

# 横向撞击下弹性支承轴向受力梁的动力响应\*

罗旗帜<sup>1,2</sup> 黄志斌<sup>3</sup>

(1. 湖南大学 土木工程学院,长沙 410082)(2. 佛山科学技术学院 土木工程与建筑系,佛山 528000)

(3. 佛山市公路桥梁工程监测站,佛山 528041)

**摘要** 研究了具有弹性支承轴向受力梁在横向撞击下的动力响应. 基于 Timoshenko 梁理论,综合考虑了梁端支承的抗推刚度、抗转刚度和撞击点处的平衡条件,导出了撞击体系的动力学微分方程,采用积分变换方法求解,得到时域内的各种动力响应. 通过对不同支承条件下撞击力、横向位移、弯矩的对比分析,说明了弹性支承对结构动力响应的影响. 最后分析了弹性支承下轴压力对结构的影响情况,得出了一些有益的结论.

**关键词** Timoshenko 梁, 撞击, 弹性支承, 轴压力, 动力响应

## 引言

端部为弹性支承梁的动力响应分析在航空、桥梁和防护工程中都有着广泛的应用,但对梁的横向撞击问题大多是局限在梁的端部支承为刚性约束<sup>[1-4]</sup>,而对物体横向撞击弹性支承梁的研究则较少. 近年来,方秦等<sup>[5]</sup>研究了爆炸荷载作用下弹性支承梁的动力响应问题,宋春明等<sup>[6]</sup>研究了动边界梁在横向撞击下的动力响应问题,但这些研究都是针对仅考虑抗推刚度的弹性支承梁,没有考虑梁端部的抗转刚度<sup>[7,8]</sup>,更没有考虑轴向压力对弹性支承梁受物体横向撞击下动力响应的影响<sup>[9,10]</sup>.

本文运用积分变换方法求解了轴向受力 Timoshenko 梁在横向低速撞击下的动力方程<sup>[11,12]</sup>,综合考虑了梁端支承的抗推刚度和抗转刚度,通过算例比较,分析了梁端抗推刚度、抗转刚度和梁的轴向压力对梁动力响应的影响.

## 1 模型建立及方程求解

### 1.1 运动方程

考虑轴压力的 Timoshenko 梁,忽略结构的内阻尼的影响,如图 1 所示,其控制微分方程为:

$$\kappa AG \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) + \rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + N \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = q(x, t) \quad (1a)$$

$$EI \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = \kappa AG \left( \varphi - \frac{\partial y}{\partial x} \right) + \rho I \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} \quad (1b)$$

其中: $x$  为梁的轴线坐标; $y$  为梁的挠度; $\varphi$  为弯曲引起的转角; $\rho$  为材料质量密度; $E$  为弹性模量; $G$  为剪切模量; $A$  为截面面积; $I$  为截面转动惯量; $\kappa$  为截面形状系数; $q$  为横向分布载荷; $N$  为轴压力; $t$  为时间.

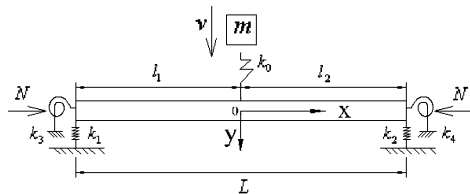


图 1 弹性支承梁受撞击模型

Fig. 1 Model of beam with elastic supports under impact

现不考虑分布载荷的作用(即  $q(x, t) = 0$ ),将 (1a) 代入 (1b) 得,

$$\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + d_1 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + d_2 \frac{\partial^4 y}{\partial x^2 \partial t^2} + d_3 \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + d_4 \frac{\partial^4 y}{\partial t^4} = 0 \quad (2)$$

其中:

$$d_1 = N / \left[ EI \left( 1 - \frac{N}{\kappa AG} \right) \right],$$

$$d_2 = \rho I \left( \frac{N}{\kappa AG} - \frac{E}{\kappa G} - 1 \right) / \left[ EI \left( 1 - \frac{N}{\kappa AG} \right) \right],$$

$$d_3 = \rho A / \left[ EI \left( 1 - \frac{N}{\kappa AG} \right) \right],$$

$$d_4 = \rho^2 I / \kappa G \left[ EI \left( 1 - \frac{N}{\kappa AG} \right) \right]$$

考虑到梁初始位移和速度为零 ( $y|_{t=0} = 0, \frac{\partial y}{\partial t}|_{t=0} = 0$ )

2010-01-11 收到第 1 稿,2010-06-14 收到修改稿.

\* 国家自然科学基金资助项目 (50978058), 全国优秀博士学位论文作者专项资金资助项目 (200954), 广东省自然科学基金资助项目 (9151063101000050)

=0),所以对式(2)关于  $t$  进行 Laplace 变换为:

$$\frac{\partial^4 \tilde{y}}{\partial x^4} + d_5 \frac{\partial^2 \tilde{y}}{\partial x^2} + d_6 \tilde{y} = 0 \quad (3)$$

其中:

$$d_5 = d_1 + d_2 p^2, d_6 = d_3 p^2 + d_4 p^4$$

式(3)的基本解形式为

$$\tilde{y}(x, p) = c_1 e^{n_1 x} + c_2 e^{-n_1 x} + c_3 e^{n_2 x} + c_4 e^{-n_2 x} \quad (0 \leq x \leq l_2) \quad (4a)$$

$$\tilde{y}(x, p) = a_1 e^{n_1 x} + a_2 e^{-n_1 x} + a_3 e^{n_2 x} + a_4 e^{-n_2 x} \quad (-l_2 \leq x \leq 0) \quad (4b)$$

其中:  $n_1, -n_1, n_2, -n_2$  为式(3)的四个特征值;  $c_1, c_2, c_3, c_4, a_1, a_2, a_3, a_4$  为待求系数;  $l_1, l_2$  分别为撞击两侧的梁长。

根据弯矩  $M$ 、弯曲引起的转角  $\varphi$ 、剪力  $Q$  和横向挠度  $y$  之间的关系,可得如下公式:

$$\tilde{M}(x, p) = -EI \left[ \left(1 - \frac{N}{kAG}\right) \frac{\partial^2 \tilde{y}}{\partial x^2} - \frac{\rho}{kG} p^2 \tilde{y} \right] \quad (5)$$

$$\tilde{Q}(x, p) = kAG \left( \frac{\partial \tilde{y}}{\partial x} - \tilde{\varphi} \right) \quad (6)$$

$$\tilde{\varphi}(x, p) = -\frac{1}{EI} \int \tilde{M} dx \quad (7)$$

## 1.2 撞击平衡及边界条件

精确求解梁的撞击问题是很困难的,实用时常采用一些近似的方法来近似解决梁的横向冲击接触问题. 复旦大学的张文<sup>[13]</sup>提出一种叫线化法的简化方法,即把复杂的非线性碰撞问题在定性和定量上用当量初速度和当量弹簧加以线性化,从而把问题简化为线弹性系统的自由振动初值问题. 文献[13]中证明了此计算方法的简便性和有较好的精度,为分析弹性系统的撞击响应提供了一个实用方法.

针对本文问题运用线化法,考虑一质量为  $m$  物体以速度  $v$  横向撞击简支梁,撞击时物体和梁的接触用一刚度系数为  $k_0$  的弹簧模拟,如图1. 其接触平衡条件如下

$$m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + l_0(u - y) = 0 \quad (8a)$$

$$k_0(u - y) = Q_1 - Q_2 \quad (8b)$$

其中:  $u(t)$  为撞击物的位移,  $Q_1, Q_2$  近似地取撞击点正、负侧的剪力值,即  $Q_1 \approx Q|_{0^-}, Q_2 \approx Q|_{0^+}$ . 进行 Laplace 变换,且由于撞击物初始位移为零,初始速度为  $v$  (即  $u = 0, \frac{du}{dt} = v$ ),则式(8)可简化为

$$mp^2 \tilde{y}|_{x=0} + (\tilde{Q}_1|_{x=0^-} - \tilde{Q}_2|_{x=0^+}) \left( mp^2 \frac{1}{k_0} + 1 \right) = mv \quad (9)$$

撞击正负两侧的位移、转角、弯矩为连续的,即

$$\begin{aligned} \tilde{y}|_{x=0^+} &= \tilde{y}|_{x=0^-}, \frac{\partial \tilde{y}}{\partial x} \Big|_{x=0^+} = \frac{\partial \tilde{y}}{\partial x} \Big|_{x=0^-}, \\ -EI \frac{\partial^2 \tilde{y}}{\partial x^2} \Big|_{x=0^+} &= -EI \frac{\partial^2 \tilde{y}}{\partial x^2} \Big|_{x=0^-} \end{aligned} \quad (10)$$

对于梁的边界条件,考虑了支承的抗推刚度和抗转刚度,其左端边界条件为

$$\tilde{Q}|_{x=-l_1} - k_1 \tilde{y}|_{x=-l_1} = 0, \tilde{M}|_{x=-l_1} - k_2 \tilde{\varphi}|_{x=-l_1} = 0 \quad (11)$$

右端边界条件为

$$\tilde{Q}|_{x=l_2} + k_3 \tilde{y}|_{x=l_2} = 0, \tilde{M}|_{x=l_2} + k_4 \tilde{\varphi}|_{x=l_2} = 0 \quad (12)$$

其中:  $k_1, k_3$  为抗推弹簧的刚度系数;  $k_2, k_4$  抗转弹簧的刚度系数.

将式(4) - (7)代入(9) - (12)可以求得系数  $c_1, c_2, c_3, c_4, a_1, a_2, a_3, a_4$ ,从而可以求得撞击力和各种动力响应的表达式.

## 1.3 数值反演

应用 Laplace 变换求时域响应的主要困难之一就是迅速地获得其反演,这个问题往往对于简单的有理函数也不能轻易解决. 得到解析的 Laplace 逆变换结果一般很困难,常采用数值逆变换的方法. 比较常见的 Laplace 数值反演方法有 Duber 法和 Abate 法、Durbin 法、Stefest 法、Crump 法、Schapery 法、Legendre 多项式法、Laguerre 多项式法等许多方法<sup>[11-12]</sup>,针对本问题的具体特点以及各种方法的优缺点,本文采用 Crump 法.

定义函数  $f(x)$  的 Laplace 变换式为:

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt \quad (13)$$

Laplace 逆变换求  $f(t)$  的公式为:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\beta-i\infty}^{\beta+i\infty} F(s) e^{st} ds \quad (14)$$

式中:  $s = \beta + iw, \beta$  和  $w$  分别为  $s$  的实部和虚部,  $i$  为虚数单位.

采用 Crump 逆变换方法进行数值反演,其反演公式如下

$$f(t) \approx \frac{e^{at}}{T} \left\{ \frac{1}{2} \text{Re}[F(a)] + \sum_{k=1}^N \text{Re}[F(a + \dots)] \right\}$$

$$i \frac{k\pi}{T} ] \cos(\frac{k\pi}{T})t - \sum_{k=1}^N \text{Im} [ F(a + i \frac{k\pi}{T} ) ] \sin(\frac{k\pi}{T})t \quad (15)$$

式中:  $i$  为虚数单位;  $\text{Re}(s)$  为求实部函数;  $\text{Im}(s)$  为求虚部函数;  $a = \alpha - \ln(E')/2T$ ;  $\alpha$  的取值要满足  $|f(t)| \leq Me^{\alpha t}$ ,  $M$  为任意常数,  $E'$  为容许误差, 可根据需要取为  $10^{-5} \sim 10^{-8}$ ;  $T = 0.8t_{max}$ ;  $t_{max}$  为欲求的最大时间, 但因为  $t$  越接近  $t_{max}$ , 收敛越慢, 故  $t_{max}$  也可取为欲求的最大时间的两倍, 以保证在所需要的时间段内计算结果的准确性, 当然计算点数须相应扩大. 需要补充说明, 当  $t = 0$  时, 由式(15)算得的值应乘以 2. 式(15)中无穷级数求和可用欧拉变换方法或 FFT 法等加速算法提高收敛速度, 无穷级数的求和项数可通过收敛计算确定. 若不采用加速算法, 求和项一般需 500 项以上才收敛.

## 2 算例及分析

有关计算参数为: 梁的密度  $\rho = 7.83 \times 10^3$  (kg/m<sup>3</sup>), 弹性模量  $E = 2.07 \times 10^2$  (GPa), 梁长为  $L = 5$  (m), 梁的截面为  $A = 0.2 \times 0.3$  (m<sup>2</sup>), 截面形状系数  $\kappa = 5/6$ , 剪切模量  $G = E/[2 \times (1 + \mu)]$ , 其中泊松比  $\mu = 0.3$ . 撞击体以速度  $v = 2$  (m/s) 撞击梁的正中处, 定义撞击体质量与梁的质量比为  $\eta = \frac{m}{\rho AL}$ .

两端支承为对称形式, 即  $k_1 = k_3$  和  $k_2 = k_4$ . 定义相对刚度系数  $\xi_0 = \frac{k_0 L^3}{EI}$ ,  $\xi_1 = \frac{k_1 L^3}{EI}$  和  $\xi_2 = \frac{k_2 L^3}{EI}$ .

### 2.1 各支承形式梁的动力响应

图2为撞击力的时程曲线, 从图中可以看出,

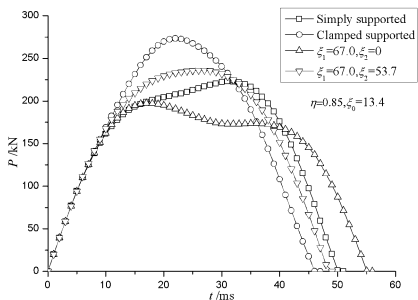


图2 不同支承的撞击力

Fig. 2 Impact force histories for beam with different supports

两端固支的撞击力峰值最大, 撞击时间最短; 而两端为  $\xi_1 = 67.0, \xi_2 = 0$  时, 其撞击力峰值最小, 撞击时间最长; 当  $\xi_1 = 67.0, \xi_2 = 53.7$  时, 其撞击力峰值

比两端简单支的大. 这说明不同的支承情况, 对撞击力的影响各不相同. 一般而言, 随着两端支承刚度的增大, 撞击力峰值也增大, 撞击时间减小.

图3为撞击点处的横向绝对位移时程曲线, 从图中可以看出, 当两端为  $\xi_1 = 67.0, \xi_2 = 0$  时, 其绝对位移  $y_{abs}$  的峰值最大; 其次为两端简支情况; 而当两端固支时, 其  $y_{abs}$  的峰值最小. 这说明随着两端支承刚度的增大, 撞击点处  $y_{abs}$  的峰值减小.

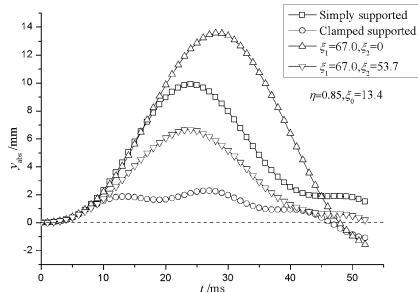


图3 受撞击处梁的绝对位移

Fig. 3 Absolute displacement histories at impact point

图4为撞击点处相对位移时程曲线(相对位移为绝对位移与端点位移的差值), 从图中可以看出, 两端为  $\xi_1 = 67.0, \xi_2 = 0$  和两端简支的相对位移  $y_{rel}$  的峰值相当; 而两端为  $\xi_1 = 67.0, \xi_2 = 53.7$  和两端固支  $y_{rel}$  的峰值相当. 虽然两端固支时, 其撞击力峰值为最大, 但其相对位移的峰值则是最小. 这说明了两端边界的抗转刚度对撞击点处的相对位移影响很大.

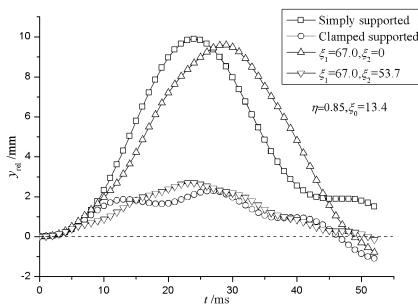


图4 受撞击处梁的相对位移

Fig. 4 Relative displacement histories at impact point

图5为撞击点处弯矩时程曲线, 从图中可以看出, 其弯矩与相对位移有着相似的特点, 即两端为  $\xi_1 = 67.0, \xi_2 = 0$  和两端简支弯矩的峰值相当; 而两端为  $\xi_1 = 67.0, \xi_2 = 53.7$  和两端固支弯矩的峰值相当. 虽然两端固支时, 其撞击力峰值为最大, 但其弯矩峰值也是最小. 这是由于随着两端边界抗转刚度的增大, 结构由静定结构变为了超静定结构, 撞击

点的弯矩减小.

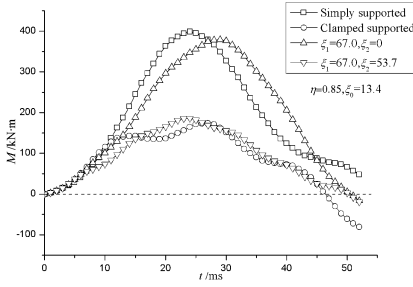


图5 受撞击处梁的弯矩

Fig.5 Moment histories at impact point

### 2.2 参数 $\xi_1$ 对梁动力响应的影响

图6为不同  $\xi_1$  的冲击力峰值曲线,从图中可以看出,随着  $\xi_1$  的增大,冲击力的峰值都有较小的增大.但当质量比  $\eta = 0.85$  时冲击力的增幅比  $\eta = 0.43$  要大,这是由于当  $\eta$  较小时,撞击反力大部分由梁的惯性力提供,支承反力对冲击力的影响较小.

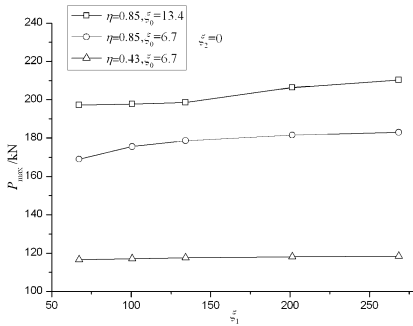


图6 不同的冲击力峰值

Fig.6 The peak value of impact force for beam with different

图7为不同  $\xi_1$  撞击点处的位移峰值曲线,从图中可以看出,随着  $\xi_1$  的增大,  $y_{abs}$  的峰值有所减小,而对  $y_{rel}$  的峰值影响不大.这说明了  $\xi_1$  的增大,减小的是支承处的位移,而不是撞击点处的  $y_{rel}$ .

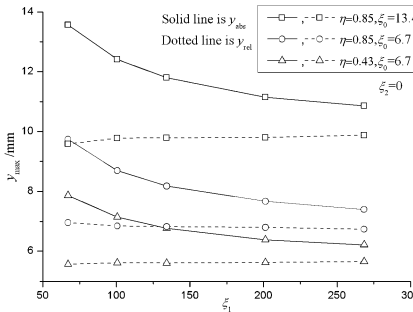


图7 不同受撞击处梁的位移峰值

Fig.7 The peak value of displacement at impact point with different

图中可以看出,撞击点处  $M_{max} \sim \xi_1$  的变化关系与  $y_{rel} \sim \xi_1$  的相似,即  $\xi_1$  对撞击点处的  $M_{max}$  影响不大.

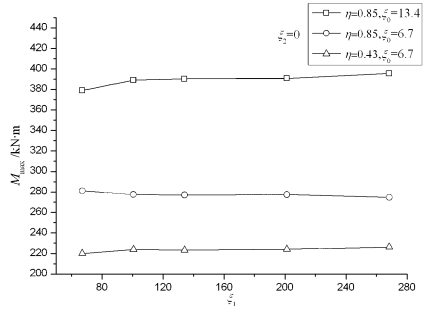


图8 不同受撞击处梁的弯矩峰值

Fig.8 The peak value of moment at impact point with different

### 2.3 参数对梁动力响应的影响

图9为不同  $\xi_2$  的冲击力峰值曲线,从图中可以看出,随着  $\xi_2$  的增大,冲击力的峰值都有一定程度的增大.当  $\eta = 0.85, \xi_0 = 13.4$  时,冲击力的增幅最大,其次是当  $\eta = 0.85, \xi_0 = 6.7$  时的情况.这说明了随着  $\eta$  和  $\xi_0$  的增大,  $\xi_2$  对撞击了的影响也越大.

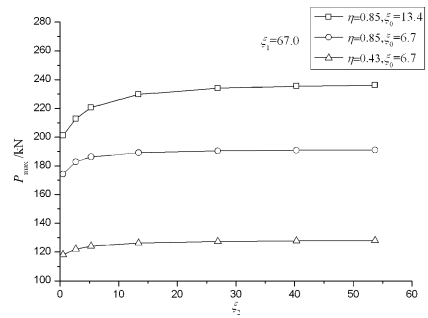


图9 不同的冲击力峰值

Fig.9 The peak value of impact force for beam with different

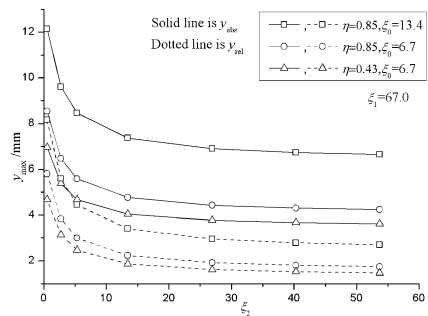


图10 不同受撞击处梁的位移峰值

Fig.10 The peak value of displacement at impact point with different

图10为不同  $\xi_2$  撞击点处的位移峰值曲线,从图中可以看出,随着  $\xi_2$  的增大,虽然冲击力峰值有所增大,但  $y_{abs}$  和  $y_{rel}$  的峰值都随  $\xi_2$  的增大而减小.这说明当  $\xi_1$  一定时候,增大  $\xi_2$  可以有效减小撞击

点处的相对位移和绝对位移。

图 11 为不同  $\xi_2$  撞击点处的弯矩峰值曲线,从图中可以看出,随着  $\xi_2$  的增大,撞击点处的  $M_{max}$  先是急剧减小,而后趋于平缓。这说明了  $\xi_2$  的变化对撞击点处的  $M_{max}$  影响较大。

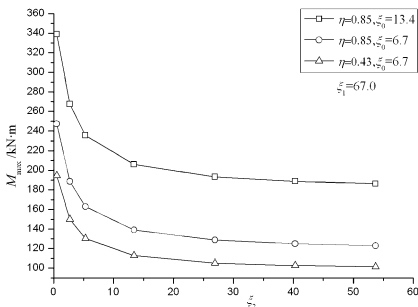


图 11 不同受撞击处梁的弯矩峰值

Fig. 11 The peak value of moment at impact point with different

### 2.4 轴压力对梁动力响应的影响

图 12 为轴压力下撞击点处的横向位移时程曲线,根据梁的弯曲振动理论的特点,轴压力可使梁的频率降低和刚度减小。从图中可以看出,当轴压力  $N = 10000$  (kN) 时,  $y_{abs}$  和  $y_{rel}$  的峰值都比无轴压力时的大,出现峰值的时间都比无轴压力时的迟。但对于不同的边界条件,轴压力的影响情况是不一样的。当两端为  $\xi_1 = 67.0, \xi_2 = 0$  时,有轴压力时的  $y_{abs}$  和  $y_{rel}$  比无轴压力时分别提高 31.93% 和 30.23%; 而当两端为  $\xi_1 = 67.0, \xi_2 = 53.7$  时,其  $y_{abs}$  和  $y_{rel}$  分别提高 4.22% 和 8.18%。由此说明,增加梁两端的抗转约束,能够减少轴压力对其动力响应的影响。

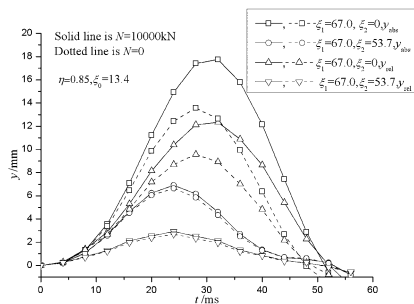


图 12 轴压力下受撞击处梁的位移

Fig. 12 Displacement histories at impact point under axially - load

### 3 结论

(1) 本文运用积分变换方法求解了轴向受力 Timoshenko 梁在横向低速撞击下的动力方程,综合考虑了梁端支承的抗推刚度和抗转刚度,可以模拟

实际工程中复杂边界轴向受力梁横向撞击的动力响应问题。

(2) 不同的支承形式对其撞击力有不同程度的影响,一般而言,撞击力峰值随梁端支承刚度的增大而增大,撞击时间减小。

(3) 提高梁端的抗推刚度,可有效减小支承处的位移,但对梁跨中的相对位移则影响不大,而提高梁端的抗转刚度,对支承处位移和梁跨中位移都能有效减小。

(4) 梁端抗推刚度对跨中的弯矩影响不大,而抗转刚度则是影响较大。

(5) 轴向压力可使梁的频率降低和刚度减小,增大梁端的抗转约束,能够减少轴压力对其动力响应的影响。

### 参 考 文 献

- Timoshenko S, Young D H. Vibration Problems in Engineering. 2nd ed. New York: Van Nostrand, 1937:348 ~ 358
- Lee Y, Hamilton J F, Sullivan J W. The lumped parameter method for impact problems. *J. Appl Mech*, 1983, 50 : 823 ~ 827
- B V Sankar, C T Sun. An efficient numerical algorithm for transverse impact problems. *Computers and Structures*, 1985, 20 (6):1009 ~ 1012
- 鲍四元, 邓子辰. 利用 DMSM 方法求解弹性撞击恢复系数. *动力学与控制学报*, 2005, 3 (4): 44 ~ 49 ( Bao Siyuan, Deng Zichen. Solution of the coefficient of restitution for elastic impact using DMSM. *Journal of Dynamics and Control*, 2005, 3(4): 44 ~ 49 (in Chinese) )
- 方秦, 杜茂林. 爆炸荷载作用下弹性与阻尼支承梁的动力响应. *力学与实践*, 2006, 28 (2): 53 ~ 56 ( Fang Qin, Du Maolin. Dynamic responses of an elastically supported beams with damping subjected to blast loads. *Mechanics in Engineering*, 2006, 28(2): 53 ~ 56 (in Chinese) )
- 宋春明, 王明洋, 唐正国. 柔性边边界梁在横向撞击下的动力响应. *解放军理工大学学报*, 2008, 9 (2): 151 ~ 155 ( Song Chunming, Wang Mingyang, Tang Zhengguo. Dynamic responses of beams with flexible supports subject to transversal impact. *Journal of PLA University of Science and Technology*, 2008, 9(2): 151 ~ 155 (in Chinese) )
- Jung Chang Hsu, Hsin Yi Lai, C K Chen. Free vibration of non-uniform euler-bernoulli beams with general elastically

- end constraints using adomian modified decomposition method. *Journal of Sound and Vibration*, 2008, 318:965 ~ 981
- 8 施洲,赵人达. 桥梁结构边界条件变异对固有振动特性的影响分析. *振动与冲击*, 2007, 26(2):141 ~ 145 (Shi Zhou, Zhao Renda. Analysis of effect of boundary condition changes on Free-vibration characteristics of bridge structure. *Journal of Vibration and Shock*, 2007, 26(2):141 ~ 145 (in Chinese))
- 9 Azhari Sastranegara, Tadaharu Adachi, Akihiko Yamaji. Effect of transverse impact on buckling behavior of compressed column. *Thin-Walled Structures*, 2006, 44:701 ~ 707
- 10 罗松南,杨敬林. 预应力混凝土梁桥在移动荷载作用下的动力响应分析. *应用力学学报*, 2008, 25(1):103 ~ 106 (Luo Songnan, Yang Jinglin. Dynamic response analysis of prestressed concrete beam bridge under moving load. *Chinese Journal of Applied Mechanics*, 2008, 25(1):103 ~ 106 (in Chinese))
- 11 Crump K S. Numerical inversion of laplace transforms using a fourier series approximation. *J. ACM*, 1976, 23(1):89 ~ 96
- 12 冯志刚,周建平. 基于直接数值积分的 Laplace 逆变换方法的比较研究. *应用数学与计算数学学报*, 1997, 11(1):33 ~ 40 (Feng Zhigang, Zhou Jianping. The comparison of 24 numerical inversion methods of laplace transform relating to direct numerical integral. *Communication On Applied Mathematics and Computation*, 1997, 11(1):33 ~ 40 (in Chinese))
- 13 张文. 弹性系统撞击响应的线性化法. *固体力学学报*, 1981, 8:317 ~ 324 (Zhang Wen. Linearization of the impact of elastic systems. *Acta Mechanica Solida Sinica*, 1981, 8:317 ~ 324 (in Chinese))

## DYNAMIC RESPONSES OF AXIALLY-LOADED BEAMS WITH ELASTIC SUPPORTS SUBJECT TO TRANSVERSAL IMPACT\*

Luo Qizhi<sup>1,2</sup> Huang Zhibin<sup>3</sup>

(1. School of Civil Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China)

(2. Department of Civil Engineering and Architecture, Foshan University, Foshan 528000, China)

(3. Road and Bridge Engineering Monitoring station of Foshan City, Guangdong Province, Foshan 510006, China)

**Abstract** The dynamic responses of axially-loaded beams with elastic supports subject to transversal impact was investigated. The equilibrium condition at the impact point, the compression stiffness and rotational stiffness of supports were taken into account. Based on the theory of Timoshenko, the dynamic differential equation of the collision system was deduced. Sorts of dynamic responses in time domain were solved by applying integral transformation. The impact force, transversal displacement and moment of the beam with different supports were compared, which proves the influence of the elastic supports on dynamic responses. Finally, the effect of axially-loaded with elastic supports on dynamic responses of beam was researched, and several useful conclusions were obtained.

**Key words** Timoshenko beam, impact, elastic supports, axially-loaded, dynamic response