

$$u_2 = u_c \cos\beta = u_1 \cos\delta = u$$

所以有: $u_c = u / \cos\beta$

$$\text{又由: } R = \frac{H}{\cos\beta} = \frac{1}{\cos\beta \tan\delta} \quad (1)$$

则汽车等速圆周行驶的稳态横摆角速度为:

$$\omega_r = \frac{u_c}{R} = \frac{u}{l} \tan\delta \quad (2)$$

因 β 为汽车质心处的速度方向角, 则有:

$$\tan\beta = \frac{l_2}{H} = \frac{l_2}{l} \tan\delta \quad (3)$$

车辆等速圆周行驶时的质心加速度为:

$$a_{cn} = \frac{u_c^2}{R} = \frac{u^2}{l} \frac{\tan\delta}{\cos\beta} \quad (4)$$

则车辆等速圆周行驶时的离心惯性力为:

$$F_n = ma_{cn} = \frac{mu^2}{l} \frac{\tan\delta}{\cos\beta} \quad (5)$$

由于转向桥车轮的滚动阻力 F_f 很小可以忽略不计, 等速圆周行驶的汽车在刚性车轮条件下受到 F_t 、 F_n 、 F_{y1} 和 F_{y2} 四个力的作用而处于动平衡状态, 由达朗伯原理^[3] 建立动力学方程如下:

$$\sum Y = F_n \cos\beta - F_{y1} \cos\delta - F_{y2} = 0 \quad (6)$$

$$\sum M_c = F_{y1} \cos\delta l_1 - F_{y2} l_2 = 0 \quad (7)$$

由式(5)、(6)、(7)可将 F_{y1} 和 F_{y2} 表示为:

$$F_{y1} = \frac{mu^2 l_2 \tan\delta}{l^2 \cos\delta} \quad (8)$$

$$F_{y2} = \frac{mu^2 l_1 \tan\delta}{l^2} \quad (9)$$

2 安装弹性轮胎时的汽车转向动力学分析

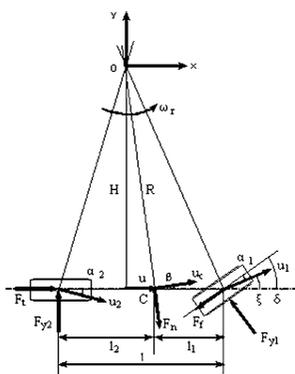


图2 弹性轮胎时的广义汽车转向稳态响应模型

Fig.2 Generalized steering steady response model of vehicle with elastic tires

当汽车上安装了弹性轮胎时, 由于其侧偏特性

导致其滚动方向偏离车轮平面方向, 相应地建立如图2所示的弹性轮胎条件下的广义汽车转向稳态响应物理模型. 图2中 α_1 和 α_2 分别为前后轮胎的侧偏角, 其它符号的意义参考图1或参考文献[2].

由于弹性轮胎的滚动方向偏离了车轮平面方向, 导致车辆等速圆周行驶时瞬时转向中心 O 在车辆纵轴线上的垂直投影点不再与后轴中点重合, 则根据图2由速度投影定理:

$$u_2 \cos\alpha_2 = u_c \cos\beta = u_1 \cos\delta = u$$

所以有: $u_c = u / \cos\beta$

又由:

$$R = \frac{H}{\cos\beta} = \frac{l / \cos\beta}{\tan\alpha_2 + \tan(\delta - \alpha_1)} \quad (10)$$

则汽车等速圆周行驶的稳态横摆角速度为:

$$\omega_r = \frac{u_c}{R} = \frac{u}{l} [\tan\alpha_2 + \tan(\delta - \alpha_1)] \quad (11)$$

同理有:

$$\tan\beta = \frac{l_2 \tan(\delta - \alpha_1) - l_1 \tan\alpha_2}{l} \quad (12)$$

车辆等速圆周行驶时的质心加速度为:

$$a_{cn} = \frac{u_c^2}{R} = \frac{u^2}{l} \frac{\tan\alpha_2 + \tan(\delta - \alpha_1)}{\cos\beta} \quad (13)$$

则车辆等速圆周行驶时的离心惯性力为:

$$F_n = ma_{cn} = \frac{mu^2}{l} \frac{\tan\alpha_2 + \tan(\delta - \alpha_1)}{\cos\beta} \quad (14)$$

同样忽略滚动阻力 F_f , 建立动力学方程如下:

$$\sum Y = F_n \cos\beta - F_{y1} \cos\delta - F_{y2} = 0 \quad (15)$$

$$\sum M_c = F_{y1} \cos\delta l_1 - F_{y2} l_2 = 0 \quad (16)$$

由式(14)、(15)、(16)可将 F_{y1} 和 F_{y2} 表示为:

$$F_{y1} = \frac{mu^2 l_2}{l^2} \frac{\tan\alpha_2 + \tan(\delta - \alpha_1)}{\cos\delta} \quad (17)$$

$$F_{y2} = \frac{mu^2 l_1}{l^2} [\tan\alpha_2 + \tan(\delta - \alpha_1)] \quad (18)$$

3 两种情况下车辆等速圆周行驶运动特性对比

通过上面的分析不难看出, 在车辆分别装有刚性车轮和弹性轮胎的情况下, 当车辆以一定的前轮转角 δ 进入稳态等速圆周运动时, 车轮是否有侧偏特性导致车辆的运动状态是不同的, 并由相应的运动学和动力学特性参数的差异性来全面反映. 根据上面的分析, 现把这些参数归纳总结于表1.

表1 刚性车轮和弹性轮胎条件下车辆等速圆周行驶的运动特性参数对比

Table 1 Movement feature comparison between vehicles with different tires when circling

Feature parameters	R	ω_r	$\tan\beta$	a_{en}
Rigid wheel	$\frac{l/\cos\beta}{\tan\delta}$	$\frac{u}{l}\tan\delta$	$\frac{l_2}{l}\tan\delta$	$\frac{u^2}{l}\frac{\tan\delta}{\cos\beta}$
Elastic tire	$\frac{l/\cos\beta}{\tan\alpha_2 + \tan(\delta - \alpha_1)}$	$\frac{u}{l}[\tan\alpha_2 + \tan(\delta - \alpha_1)]$	$\frac{l_2 \tan(\delta - \alpha_1) - l_1 \tan\alpha_2}{l}$	$\frac{u^2}{l}\frac{\tan\alpha_2 + \tan(\delta - \alpha_1)}{\cos\beta}$
Feature parameters	F_n	F_{y1}	F_{y2}	
Rigid wheel	$\frac{mu^2}{l}\frac{\tan\delta}{\cos\beta}$	$\frac{mu^2 l_2}{l^2}\frac{\tan\delta}{\cos\delta}$	$\frac{mu}{l^2}2l_1\tan\delta$	
Elastic tire	$\frac{mu^2}{l}\frac{\tan\alpha_2 + \tan(\delta - \alpha_1)}{\cos\beta}$	$\frac{mu^2 l_2}{l^2}\frac{\tan\alpha_2 + \tan(\delta - \alpha_1)}{\cos\delta}$	$\frac{mu^2 l_1}{l^2}[\tan\alpha_2 + \tan(\delta - \alpha_1)]$	

根据表1通过对装有刚性车轮和弹性轮胎后汽车的运动特性参数的差异性进行对比分析不难看出,弹性轮胎的侧偏特性对汽车操纵稳定性的影响,在本质上是汽车上安装了弹性轮胎后,改变了车辆的运动学和动力学状态,这种改变相当于将表1中除汽车质心处速度方向角正切值之外的其它特性参数表达式中的 $\tan\delta$,全部替换为 $\tan\alpha_2 + \tan(\delta - \alpha_1)$.

4 基于广义汽车转向稳态响应模型的稳态响应特性判别

安装有弹性轮胎的汽车转向稳态响应特性分为中性转向、不足转向和过度转向三种类型,其中的中性、不足或过度是相对于安装有刚性车轮的车辆而言的.比较表1中两种情况下的横摆角速度 ω_r 和等速圆周运动半径 R 的表达式的差异性不难发现,在转向轮转角 δ 和车辆纵轴线速度 u 一定时,安装有弹性轮胎的车辆前后轮必然产生侧偏角 α_1 和 α_2 ,因此通过比较 $\tan\alpha_2 + \tan(\delta - \alpha_1)$ 相对于 $\tan\delta$ 的变化或差值来判别稳态转向特性,必然有如下的判别式:

$$\begin{aligned} \Delta \tan\delta &= \tan\alpha_2 + \tan(\delta - \alpha_1) - \tan\delta \\ \tan\delta &\begin{cases} < 0 & \text{不足转向} \\ = 0 & \text{中性转向} \\ > 0 & \text{过度转向} \end{cases} \end{aligned} \quad (19)$$

显然,当转向轮转角 δ 和前后轮侧偏角 α_1 和 α_2 都较小时,则上述判别式可近似为:

$$\Delta \tan\delta \approx \alpha_2 - \alpha_1 = \begin{cases} < 0 & \text{不足转向} \\ = 0 & \text{中性转向} \\ > 0 & \text{过度转向} \end{cases} \quad (20)$$

这与参考文献[2]中的结果完全一致,可见参考文献[2]中关于汽车操纵稳定性的线性二自由度模型的结果,是广义汽车转向稳态响应模型在转

向轮转角和轮胎侧偏角都较小情况下的一个特例,或者是一种近似.

通过动力学方程组(15)、(16)求得 α_1 和 α_2 后,即可代入(19)式进行稳态转向特性判别. α_1 和 α_2 都较小时,也可以利用(20)式近似判别.而且与传统汽车操纵稳定性分析的线性二自由度模型不同^[2,5],动力学方程组(15)、(16)可以通过侧偏力与侧偏角之间关系的线性表示或非线性表示,根据车辆运动状况以及分析精度要求不同而变为线性模型或非线性模型.

5 模拟分析与结果对比

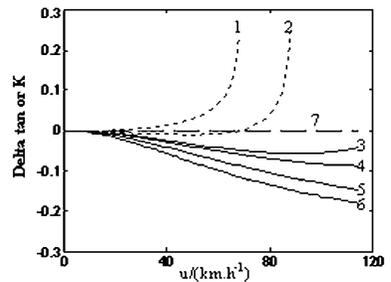


图3 Buick 车型不同侧偏刚度匹配时的转向特性

Fig.3 The steering feature at different cornering

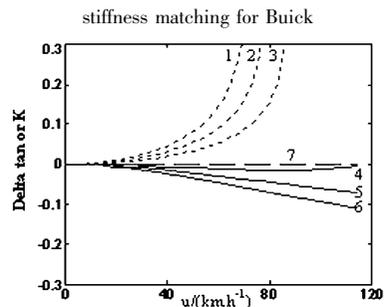


图4 Ferrari 车型不同侧偏刚度匹配时的转向特性

Fig.4 The steering feature at different cornering

stiffness matching for Ferrari

假定侧偏力与侧偏角呈线性关系,各三角函数按幂级数展开并取前两项,将动力学方程组(15)、(16)化为关于侧偏角 α_1 、 α_2 的多项式方程.以参考文献[4]中的 Buick 家庭轿车和 Ferrari 运动跑车的

动力学参数为计算实例,在前轮转角 $\delta = 15^\circ$ 时,求出 α_1 、 α_2 后应用(19)式进行稳态转向特性判别.

图3和图4中各曲线所对应的车辆轮胎侧偏刚度匹配方案如表2所示,其它参数同参考文献[4].

表2 两种车型不同的轮胎侧偏刚度匹配方案

Table 2 Cornering stiffness matching for two cars

curves (for Buick)	$k_1/(N/rad)$	$k_2/(N/rad)$	curves (for Ferrari)	$k_1/(N/rad)$	$k_2/(N/rad)$
1	88510	65850	1	164930	97440
2	82510	71850	2	154930	107440
3	77850	76510	3	144930	117440
4	76510	77850	4	117440	144930
5	71850	82510	5	107440	154930
6	65850	88510	6	97440	164930

由图3可以看出,针对 Buick 车型,在车辆前后轮总侧偏刚度不变的情况下,曲线1、2所对应的两种侧偏刚度匹配方案下的判别结果表明车辆呈现过度转向特性,而曲线3、4、5、6所对应的各种侧偏刚度匹配方案下,车辆呈现出明显的不足转向特性,其中曲线3是原车的刚度匹配方案下的转向特性判别结果.为了说明本文的判别方法比传统的通过稳定性因数的判别方法的易判性和精确性,原车侧偏刚度匹配方案下的稳定性因数也用曲线7标于图中.可以看出,在图中纵坐标所标示的量值范围内,传统的通过稳定性因数的判别方法因其量值范围很小,且不随车速变化,易判性较差,同时不能反映不同车速下车辆稳态转向特性的差异性.

由图4可以看出,针对 Ferrari 车型,在车辆前后轮总侧偏刚度不变的情况下,曲线1、2、3所对应的三种侧偏刚度匹配方案下的判别结果表明车辆呈现过度转向特性,而曲线4、5、6所对应的各种侧偏刚度匹配方案下,车辆呈现出不同程度的不足转向特性,其中曲线4是原车的刚度匹配方案下的转向特性判别结果.同理,原车侧偏刚度匹配方案下的稳定性因数也用曲线7标于图中.

由上述模拟分析还可以看出,应用本文的 Δ -tatan 判别式,可以反映出某一侧偏刚度匹配方案对应不同车速时的不足转向或过度转向程度是不同的,如针对 Buick 车型,在第二种侧偏刚度匹配方案下,低速时具有一定的不足转向特性,而超过某一车速后却呈现出过度转向特性,且车速越高过度转向特性越明显.而传统二自由度模型中基于稳定性因数 K 的判别方法,却反映不出这一特点,如

针对原车侧偏刚度匹配方案, Buick 车型的稳定性因数 K 值为 $-0.00051 \text{ rad} \cdot \text{s}^2/\text{m}^2$, Ferrari 车型的稳定性因数 K 值为 $-0.000037 \text{ rad} \cdot \text{s}^2/\text{m}^2$,其值不但很小,且都与车速的变化无关.

6 结论

(1)以广义汽车转向稳态响应模型为基础,分别对车辆装用刚性车轮和弹性轮胎条件下的等速圆周运动状况进行了运动学和动力学分析,并对其运动特性参数进行了差异性分析.

(2)在对运动特性参数进行对比分析的基础上,确定了基于广义汽车转向稳态响应模型的稳态转向特性的新的判别依据和标准.

(3)通过对具体实例的模拟分析,发现基于广义汽车转向稳态响应模型的操纵稳定性分析和稳态转向特性判别,与基于传统二自由度模型的分析 and 判别相比,不但可行,而且具有精确性高、信息量大、判别容易的优越性.二者具体的判别效果,期待着试验验证.

参 考 文 献

- 1 高举成,张兆合等.汽车操纵稳定性的广义汽车转向稳态响应模型.公路交通科技,2005,6:147~150(Gao J C, Zhang Z H, et al. A generalized model for vehicle steering state response of control stability performance. *Journal of Highway and Transportation Research and Development*, 2005, 6:147~150(in Chinese))
- 2 余志生.汽车理论.北京:机械工业出版社,2000(Yu Z S. *Automobile theory*. Beijing: China Machine Press, 2000)

- (in Chinese))
- 3 哈尔滨工业大学理论力学教研室. 理论力学(下). 北京:人民教育出版社,1982(Harbin Institute of Technology. Theoretical dynamics(Vol-2). Beijing: Popular Education Press,1982(in Chinese))
 - 4 孙涛,喻凡,邹游. 基于 Matlab 环境下的车辆操纵稳定性仿真研究与计算实例. 机械科学与技术,2003,22(7): 54 ~ 56(Sun T, Yu F, Zou Y. Case study on vehicle handling and stability performance by simulation in Matlab environment. *Mechanical Science and Technology*, 2003, 22(7):54 ~ 56(in Chinese))
 - 5 张云清,高斯,李凌阳等. 基于多体力学的车辆动力学控制系统仿真及优化. 动力学与控制学报,2007,5(1):68 ~ 74(Zhang Y Q, Gao S, Li L Y, et al. Vehicle dynamic control system simulation and optimization using multibody dynamics. *Journal of Dynamics and Control*, 2007,5(1): 68 ~ 74(in Chinese))

DYNAMICS OF AUTOMOBILE STEADY STEERING AND DISCRIMINATION OF STEADY STEERING CHARACTERISTICS

Yang Changming¹ Gao Jucheng² Zhang Zhaohe²

(1. Dept. of Transportation Directing, College of Automobolism, PLA, Bengbu 233011, China)

(2. School of Automotive Engineering, Harbin Institute of Technology at Weihai, Weihai 264209, China)

Abstract Based on the generalized steering steady response model, the steering dynamic analysis of the automobile with different kinds of wheels was performed, and the differences of movement characteristic parameters were compared. Then a new discriminant rule of steady steering characteristics based on the new model, which is different from the traditional two-degree-of-freedom model, was determined. The calculate results for two different cars showed that the new discriminant rule of steady steering characteristics was feasible and superior.

Key words words vehicle, handling and stability, dynamics, stead steering response