第8卷第2期2010年6月
1672-6553/2010/08(2)/137-5

动力学与控制学报
JOURNAL OF DYNAMICS AND CONTROL

Vol.8 No.2
Jun. 2010

正交小波包分析方法在分数阶系统特性识别中的应用*

董鹏真[1]　林祥云[1]　刘杰[1,2]

(1.武汉科技学院非线性科学研究中心,武汉　430073)(2.武汉科技学院理学院,武汉　430073)

摘要　基于正交小波包分析思想研究分数阶系统的动力学特性识别,提出了一套新的、能有效识别分数次动力系统复杂动力学行为的程序化方法.首先根据时间序列的平均周期对信号的频带进行分割并获得与各个频带对应的子信号;然后,通过计算子信号能量所占整个采样序列总能量的比重对时间序列的相关特性进行直观识别;最后,采用上述方法对受控的分数次Chen系统进行特征识别的结果与常用的功率谱分析方法所得结果是一致的.这些表明基于正交小波包分析方法能够有效地应用于分数阶系统的动力学特征识别.

关键词　正交小波包分析方法,　时间序列,　分数次Chen系统,　混沌

引言

近半个世纪以来,被誉为20世纪自然科学中的“三大革命之一”的非线性科学获得前所未有的蓬勃发展.混沌科学作为非线性科学的一个主要分支,其理论研究和如何应用混沌的研究成果造福人类已成为21世纪非线性科学发展的新课题.尽管目前科学界尚未给出一个公认的、严格的混沌定义,但研究者已经逐步揭示出了混沌现象的一些主要特征,如:确定性、有界性、类随机、对初值的极端敏感性、长期不可预测性、正的Lyapunov指数、宽带功率谱和遍历性等等[1].

目前,试图从理论上揭示混沌本质,刻画其基本特征,反映其系统动力学行为的方法不少,如基于斯梅尔马蹄理论、梅林科夫方法解析分析的方法、或者通过计算系统或者序列的Lyapunov指数、维数、或吸引子的庞加莱界面、计算混沌信号的功率谱、互信息量、信息熵等[1].对于能够用显式微分方程表示的系统,这些方法能够比较全面地分析系统所蕴含的混沌或周期等特性;而对于只是用时间序列表示的一组或多组非线性关系的数据,如何揭示数据蕴含的规律及本质,上述方法并不能很好地解决该问题.尽管目前研究者常采用Wolf方法、P－范数方法和小数据量方法等分析时间序列的最大Lyapunov指数,但这些方法在计算最大Lyapunov指数前,都要求对时间序列进行重构相空间,而重构相空间的优良对最大Lyapunov指数的计算精度影响非常大.因此,寻找更加简便的方法揭示时间序列所蕴含本质的方法一直是非线性科学研究领域关注的问题之一[2-5].

文献[6],[7]根据小波分析理论及正交小波包的特性,对混沌信号的特征识别问题进行了初步的探讨,但这一方法的技术细节不够清晰、其理论分析也并未得到非线性研究领域的足够的重视.本文将该思想进一步规范化,并将之应用到分数阶微分系统的动力学分析研究领域[8-11],并通过数值仿真实例验证了这一新方法的有效性.本文的其余部分结构安排如下:首先简要介绍了基于正交小波包分析方法的时间序列特征识别的相关理论;然后,基于这一方法,以受控齐次分数阶Chen系统为例,给出了该方法的具体实施步骤;最后,给出了简单的结论,并对需要进一步研究的内容进行了展望.

1　正交小波包分析方法简介

小波变换能够进行时－频局部化,时－频窗的自适应性满足了信号处理时－频分析的根本需要,特别适合于非平稳信号的分析和处理,是分析伪随机性的混沌特性的有效工具.这是小波变换在信号时－频分析研究方面的优势之一,但这种自适应性导致了一个新问题,即“高频低分辨率”问题,特别是在使用离散

2009-08-14收到第1稿,2009-12-09收到修改稿.

*2010教育部科学技术研究重点项目、湖北省教育厅科学研究重点项目(20101605)和武汉科技学院研究项目校基金(20073201)部分资助的课题

小波变换时,该问题表现的非常明显[6-7].

正交小波包分析能够为信号提供一种更为精细的分析方法,不仅能够将信号频带进行多层次划分,而且能够对分辨分析没有细分的高频部分作进一步的分解,从而提高了频率分辨率,能够有效地提取特定的频率成分.因此,通过构造正交小波,利用正交小波包分析方法可以有效的解决“高频低分辨率”问题[6-7].有关正交小波包分析的基本思想,性质及其频带分割能力的分析,对信号的分解与重构过程可详见文献[6]和专著[7].

2 正交小波包分析方法在分数阶系统特征识别中的应用

从本节开始,本文将从一个已知的分数阶微分动力系统的数值解(时间序列)出发,利用正交小波包方法分析、识别该系统的复杂动力学特性,并将之与传统的功率谱分析结果进行比较,验证这一方法的可行性.

2.1 受控齐次分数阶 Chen 动力学特征介绍

本小节将以受控齐次分数阶 Chen 吸引子的动力学特征分析为例说明正交小波包分析方法在时间序列特征识别中的应用,并将该方法与已有的相关分析进行对比分析.该系统的动力学方程具体如下[8]:

$$\begin{cases} \dfrac{d^q x}{dt^q} = a(y-x) \\ \dfrac{d^q y}{dt^q} = (c-a)x - xz + cy + m \\ \dfrac{d^q z}{dt^q} = xy - cz \end{cases} \tag{1}$$

其中,系统参数取 $a=35$, $b=3$, $c=28$,常数控制器 m 取值为 0 时,系统呈现混沌态,若此时当该系统(1)的阶次满足分数阶混沌系统产生混沌的必要条件,且阶次 q 给定时,让常数控制器 m 在一定范围内变化,系统(1)还会呈现“极限环”、“单倍周期”、“高倍周期”、“混沌”等不同动力学行为(详细研究可参见文献[8]给出的理论分析和相关数值仿真结果).

在接下来的讨论中,本文将以 0.95 阶的齐次分数阶系统(1)为研究对象,验证“基于正交小波包分析的分数次混沌系统特性识别方法”的有效性.在下文的所有理论分析和数值研究中,分数阶微分动力系统的动力学仿真均采用步长为 0.01 的 ADM 预估-校正算法进行数值模拟.选取常数控制器 m 的 5 组不同的取值:15、19、24、30、35,根据文献[5]的分析结果可知:对应此五组常数控制器取值,分数阶微分系统(1.1)分别呈现“混沌态”、“3-周期”、“4-周期”、“2-周期”和“单倍周期”.下文研究当 m 选定时,对分数阶微分系统(1)的系统输出变量进行特征识别(仅取 x 分量,其他分量可类似分析).为便于讨论,将五组 m 数值下所得的时间序列作为下文的分析对象;抛弃足够长瞬态后获得的相应 x 变量数据时间序列分别记为 data_i($i=1,2,3,4,5$)进行进一步讨论分析.

2.2 利用正交小波包分析方法进行时间序列特征识别的步骤

本节开始采用文献[6-7]提出的一种基于正交小波包分析混沌信号特征的识别方法,上述生成的五组时间序列为分析对象,对它们进行特征识别.这一方法的基本思想来源是:结合小波分析的理论,选择适当的小波分解层次,对待分析时间序列的频带进行精细地分割,再利用各子带能量在时间序列频带中的分布,提取出混沌运动的特征频率,进而识别混沌特性,区分周期运动、混沌运动和随机运动[6-7].

第一步:平均周期估计与频带分割处理

首先,选取的足够长的时间序列对象并对之平均周期进行估计,记之为 T^i_{ave},则其频率约为 $f_i = 1/T^i_{ave}$($i=1,2,3,4,5$).采用 5 阶消失矩,支撑长度为 9 的正交小波-Daubechies 5 小波对所要分析时间序列的频带进行分解.若分解层次为 5,则可将时间序列的频带分割为 32 个子带.当时间序列的采样频率为 1Hz 是,Nyquist 频率的上限为 0.5Hz.通过平均周期进行估计得知五组时间序列的近似平均频率均小于 0.3Hz,故对长度为 0.5 的频带进行分割,足可以体现时间序列的各种特征.将长度为 0.5 的频带分割为 32 个子带,则每个子带宽度 0.0156Hz,各子带的频率区间范围如表 1 所示.其中 $S_{5,i,}$($i=0,1,2,\cdots,31$)分别表示原信号经过 5 层分解后在同一尺度下产生的 32 个正交的投影信号.此外,本文还将呈现不同周期的四组时间序列呈现分频的频率在表 1 中和分割后的 32 个频带范围进行对应列出,具体结果见表 1,这一结果与下文中功率谱分析结果是对应的.

表 1　进行 5 层分解后的频带范围及五组时间序列 Datai 的特征频率

Table 1　The frequency band after been divided into 5 levels and the characteristic frequencies of time series Datai

the signals of projection	frequency band (Hz)	characteristic frequency of Datai	the signals of projection	frequency band (Hz)	characteristic frequency of Datai
$S_{5,0}$	0.0000 ~ 0.0156		$S_{5,9}$	0.1406 ~ 0.1563	$f_4/2$
$S_{5,1}$	0.0156 ~ 0.0313		$S_{5,10}$	0.1563 ~ 0.1719	
$S_{5,2}$	0.0313 ~ 0.0469		$S_{5,11}$	0.1719 ~ 0.1875	$2f_2/3$
$S_{5,3}$	0.0469 ~ 0.0625		$S_{5,12}$	0.1875 ~ 0.2031	$3f_3/4$
$S_{5,4}$	0.0625 ~ 0.0781	$f_3/4$	……		
$S_{5,5}$	0.0781 ~ 0.0938	$f_2/3$	$S_{5,16}$	0.2500 ~ 0.2656	
$S_{5,6}$	0.0938 ~ 0.1094		$S_{5,17}$	0.2656 ~ 0.2813	f_2, f_3
$S_{5,7}$	0.1094 ~ 0.1250	f_1	$S_{5,18}$	0.2813 ~ 0.2969	f_4, f_5
$S_{5,8}$	0.1250 ~ 0.1406	$f_3/2$	……		
(Turn right column)			$S_{5,31}$	0.4844 ~ 0.5000	

在选取了正交小波包及分解层次,获得分割频带之后,对具体的时间序列数据进行分解,并在各个子带中反映分解后的时间序列信号. 以混沌态的时间序列 $data_1$ 为分析对象的具体过程如下:先对时间序列 $data_1$ 进行预处理,即每隔 100 个点抽取 1 个点(为图示清晰起见,只取了 100 个点);将得到的新的时间序列,称为待分解的信号 x_1,并进行 5 层小波包分解,对各子带的展开系数分别用小波重构算法进行重构,将得到与表 1 中分割后的频带相对应的 32 个子信号,用 $s_{5,i,}$ $(i=1,2,\cdots,5)$ 表示,相应结果如下图所示(其它组序列可类似分析).

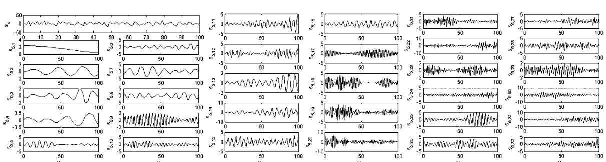

图 1　分解后的各个子信号

Fig. 1　The divided sub - signals

图 1 中第一个信号 s_c 代表待分解信号 x_1 随时间演化的图形. 同时,图 1 还将分解的 32 个子信号全部给出,图中可见,3 - 周期可从 $s_{5,2}$ 中提取出来,依照萨科夫斯基定理[1],由"周期 3 蕴含混沌",从而可确定原序列的确具有混沌特性. 在本例中,选择 5 层分解方式已足以将原信号的各个特征频率 $\frac{nf_i}{m}$,$(i=1,2,\cdots,5)$ 等区分开来. 对于其它非线性时间序列对象,也可以做类似分解、提取相应的特征频率. 当然,有时可能需要做更细的分解.

第二步:子信号的能量分布分析

定义 1[6]-[7]:　定义各个子信号的能量为 $E_{5,i}=\int_0^t|s_{5,i}|^2\mathrm{d}t=\sum_{k=1}^{n}|x_{i,k}|^2$ $(i=0,1,\cdots,31)$,其中 n 表示子信号 $s_{5,i}$ 的数据长度,$x_{i,k}$ 表示子信号的各个离散点的幅值.

在获得待分解信号 x_1 及分解后的 32 个子信号之后,就可以计算各个子信号的能量及各个子信号能量所占待分解信号 x_1 的能量的比重. 记待分解信号 x_1 的总能量为 $E=\sum_{i=0}^{i=31}E_{5,i}$,则各个子信号能量所占待分解信号 x_1 的总能量的比重 $\eta_{5,i}=\frac{E_{5,i}}{E}\times100\%$ $(i=0,1,\cdots,31)$. 用直方图的形式表示出分解后 32 个子信号的能量分布,如图 2(a)所示.

以上是以混沌时间序列 $data_1$ 为研究对象,进行数据采样、分解、直方图表示能量分布等过程. 若选用其他几组周期时间序列为研究对象时,用直方图表示的子信号能量分布图与图 2(a)有何区别呢?

类似地,选取"3 - 周期"、"4 - 周期"、"2 - 周期"和"单倍周期"的序列为分析对象,采样、分解后的各个子信号能量的分布图如图 2 所示. 比较图 2(a)、(b)、(c)、(d)、(e)的结果,容易发现:混沌时间序列分解后的子信号能量分布尽管不均匀,但在$\frac{f_1}{3}$,$\frac{2f_1}{3}$,f_1 等频段处明显有能量突出;而周期序列分解后的信号能量分布只在少量倍分频频段有集中,反映了分析序列的周期特性. 由此可以做出结论:利用能量比重分布的直方图可以有效区分混沌信号和周期信号.

总体说来,能量比重分布的直方图能够比较准确地反映受控分数阶 Chen 系统(1)在不同常数控制器 m 作用下所呈现的一些状态演变.

2.3　混沌信号(类随机)与随机噪声的相关对比讨论

此外,鉴于在实际生活中存在大量完全随机的时间序列,易与类随机的混沌时间序列发生混淆,下面的数值研究表明,本文采用的"正交小波包分析方法"不仅可以识别分数阶微分系统的动力学行为,还可以有效地辨别被分析信号是混沌的还是随机的. 采用文献[6]-[7]的研究方法,生成一个与时间序列 $data_1$ 具有相同标准差的高斯白噪声序列(序列

$data_1$ 的标准差 $\sigma = 7.927$,长度为 150,000),对其进行采样、分解,获得子信号的能量分布图进行分析. 具体地,当采样频率为 1Hz 时,对该高斯白噪声进行采样、正交小波包分解,获得子信号的能量分布图如 2(d)所示. 比较图 2(a)与图 2(f),容易发现:后者反映出来的各子带功率在信号总功率中所占比重大体均匀,即,能量比重分布相对均匀,无功率集中点,这与图 2(a)中混沌信号采样、正交小波包分解后,获得的子信号的能量分布图存在明显差异. 事实上,如前所述,图 2(a)中混沌信号的一个显著特征表现为在三处有能量分布的相对集中.

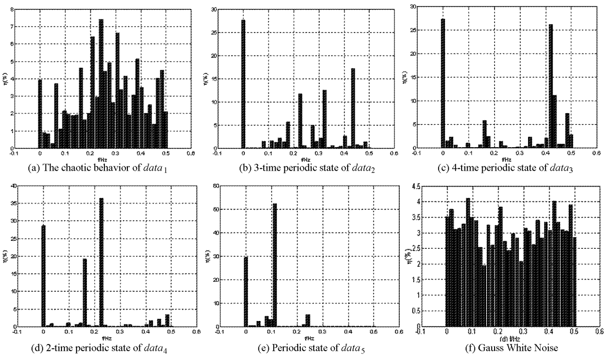

图 2 不同信号子带功率分布的直方图

Fig. 2 The power distribution histogram of different signal sub – bands

2.4 利用功率谱分析对于上述方法的验证性分析

众所周知,功率谱分析方法可以分析时间序列的一些特性. 一般而言,对于蕴含混沌运动的时间序列,其功率谱图中会出现噪声背景和宽峰的连续谱,并含有与周期运动对应的尖峰,以表明混沌运动蕴含着周期轨迹;对于体现周期运动的时间序列,其功率谱图只在基频率及倍频率处出现尖峰[6-7]. 因此,观察功率谱图不仅可以观察到时间序列是否呈现倍周期或者混沌状态,而且通过观察图形中尖峰对应的频率,可以得到时间序列的平均频率和平均周期.

采用功率谱分析的方法分析前述时间序列 $data_i(i=1,2,3,4,5)$,若时间序列的采样频率为 10Hz,Nyquist 频率为 5Hz 时,从功率谱分析的结果中易知:五组时间序列对应的平均频率分别为 $f_1 = 0.1123$Hz、$f_2 = 0.2719$Hz、$f_3 = 0.2699$Hz、$f_4 = 0.2820$Hz、$f_5 = 0.2919$Hz,相应的结果如图 2(a) –(e)所示. 为清晰起见,功率谱图 3 中只显示了“0 ~0.3Hz”频段内的图形. 该功率谱图表明:状态序列 $data_1$、$data_2$、$data_3$、$data_4$ 和 $data_5$ 谱峰分布分别对应“混沌状态”、“3 – 倍周期”、“4 – 倍周期”、“2 – 倍周期”和“单倍周期”,与文献[8]中的分岔图结果及前一部分提出的“利用正交小波包分析时间序列特征”的结果一致.

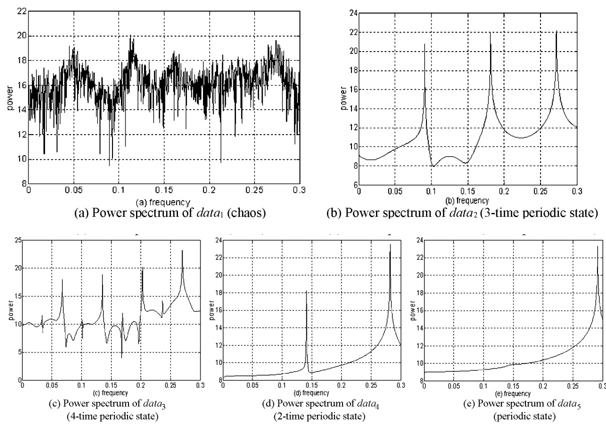

图 3 不同信号的局部功率谱示意图

Fig. 3 The local power spectrum of different signals

3 结论与展望

在工程实践中出现的信号(时间序列)多是混沌、周期或随机信号的混合形式,利用混沌、随机或周期信号能量分布特点,及小波去噪方法检测非线性时间序列中蕴含的特征对有效地应用混沌有一定的现实意义. 本文的分析过程及仿真结果表明“利用正交小波包分析方法进行信号的混沌等特征识别”之方法是可行的. 当然,这当中也存在一些进一步的工作值得继续深入研究,如:时间序列对象的平均周期的准确确定问题、对应时间序列分解层数的选取标准问题等等. 此外,如何把功率谱分析方法与本文方法如何有效结合,给出对时间序列采样、分解后子信号的能量分布图与周期性对应关系的相关理论分析等,都是有待进一步解决的问题.

参 考 文 献

1 Chen G R, Dong X N., From chaos to order: methodologies, perspectives and applications. World Scientific Pub. Co., Singapore, 1998

2 Wolf A, Swinney J B, Swinney H L, Vastano J A. Determining lyapunov exponents from a time series. *Phys D*, 1985,16: 285 ~317

3 Li C P, Peng G J. Chaos in Chen's system with a fractional order. *Chaos, Solitons Fractals*, 2004, 22: 443 ~50

4 Diethelm K, Ford N J, Freed A D. A predictor – corrector approach for the numerical solution of fractional differential equations. *Nonlinear Dyn*,2002; 29: 3 ~22

5 刘杰, 董鹏真, 尚钢. 分数阶非线性系统动力学分析中数值算法可靠性及其诱导的复杂现象. 中国力学学会学术大会, 2009 (Liu J, Dong P Z, Shang G. Research on dynamical analysis of fractional nonlinear systems and typical complex behaviors induced by numerical algorithm. The Conference of Chinese Society of theoritical and applied mechnics, 2009,8(in Chinese))

6 姜万录, 张淑清, 王益群. 基于混沌和小波的故障信息诊断. 北京: 国防工业出版社, 2005 (Jiang W L, Zhang S Q, and Wang Y Q. Chaos and wavelet based fault information diagnosis. Beijing: NDIP Press, 2005 (in Chinese))

7 姜万录. 一种基于正交小波包分析的混沌识别方法. 燕山大学学报, 2004, 28(1):7 ~13 (Jiang W L. Orthogonal wavelet packet analysis – based recognition method of Chaos. *Journal of Yanshan University*, 2004,28(1):7 ~13 (in Chinese))

8 李新杰, 刘杰, 董鹏真, 邢丽芬. 分数阶 Chen 混沌系统的复合结构分析. 武汉科技学院学报, 2009, 22(2):30 ~33 (Li X J, Liu J, Dong P Z, Xing L F. Compound structure analysis of fractional Chen's chaotic system. *Journal of Wuhan Univ. of Sci. and Engn.*, 2009, 22(2):30 ~33(in Chinese))

9 廖少锴, 张卫. 分数阶 Duffing 振子的动力学研究. 动力学与控制学报, 2008,6(2):122 ~ 125 (Liao S K, Zhang W. Dynamics of fractional duffing oscillator. *Journal of Dynamics and Control*,2008,6(2):122 ~ 125 (in Chinese))

10 刘杰, 李新杰, 何小亚, 董鹏真. 分数阶超混沌系统的线性广义同步观测器设计. 动力学与控制学报,2009,7(3):245 ~251 (Liu J, Li X J, He X Y, Dong P Z. Linear generaized synchronization observer design of the fractional hyperchaotic system. *Journal of Dynamics and Control*, 2009,7(3):245 ~251(in Chinese))

11 陈宁, 台永鹏, 陈南. 分数微积分理论在非线性车辆悬架滑模控制中的应用. 动力学与控制学报,2009,7(3):258 ~263 (Chen N, Tai Y P, Chen N. Application of fractional calculus theory on sliding mode control for vehicle suspension systems with nonlinearities. *Journal of Dynamics and Control*, 2009,7(3):258 ~263 (in Chinese))

CHARACTERISTICS RECOGNITION OF TYPICAL FRACTIONAL ORDER DYNAMICAL SYSTEMS VIA ORTHOGONAL WAVELET PACKET ANALYSIS METHOD *

Dong Pengzhen[1]　Lin Xiangyun[1]　Liu Jie[1,2]

(1. *Research Centre of Nonlinear Science*, *Wuhan University of Science and Engineering*, *Wuhan* 430073, *China*)

(2. *College of Science*, *Wuhan University of Science and Engineering*, *Wuhan* 430073, *China*)

Abstract The orthogonal wavelet packet analysis method was applied on dynamics recognition of fractional order system. Firstly, the signal's band was split up into proper levels and the sub-signals were gained, which correspond to each frequency band according to the average period of the time-series. Then, by analysis of sub-frequency band power distribution in the signal's total power, the chaos in the related signal can be easily identifed. Finally, by taking the controlled fractional order Chen's system as an illustration, the results obtained by this procedure agree with those by power spectrum method. So this new method can be used for dynamics recognition in fractional order systems.

Key words orthogonal wavelet packet analysis method, time-series, fractional order Chen′s system, chaos

Received 14 August 2009, revised 9 December 2009.

* Partly supported by the 2010 Natural Science Foundation of Hubei Provincial Department of Education under grant number (D20101605) and the 2010 Key Project of Chinese Ministry of Education, and the Research Project of WUSE under grant number (20073201)