# 基于 LQG/LTR 方法的飞机自动着陆系统设计

刘冰 艾剑良

(复旦大学力学与工程科学系,上海 200433)

摘要 用LQG/LTR 方法设计的自动着陆系统就拥有较强的鲁棒性,可以抵御强风的干扰.本文简述了 LQG/LTR 方法的原理,并用该方法设计了某商用飞机的自动着陆系统.仿真结果表明,LQG/LTR 方法在一 定条件下对于非最小相位系统效果较好,所设计的自动着陆系统在飞机受到大气扰动以及模型摄动等诸多 干扰的情况下仍能起到良好的控制作用,可实现较强的鲁棒稳定性.

关键词 鲁棒性, LQG/LTR 方法, 大气紊流, 模型不确定性

# 引 言

在飞机的起飞和着陆阶段,低空大气紊流以及 风切边等干扰一直以来被公认为是影响飞行安全 的最重要因素之一.因此,如何在有上述干扰的情 况下引导和控制飞机安全起飞和着陆,这一课题已 经引起了广泛的注意,并得到了大量的研究与实 践.其中有两种方法获得较多的关注,即最优航迹 的计算和自动着陆系统的设计.

对于前者来说,虽然最优化的思想和方法得到 了体现,但是在设计前必须得知大气紊流或风切边 的具体模型与特性,所以此种设计方法只局限于预 先设计好的扰动模型.而针对后者,又有很多经典 或现代的控制方法,如 PID 控制、控制以及神经网 络算法等等.在这些控制方法中,有些只适合于 SI-SO 系统,如经典的 PID 控制,其对于 MIMO 系统效 果则不好.而另一些方法则在有随机不确定的干扰 下,其控制效果不好或有其局限性,如神经网络算 法.

本文采用的控制方法为 LQG/LTR 技术(线性 二次型高斯/回路传输特性恢复技术),并将其应用 在一架商用飞机的自动着陆系统的设计上. LQG/ LTR 技术被证明拥有良好的鲁棒稳定性以及抗扰 动性能,且已被应用于工业、航空、航天等各领域.

本文以下首先对 LQG/LTR 方法做一简单介 绍,然后简述飞机着陆过程以及所受扰动,最后将 LQG/LTR 方法应用于飞机模型上进行自动着陆系

2009-09-03 收到第1稿,2009-10-18 收到修改稿.

统的设计与仿真并得出结论.

# 1 LQG/LTR 方法简述

LQG方法,即线性二次型高斯方法,是用来处 理有随机噪声干扰或模型状态无法直接测量的情 况下的状态反馈最优化设计方法.其本质是附带卡 尔曼滤波器的最优二次型控制器.然而由于状态观 测器的引入,LQG控制器显现出了稳定裕度缺乏的 现象.为此,在过去的十几年中,LQG方法的鲁棒性 恢复问题得到的极大的重视.Doyle和Stein1提出 了一种线性多变量控制设计方法,称为线性二次高 斯恢复(LQG/LTR)方法,MichaelAthans2又进一 步详细阐述了该方法,其后又有很多专家为LQG/ LTR方法的发展和应用做了很多工作.

1.1 LQG/LTR 控制器设计

假定被控对象的数学模型为:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Gw(t) \\ y(t) = Cx(t) + v(t) \end{cases}$$
(1)

式中:x(t)为状态向量;u(t)为输入向量;y(t)为输 出向量;w(t)、v(t)为高斯白噪声输入,且满足:

$$\begin{cases} E[w(t)w^{T}(t)] = \Xi \ge 0\\ E[v(t)v^{T}(t)] = \Theta > 0\\ E[w(t)v^{T}(t) = 0 \end{cases}$$
(2)

一般的 LQC/LTR 控制器的设计方法为:首先 按照系统的性能和鲁棒性要求设计一目标回路,如 卡尔曼滤波器回路,要求其频域奇异值形状满足设 计要求.然后设计一个控制器(通常设计成一个最 优二次型控制器),通过调节加权矩阵中的恢复增益来使被控系统的输入/输出端各项性能恢复到目标回路,这样被控系统的性能就得到了保证.

一个典型的 LQG/LTR 控制系统图 1 所示,其 中虚线框中的控制器就包含了待设计的卡尔曼滤 波器和二次型补偿器.



图 1 一个典型的 LQG/LTR 控制系统 Fig. 1 A typical LQG/LTR control system

### 1.2 对于非最小相位系统的处理方法

一般的 LQG/LTR 设计要求被控对象为最小相 位系统,否则回路性能就无法很好地恢复. 但是在 实际工程应用中,有很大一部分实际系统是非最小 相位系统,对于这个问题,目前的研究得到了以下 两种解决方案 3,4:

 1)将被控模型近似为一个最小相位系统,随 后将所产生的误差并入模型不确定性的误差中.

2)将目标回路设计成包含被控系统所有不稳定的零极点的形式,这样可以使被控系统和目标回路的传递函数形式保持一致,以便达到回路恢复的目的.

在本文中则将采取一个类似于上述第一种方 法但更为简单的方法来处理,即当不稳定的零点不 在系统频宽范围或处于增益较小的高频段时,可以 无需近似而直接用原始系统进行设计,其核心思想 为误差直接并入模型误差中,实践证明这样也能达 到良好的效果.

# 2 飞机着陆过程及所受扰动

### 2.1 飞机纵向着陆简述

飞机在着陆阶段的高度低,所以应对飞行安全 问题给予高度重视.飞机从安全高度下滑,发动机 一般处于慢车工作状态,此时飞机接近等速直线下 滑.到离地面一定高度,驾驶员后拉驾驶杆将飞机 拉平,然后保持在离地0.5~1米左右进行平飞减 速.随着飞行速度减小,驾驶员不断拉杆,使飞机和 缓地下沉.最终减速至升力小于重力,以接地速度 开始滑跑.

当飞机下滑只距地面约20米高度左右时,便 要进行拉平控制,使飞机进一步减速,机头逐渐抬 起,以合理的下降速率和姿态着地.在着地的瞬间 的下降速率过大,会使飞机猛烈撞向地面,这是飞 行安全要求所不允许的.因此,在着地时的下降速 率对于飞行安全至关重要,其值一般应低于0.5米 /秒.

已经证实,可以将飞机着陆时的拉平弧段设定 为如下曲线:

$$\dot{h} = -(h+h_b)/\tau \tag{3}$$

则相应的高度曲线就是满足式 3.1 的微分方 程的解,即:

$$h = h_0 e^{-\iota/\tau} - h_b t/\tau \tag{4}$$

其中:h 为测量所得飞机实际距离跑道相对高度; h<sub>0</sub> 为拉平转换高度;τ 为拉平时间常数;h<sub>0</sub> 为低于 实际跑道平面的某一高度,使得指数曲线能在该处 无限衰减至零,这样,其在跑道平面就可以达到零 值.

# 2.2 大气紊流扰动

在目前对与大气紊流模型的研究中,普遍采用 的是 Dryden 模型和 Von Karman 模型,这两种模型 对于刚性飞机的品质分析来说都适.用而 Dryden 模型又以其简单的有理频谱形式,便于做因式分 解,从而更有利于做紊流的数值仿真.

Dryden 模型中大气紊流的空间频谱形式为5:

$$\begin{cases} S_u(\Omega) = \frac{5.66}{1 + (30.48 \cdot \Omega)^2} \\ S_w(\Omega) = \frac{2}{1 + (30.48 \cdot \Omega)^2} \end{cases}$$
(5)

由于本文主要研究纵向着陆,所以频谱形式略 去了横向分量.式5中功率谱单位为(m/s)<sup>2</sup>/(rad/ m),其中为空间频率,单位为 rad/m.

### 2.3 模型乘性不确定性

系统的另一类扰动则是模型本身的误差,特别 是在高频时,由于弹性模态等因素的影响,产生的 模型的乘性不确定性误差,这种误差当频率上升时 会显著增大,甚至在较高频处误差超过100%.因 此在控制器的设计时,要特别关注高频时奇异值的 形状,设计目标为高频处奇异值增益远小于1.

# 3 自动着陆系统的设计与仿真

### 3.1 性能评价指标的确定

对于本文所针对的用 LQG/LTR 控制器设计的 飞机自动着陆系统来说,需要建立以下几个性能评 价指标:

1. 对于所设计的自动着陆系统的频域特性指标:

如前文所述及相关控制理论 2,3,要求系统抗 扰动性能好,所以在低频处最小奇异值增益  $\sigma \gg 1$ (0dB),而在高频处为了抵抗模型不确定性的影 响,则要求高频处最大奇异值增益  $\sigma \ll 1$ (0dB);

2. 对于飞机着陆接地时的下降速率要有严格 的限制,一般小于 0.5m/s;

3. 要求系统有较好的信号跟踪能力,并且对 于阶跃输入无稳态误差.

## 3.2 飞机仿真模型建立

本文采用某商用飞机模型进行自动着陆系统的设计与仿真.建模过程首先是将包含完整飞机气动参数的全量非线性方程组在某基准状态下进行线性化处理,这一过程在许多飞行力学教材中都有详细描述,在这里不再重复.

在本例中,线性化的基准状态为海平面标准大 气,飞机基准速度  $U_0$  = 71.6m/s,基准航迹角  $\theta_0$  = -3°.

线性化后的状态模型即如式 1 所示,式中状态 向量  $x = (u \ w \ q \ \gamma \ h)^T$ ,其中 u 为水平扰动速 度,m/s;w 为垂直扰动速度,m/s;q 为俯仰角速度, deg/s; $\gamma$  为俯仰角,deg;h 为扰动高度,m. 输入向量  $u = (\delta_E \ \delta_P)^T$ ,其中  $\delta_E$  为升降舵偏角,deg; $\delta_P$  为油 门杆位置,deg. 输出向量  $y = (h \ h)^T$ ,其中 h 为飞 机实际高度,m;h 为飞机高度变化率,m/s.

状态模型中状态矩阵 *A* 和输入矩阵 *B* 分别 为<sup>[6]</sup>:

	-0.038	-0.0513	0.00152	-0.562	٦0
	0.0313	-0.605	-4.511	-0.029	0
<i>A</i> =	0.0211	0.157	-0.612	0	0
	0	0	1	0	0
	0	- 1	0	4.102	0
	$p = \begin{bmatrix} 0.000 \\ 0.000 \end{bmatrix}$	005 -0.1	46 0.459	0 01	
	$D = \begin{bmatrix} 0.15 \end{bmatrix}$	58 0.03	0.0543	3 0 0	

输出矩阵 C 和矩阵 D 分别为:

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -0.052 & -0.999 & 0 & 4.096 & 0 \end{bmatrix}$$
$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

在建立仿真模型时,为了满足性能评价指标的 要求,使两个控制通道对于阶跃输入无稳态误差, 因此分别在两个通路中各串联上一个积分环节,同 时加入舵机环节.为了达到控制目的,将原先的状 态矩阵 A 进行增广,即将图2 中虚线框里的三个部 分合并入一个状态空间模型中,然后将增广后的状 态空间模型作为实际被控模型.

最后得到的仿真框图如图 2 所示.





建模后发现模型中存在1个不稳定的传输零 点即 s = 0.001672,但是该零点频率很低,已不在系 统的频宽范围内,且在低频处设计抗扰动性能很 好,因此该零点的影响可不予考虑.直接带入原系 统进行仿真,并将误差归入模型不确定性中.

# 3.3 LQG/LTR 控制器设计

在设计 LQG/LTR 控制器时,首先设计具有满 意鲁棒性能的卡尔曼滤波器目标回路,经计算并对 照频域性能指标的要求,取  $\Xi = (10^4 \ 0; 0 \ 10^4)$ ,  $\Theta = (0.01 \ 0; 0 \ 0.01)^T$ ,然后计算得到相应的卡 尔曼滤波器增益 L;随后设计二次型控制器,当恢 复增益取为  $10^{10}$ 时,回路恢复效果比较满意.在实 践中,发现进行回路恢复操作时,往往恢复曲线的 低频处于目标回路比较吻合,而高频处比目标回路 下降更多,这一点上更有利于对高频噪声影响以及 模型摄动影响的降低.最后可以得到状态反馈增益 K,至此 LQG/LTR 控制器便设计完成.

#### 3.4 仿真验证与分析

为了检验所设计的自动着陆系统的效果,现在 先从频域上对系统进行检验.检验方法为考察系统 频域奇异值曲线是否符合性能评价指标的要求.

图 3 为目标回路和恢复后的整个系统的频域 奇异值曲线图.



the whole system after recovery

由图 3 可见,经过恢复后的系统奇异值曲线在 低频和中频出与目标回路十分吻合,而在高频处比 目标回路增益降至更小,这样十分有利于抵抗高频 模型摄动.整个系统的频域曲线在低频处最小奇异 值接近 100dB,而到了高频处最大奇异值降至 -80dB 处左右,完全符合性能评价指标对于频域奇 异值的要求,由此可以说明控制器的设计比较成 功.

下面进行具体着陆仿真,仿真参数如下:飞机 着陆初始高度 h 为 300 米,拉平转换高度  $h_0$  为 22 米,时间常数  $\tau$  为 6s.飞机飞行初始速度为 71.6m/ s,初始航迹角为  $-3^\circ$ ,在仿真时给予的指令信号分 别为高度指令和下降速率指令,其表达式参见式 3 和式 4.

为了检验系统抗扰动性能,需要同时加入两种 扰动.其一是大气紊流扰动,其形式如2.2节所述, 分别加入水平和垂直风的干扰,风速约为11m/s. 第二种扰动是模型摄动,加入方法参考2.3节中关 于乘性不确定性的描述,对描述飞机动态特性的状 态矩阵 A 进行乘性处理,由于系统工作频率不会 太高,因此将飞机状态矩阵元素摄动20%,并检验 其控制效果.

同时加入上述两种扰动后的响应结果如图 4 所示.

由图 4 可见,在着陆仿真中,当加入风的扰动 以及模型不确定性摄动后,飞机下滑阶段经历 74. 15s,随后开始拉平,整个拉平过程持续 16.36s.由 图中可见,加入扰动后,高度变化与下降率响应均 能较好地跟踪指令信号,而下降率曲线相比理想轨 迹仅有微小抖动,幅值小于0.2m/s,控制任然较为 理想,最终着地下降率为-0.365m/s,符合性能评 价指标.



Fig. 4 Simulation curves with disturbances

为了进一步验证所设计系统的性能,下面进行 一些简单的随机试验和统计分析.旨在说明系统对 于不同随机扰动情况下的控制效果的一些简单统 计规律.

试验方法为保持模型结构摄动 20% 不变,对 大气紊流输入种子数进行随机产生,这样可以改变 大气紊流的扰动形式,共计 10 组,考察最终着陆时 的下降速率.

统计结果如表1所示:

表1 不同随机种子输入风扰动下的着陆下降速率

Table 1 Vertical veloc. with random seed number of wind disturbances

Random seed number	Random seed number	Vertical veloc. on
of horizontal wind	of vertical wind	landing (m/s)
23341	30001	-0.34
43256	12530	-0.38
37245	23356	-0.28
78546	84562	-0.31
10234	85462	-0.27
94285	98001	-0.43
24789	99125	-0.36
78452	85623	-0.35
55896	24569	-0.33
17652	48562	-0.31

由表1可见,在10组不同的随机风输入下,最 终着陆的下降速率均保持在0.5m/s以下,最大下 降速率为0.43m/s,最小仅为0.27m/s,该系统的 鲁棒稳定性十分良好.

10 组下降速率的均值为 - 0.336m/s,标准差较小,为0.0477,说明控制结果十分稳定.

#### 4 结语

本文采用了 LQG/LTR 方法设计了某商用飞机 的自动着陆系统,该模型为一非最小相位系统.仿 真结果表明,在一定条件下,LQG/LTR 方法也能较 好处理非最小相位系统.所设计控制系统能在飞机 受到较大扰动的情况下任起到较好的控制作用,实 现较强的鲁棒稳定性.相比一些其他的经典或者现 代的控制方法来说,LQG/LTR 方法的抗扰动能力 以及鲁棒性都较强,特别适合于一些受扰动的控制 场合.

#### 参考文献

- Doyle J C, Stein G. Multivariable Feedback Design: Concepts for a Classical/Modern Synthesis. *IEEE Transaction on Automatic Control*, 1981, AC-26(2): 4 ~ 16
- 2 Athans M. A Tutorial on LQG/LTR Method, Proc. Ameri-

can Control Conf., Seattle, 1986

- 3 Stein G, Athans M. The LQG/LTR Procedure for Multivariable Feedback Control Design. *IEEE Transaction on Automatic Control*, 1987, AC-32(2): 105 ~ 114
- 4 J. E. Wall, J. C. Doyle, and C. A. Harvey, Trade-offs in the design of multivariable feedback systems, Proc. Allerton Conf., 1980
- 5 肖业伦,金长江.大气扰动中的飞行原理.北京:国防 工业出版社,1993:167~173(Xiao Y L, Jing C J. Flying Principles in Air Disturbances. Beijing: Press of National Defense Industry, 1993:167~173 (in Chinese))
- 6 Jorgensen C C, Scheley C. A Neural Network Baseline Problem for Control of Aircraft Flare and Touchdown, Neural Networks for Control, MIT Press, 1990: 403 ~ 426
- 7 钟阳,曹长勇.飞机起降过程中机场道面的动力响应.动力学与控制学报,2008,6(1):83~87 (Zhong Y, Cao C Y. Dynamic response of airport pavement when airplane takes off or lands. *Journal of Dynamics and Control*, 2008, 6(1):83~87 (in Chinese))

# DESIGN OF AN AIRCRAFT AUTO-LANDING SYSTEM BASED ON THE LQG/LTR METHOD

Liu Bing Ai Jianliang

(Department of Mechanics & Engineering Science, Fudan University, Shanghai 200433, China)

**Abstract** The automatic landing system based on the LQG/LTR method has good robustness, which can resist strong wind shear. This paper gave a brief introduction to the principle of the LQG/LTR method and presented an LQG/LTR automatic landing controller design for a commercial airplane. Simulation results show that the LQG/LTR method works well on non-minimal system under certain conditions. The auto-landing system designed can maintain good control effect with the presence of several disturbances such as wind shear and model uncertainty, hence achieving good robust stability.

Key words robustness, LQG/LTR method, atmospheric disturbance, model uncertainty

Received 3 September 2009, revised 18 October 2009.