dot{V} = 2l_1e_1\dot{e}_1 + 2l_2e_2\dot{e}_2 + 2l_3e_3\dot{e}_3 + \cdots + 2l_{12}e_{12}\dot{e}_{12} \tag{16}$$

将误差系统(13)和控制器(14)代入式(16),得

$$\begin{aligned} \dot{V} = {} & 2l_1e_1e_2 + 2l_3(x_{s0} + x_{m0} + \bar{a} - k_1)e_1e_3 + l_6(\delta + 4x_{m1})e_1e_6 + \\ & 4l_9x_{s2}e_1e_9 + 4l_{12}x_{m3}e_1e_{12} + \cdots + 2l_{12}(c - k_{12})e_{12}^2 \leqslant \\ & 2l_1|e_1||e_2| + 2l_3(|x_{s0}| + |x_{m0}| + \bar{a} - k_1)|e_1||e_3| + (\delta + \\ & 4|x_{m1}|)l_6|e_1||e_6| + 4l_9|x_{s2}||e_1||e_9| + 4l_{12}|x_{m3}||e_1| \times \\ & |e_{12}| + \cdots + 2l_{12}(c - k_{12})|e_{12}|^2 \leqslant 2l_1|e_1||e_2| + \\ & 2l_3(2|x_0| + \bar{a} - k_1)|e_1||e_3| + l_6(\delta + 4|x_1|)|e_1||e_6| + \\ & 4l_9|x_2||e_1||e_9| + 4l_{12}|x_3||e_1||e_{12}| + \cdots + 2l_{12}(c - \\ & k_{12})|e_{12}|^2 = e^TAe \end{aligned} \tag{17}$$

这里 $xi(i=0\cdots3)$分别为$|x_{mi}|$和$|x_{si}|$的上界,$e = (|e_1|,|e_2|,|e_3|,\cdots,|e_{12}|)^T$

$$A = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & a_{1,12} \\ * & a_{2,2} & \cdots & a_{2,12} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ * & * & \cdots & a_{12,12} \end{bmatrix} \tag{18}$$

A 是式(17)放大后的二次型所对应的二次型矩阵,它是一个对称矩阵,其中 * 是其对称项.

为了保证系统(11)和系统(12)是同步的,其充分条件是两个系统的误差系统(13)是渐进稳定的,由 Lyapunov 稳定性理论[15]知,$A < 0$ 又是系统(13)渐进稳定的充分条件. 再加上前面的式(15)中的 $l_i > 0(i=1\cdots12)$,则保证主系统(11)和从系统(12)混沌同步的充分条件可以归纳为

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & a_{1,12} \\ * & a_{2,2} & \cdots & a_{2,12} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ * & * & \cdots & a_{12,12} \end{bmatrix} < 0 \\ & \begin{bmatrix} -l_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -l_2 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & -l_{12} \end{bmatrix} > 0 \end{aligned} \tag{19}$$

这是一组未知变量为 l_i 和 $k_i(i=1\cdots12)$的线性矩阵不等式(LMI),这些未知变量可以通过 Matlab 中的 LMI 工具箱简单的求得.

3　数值模拟

在本节中,我们将用数值模拟来检验第三节所

提出的解决方案的有效性.

在这里,主系统和从系统的初值我们取为

$$X_m = [0, -2, -1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]$$

$$X_s = [2, 0, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]$$

通过数值计算我们可以求得

$$x_1 = 5.7984, x_2 = 0.0466,$$

$$x_3 = 0.0016, x_4 = 1.7400e-005$$

将式(20)的数据代入式(19),用 LMI 工具箱得到下组数据:

$k_1 = 13, k_2 = 7, k_3 = 5, k_4 = 4, k_5 = 3.4, k_6 = 3, k_7 = 2.71, k_8 = 2.5, k_9 = 2.33, k_{10} = 2.2, k_{11} = 2.1, k_{12} = 2$

则控制从系统使其与主系统同步的控制器为:

$$\begin{cases} u_1 = -13e_1 - 7e_2 - 5e_3 \\ u_2 = -4e_4 - 3.4e_5 - 3e_6 \\ u_3 = -2.71e_7 - 2.5e_8 - 2.33e_9 \\ u_4 = -2.2e_{10} - 2.1e_{11} - 2e_{12} \end{cases} \tag{20}$$

在第二节,我们得到了随机 Genesio-Tesi 系统的等价确定性系统(10),应用 Runge-Kutta 方法我们可以得到式(10)的数值解 $x_i(t)$, $y_i(t)$ 和 $z_i(t)$ ($i = 0 \cdots 3$),继而可得非线性随机系统的集合平均响应(EMR)

$$\begin{cases} E[x(t,u)] = \sum_{i=0}^{3} x_i(t) E[U_i(u)] = x_0(t) \\ E[y(t,u)] = \sum_{i=0}^{3} y_i(t) E[U_i(u)] = y_0(t) \\ E[z(t,u)] = \sum_{i=0}^{3} z_i(t) E[U_i(u)] = z_0(t) \end{cases} \tag{21}$$

在这里,我们用 EMR 的相轨图来描述随机 Genesio-Tesi 系统的动力学行为.

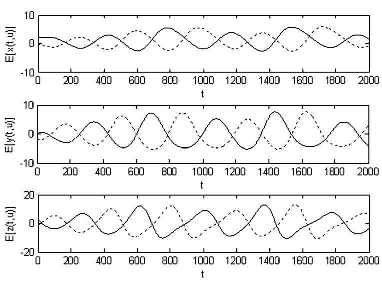

图 1 同步前的主系统(ms)和从系统(ss)的相轨图

Fig. 1 The phase portraits of the master system and the slave system before synchronization

图 1 是具有不同初值的的主从系统同步前的相轨图,从图中我们可以看出,由于混沌的初值敏感性,虽然两个系统初值相差很小,但随着时间 t 的增长,它们的轨道变得毫不相关. 图 2 是具有不同初值的主从系统加控制器同步后的相轨图,我们可以看出主从系统刚刚开始初值不同,但加控制器后随着 t 的增长两系统的轨迹逐渐重合,即实现了同步.

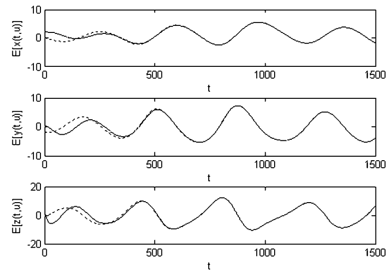

图 2 同步后的主系统(ms)和从系统(ss)的相轨图

Fig. 2 The phase portraits of the master system and the slave system after synchronization

图. 3 为主从系统加控制器后实现同步的误差图像,图中的的轨迹逐渐趋于,说明主从系统在加控制器后实现了同步.

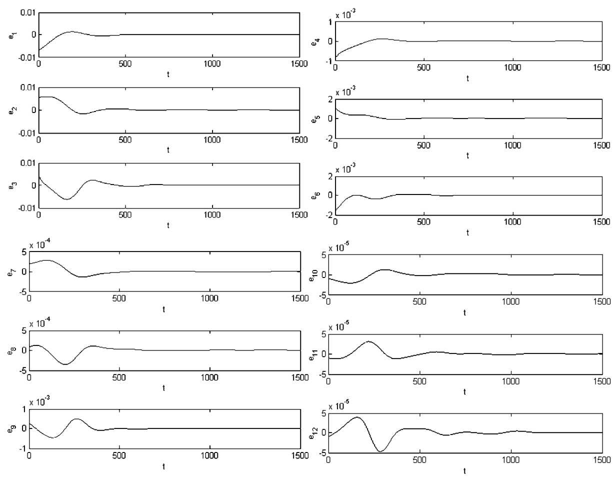

图 3 同步后的误差图

Fig. 3 The phase portraits of the error system after synchronization

通过以上的数值模拟,很明显的看出,文章第三节提出的同步设计是简单有效的.

4 结论

本文主要解决了带有有界随机参数的随机 Genesio-Tesi 系统的同步问题. 文章首先借助 Chebyshev 正交多项式将含有界随机参数的系统约化成与其等价的确定性系统,然后通过该等价确定性系统,利用 Lyapunov 稳定性理论推出主从系统同步的充分条件,并用 LMI 技术求出所需的参数,使得具有不同初值的两个随机 Genesio-Tesi 系统实现了同步. 文章最后给出了数值模拟,说明了该方案的有效性.

参　考　文　献

1 Pecora L M, Carroll T L. Synchronization in chaotic systems. *Phys RevLett*, 1990,64: 1461 ~ 1470

2 唐新华,陆君安,张伟伟. 基于反步法的混沌系统函数投影同步. 动力学与控制学报,2007,5(3):216 ~ 219(Tang X H, Lu J A, Zhang W W. The function projective synchronization of chaotic system using backstepping design. *Journal of Dynamics and Control*, 2007,5(3):216 ~ 219(in Chinese))

3 王兴元,古丽孜拉,王明军. 单向耦合混沌同步及其在保密通信中的应用. 动力学与控制学报,2008,6(1):40 ~ 44(Wang X Y, Gulzila, Wang M J. Chaos synchronization via unidirectional coupling and its application to secure communication. *Journal of Dynamics and Control*, 2008,6(1):40 ~ 44(in Chinese))

4 朱位秋. 非线性随机动力学与控制-Hamilton 理论体系框架. 北京: 科学出版社, 2003(Zhu W Q. Nonlinear stochastic dynamics and control: a framework of Hamiltonian theory. Beijing: Science Press, 2003(in Chinese))

5 Stratonovich R L. Topics in the theory of random noise. New York: Gorden and Breach, 1963,1;1967,2

6 Li W, Xu W, Zhao J F, et. al. Stochastic stability and bifurcation in a macroeconomic model. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2007,31(3):702 ~ 711

7 徐钟济. 蒙特卡罗方法. 上海:上海科学技术出版社, 1985(Xu Z J. The monte carlo method. Shang Hai: Shanghai Scientific & Technical Publishers,1985(in Chinese))

8 Shinozuka M. Newman expansion for stochastic finite element analysis. *Journal of the Engineerring Mechanics*, 1988,114:1335 ~ 1354

9 Spanos P D, Ghanem R G. Stochastic finite expansion for random media. *J. Eng. Mech. Div. ASCE*, 1989,115:1035 ~ 1053

10 Jensen H, Iwan W D. Response of systems with uncertain parameters to stochastic excitation. *J. Eng. Mech*, 1992,118:1012 ~ 1025

11 Li J. The expanded order system method of combined random vibration analysis. *Acta Mech Sin.*, 1996,28:63 ~ 68

12 Fang T, Leng X L, Song C Q. Chebyshev polynomial approximation for dynamic response problems of random system. *J. Sound Vib.*, 2003,266:198 ~ 206

13 马少娟,徐伟. 基于 Chebyshev 多项式逼近的随机 van der Pol 系统的倍周期分岔分析. 物理学报,2005,54(8):3508 ~ 3515(Ma S J, Xu W. Period-doubling bifurcation analysis of stochastic van der Pol system via chebyshev polynomial approximation. *Acta Phys. Sin*, 2005,54:3508 ~ 3515(in Chinese))

14 Ma S J, Xu W, et al. Analysics of stochastic bifuication and chaos in stochastic duiffing-van der Pol system via chebyshev polynomial approximation. *Chinese Physics*, 2006,15:1231 ~ 1238

15 刘秉正,彭建华. 非线性动力学. 北京:高等教育出版社, 2006:23 ~ 27 (Liu B Z, Peng J H. Nonlinear dynamics. BeiJing: Higher education press, 2006:23 ~ 27(in Chinese))

CHAOS SYNCHRONIZATION OF TWO STOCHASTIC GENESIO-TESI SYSTEMS WITH BOUNDED RANDOM PARAMETERS *

Lin Yanyan　Ma Shaojuan　Zhang Chunyu

(*School of Information and Computation Science*, *North University for Nationalities*, *Yinchuan* 750021, *China*)

Abstract This paper studied the master-slave synchronization problem of the stochastic Genesio-Tesi system with bounded random parameters. The stochastic Genesio-Tesi system was first transformed into an equivalent deterministic nonlinear system by the Chebyshev polynomial approximation. Then based on Lyapunov stability theory and linear matrix inequality (LMI) formulation, a series of simple control laws were applied to the slave system to synchronize chaotic responses of two identical stochastic Genesio-Tesi systems under different initial conditions. Numerical analysis shows the effectiveness of the proposed chaos synchronization solution.

Key words the stochastic Genesio-Tesi system, random parameter, Chebyshev polynomial approximation, the master-slave synchronization, LMI

Received 29 March 2010, revised 16 April 2010.

* Project supported by the State Ethnic Affairs Commission Research Fund (08XBE0), the Research Projects in university of Ningxia Hui Autonomous (2008JY007)