

基础激励下桥梁斜拉索的非线性振动*

付英

(哈尔滨工业大学深圳研究生院, 深圳 518055)

摘要 在考虑拉索垂度的情况下建立了深圳湾公路大桥的动力学模型,利用有限元软件模拟了地震、风、车辆等荷载作用于桥梁结构时桥面及桥塔索锚固点的位移响应,以及全桥整体动力特性和索连接点的振动解,从而真实反映出基础激励对索的初始扰动,进而研究索在最不利荷载作用下谐波共振和参数振动的特性,并在此基础上分析了激励频率与拉索固有频率比的匹配关系,得出了激励幅值、初始索力、模态阻尼比、拉索倾角等参数对拉索非线性振动的影响.

关键词 基础激励, 斜拉索, 谐波共振, 参数振动

引言

斜拉索在斜拉桥中是作为主要的承重结构来使用的,由梁体锚固段、索体自由段、塔上锚固段三部分组成.斜拉索具有柔度大、质量小及阻尼小等特点,其非线性特征非常明显,对于较长的斜拉索,由于其自身的动力特性,更易在外部激励下产生大幅振动,影响桥梁结构的使用及安全.当斜拉桥在各种荷载作用下发生振动时,将会通过连接处即桥面和桥塔支撑点的运动使拉索产生相应的振动,因而桥面和桥塔的振动为拉索施加了运动的边界条件,带来一定的基础激励^[1-5].

为研究斜拉索在基础激励下的振动特性,本文以深圳湾公路大桥为例,运用有限元软件 ANSYS 建立该桥的力学模型,通过模拟桥梁上最长拉索锚固点在风、地震、车辆等荷载作用下的位移响应,及全桥整体动力特性和索连接点的振动解,更加真实地研究基础激励对斜拉索的初始扰动,进而分析拉索在梁端和塔端同时作用下的振动特性及影响因素.

1 深圳湾公路大桥简介及荷载模拟

深圳湾公路大桥(深港西部通道)是连接香港和深圳的一座桥梁,通航孔桥采用墩、塔、梁固结,为变截面独塔单索面钢箱梁斜拉桥,主跨跨径为180m,跨径组合为(180+90+75)m,全长345m.该桥桥面以上索塔高115.874m,桥面全宽37.6m,索

塔呈中心线仰角 80° 倾斜.桥塔外形轮廓尺寸由塔底11m(纵向) \times 6m(横向),渐变至塔顶6m(纵向) \times 4m(横向),全桥共24根斜拉索,边跨与中跨的斜拉索呈不对称分布,斜拉索在主跨加劲梁上标准间距为12m,在边跨辅助墩附近集中布置,索间距为3m.深圳湾公路大桥的有限元模型见图1.

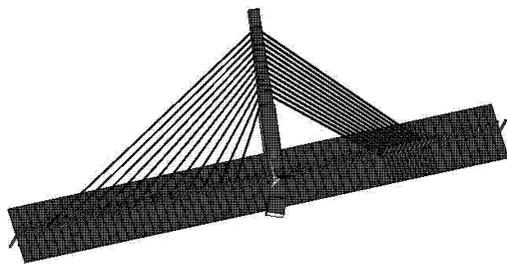


图1 深圳湾公路大桥有限元模型

Fig. 1 Finite element model for Shenzhen Bay bridge

由于斜拉索的非线性特性,较长的斜拉索在受到桥面和桥塔的振动时容易产生较大的振幅,故在此选取深圳湾公路大桥中最长的斜拉索进行振动分析.拉索不仅在桥面及桥塔振动频率与其固有频率比为1时产生共振,而且在频率比约为2时也将产生大幅度振动,即拉索的参数振动.当系统的固有频率接近激励频率时发生的共振称为谐波共振.当系统参数按照一定规律变化时,任意微小的扰动使系统产生的大幅振动称为参数振动,即由振动系统随时间变化的参数(刚度、阻尼或质量)激发的振动,它本质上是一种非线性振动.

深圳湾公路大桥中最长斜拉索位于主跨最外侧,全长 207.952m. 通过模拟地震激励、风致激励、动载激励及上述三种荷载耦合作用于桥梁结构时深圳湾大桥的动力响应,可得到四种工况下该索在桥面及桥塔锚固点的最大绝对位移,为单根斜拉索的分析提供相应的位移荷载数据. 数据分析结果见表 1:

表 1 斜拉索各工况位移幅值比较

Table 1 Comparison of displacement amplitude of the cable

displacement	load condition			
	seismic	wind	vehicles	loads couple
deck point	2.15000×10^{-4}	5.24860×10^{-2}	5.25570×10^{-2}	8.70990×10^{-2}
tower point	6.34000×10^{-4}	4.55530×10^{-2}	4.46180×10^{-2}	1.75387×10^{-1}

通过分析索梁连接点、索塔连接点处的振动特性,可得到各工况作用于桥梁整体结构时索锚固点在 x, y, z 三方向的结点力,并采用式 $\sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$ 综合考虑其平均值,数据分析结果见表 2:

表 2 索锚固点各工况下结点力比较

Table 2 Comparison of nodal force of the cable

nodal force	load condition			
	seismic	wind	vehicles	loads couple
deck point	2.4831×10^{-4}	66904.87	8405.28	66903.45
tower point	6.7258×10^{-4}	68803.61	4819.88	68819.48

同时分析全桥的整体动力性能,得到其前 20 阶振动频率及相应的振动模态,如表 3 所示:

表 3 全桥整体振动特性

Table 3 Global vibration characteristic

order	frequency (HZ)	modal description
1	0.14729	first-order vertical bending of girder
2	0.18578	first-order transverse bending of tower + vertical bending of girder
3	0.22210	transverse bending of tower
4	0.45279	first-order anti-symmetric vertical bending of girder
5	0.47184	vertical bending of girder + transverse bending of tower
6	0.55433	first-order symmetric bending of girder + transverse bending of tower
7	0.61288	second-order anti-symmetric vertical bending of girder
8	0.76596	transverse bending of side span girder + transverse bending of tower
9	0.90041	second-order symmetry vertical bending of main span girder
10	1.01370	transverse bending of tower
11	1.15600	first-order symmetry vertical bending of side span girder
12	1.29900	bending of tower
13*	1.50810	second-order anti-symmetric vertical bending of girder
14*	1.52370	first-order symmetric bending of girder + transverse bending of tower
15	1.78680	second-order vertical bending of side span girder
16	1.96530	first-order symmetric reverse of side span girder
17	2.26560	third-order symmetric vertical bending of girder + bending of tower
18	2.29900	third-order anti-symmetric vertical bending of girder
19#	2.85750	fourth-order symmetric vertical bending of girder + transverse bending of tower
20#	3.23170	third-order symmetry vertical bending of side span girder

将分析得到的主梁频率特性与拉索的一阶固有频率相比较,可得到满足参数振动和谐波共振条件的频率匹配关系. 深圳湾大桥上最长拉索的固有频率为 1.526 HZ,表 3 中的 * 表示可能引起该索线性内部共振的振型,#表示可能引起该索参数振动的振型.

2 斜拉索振动模型

考虑到拉索相对于桥面的质量很小,因此采用单自由度模型进行分析,图 2 为斜拉索在基础激励下的动力学模型. 在这个力学系统中,拉索被考虑有初始挠度,其形状假设为二次抛物线, m 为索的

单位长度质量, θ 为索的轴向与水平方向的夹角,索的初始长度为 L , f_b, f_l 为主梁端和桥塔端对拉索的基础激励, v 为索的自重产生的垂度. 拉索的重力垂度曲线设为:

$$v = \frac{mgL \sin \theta}{2H} \left(x - \frac{x^2}{L} \right) \quad (1)$$

式中, H_0 为拉索初始弦向拉力. 则斜拉桥拉索同时承受梁端和塔端激励的面内振动微分方程为:

$$\frac{\partial}{\partial s} \left[(T + T_0) \left(\frac{dv}{ds} + \frac{\partial y}{\partial s} \right) \right] = m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - mg \cos \theta \quad (2)$$

式中, s 为弧长坐标; T_0, T 分别为初始切向拉力和振

动拉伸产生的附加切向动拉力; y 为拉索 Y 向振动位移. 根据微段拉索的几何变形及受力关系可得:

$$\frac{T}{H} = \frac{T_0}{H_0} = \frac{dv}{ds} = \sqrt{1 + \left(\frac{dv}{dx}\right)^2} \quad (3)$$

式中, H 为拉索振动拉伸产生的附加弦向动拉力, 将式(3)进行 Taylor 展开并代入式(2)可得:

$$m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \left[\left(1 - \frac{1}{8} \left(\frac{mgL \cos \theta}{H_0}\right)^2 \left(1 - \frac{2x}{L}\right)^2 \right) \times \left[H_0 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + H \left(\frac{d^2 v}{dx^2} + \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right) \right] \right] = 0 \quad (4)$$

拉索端部位移激励为: $f_b = A_b \sin \omega_b t, f_t = A_t \sin \omega_t t$. 则边界条件为:

$$y(0, t) = f_b \cos \theta = A_b \sin \omega_b t \cos \theta,$$

$$y(L, t) = f_t \sin \theta = A_t \sin \omega_t t \sin \theta,$$

其中, A_b, A_t 为主梁端和桥塔端对拉索的激励幅值; ω_b, ω_t 为主梁端和桥塔端对拉索的激励频率. 由于斜拉索接近张紧弦, 故只考虑拉索的一阶振动模式, 可得到拉索任意点 Y 方向的振动位移:

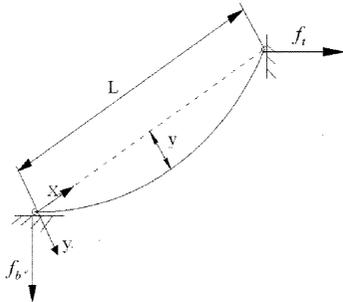


图 2 斜拉索动力学模型

Fig. 2 Dynamic model of the cable

$$y(x, t) = f_b \cos \theta \left(1 - \frac{x}{L}\right) + f_t \frac{x}{L} \sin \theta + Y(t) \sin \frac{\pi x}{L} \quad (5)$$

其中 Y 为跨中振动位移, 考虑索的垂度及轴向端位移时, 动拉力 H 的表达式为:

$$H = \frac{EA}{L} \Delta L = \frac{EA}{L} \left[\frac{(f_b \cos \theta - f_t \sin \theta)^2}{2L} + \frac{\pi^2 Y^2}{4L} + \frac{2mgLY \cos \theta}{H_0 \pi} + f_b \sin \theta + f_t \cos \theta \right] \quad (6)$$

引入 Galerkin 法求解, 方程 Y 两边同乘以 $\sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)$, 并在 $[0, L]$ 区间内积分, 化简得到考虑结构阻尼作用的拉索振动平衡微分方程:

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} + 2\omega \xi \frac{\partial Y}{\partial t} + \left[\omega^2 + \frac{\pi EA \alpha}{mL^3} \sin \omega t + \frac{\pi EA}{2mL^4} (\beta \sin \omega t)^2 \right] Y + \frac{3\pi EA g \cos \theta}{H_0 L^2} Y^2 + \frac{\pi^4 EA}{4mL^4} Y^3 + \frac{\pi EA g \cos \theta \alpha}{\pi L H_0} \sin \omega t -$$

$$\frac{2\omega^2 \gamma}{\pi} \sin \omega t + \frac{2EA g \cos \theta}{\pi L^2 H_0} (\beta \sin \omega t)^2 = 0 \quad (7)$$

其中, $\alpha = A_b \sin \theta + A_t \cos \theta, \beta = A_b \cos \theta - A_t \sin \theta, \gamma = A_b \cos \theta + A_t \sin \theta; \omega$ 为考虑拉索垂度时的一阶自振频率: $\omega = \omega_0 \left[1 + \frac{8EA}{\pi^4 H_0} \left(\frac{mgL \cos \theta}{H_0}\right)^2 \right]^{1/2}$; ω_0 为不考虑拉索重力, 即没有初始挠度时拉索的一阶模态固有频率: $\omega_0 = \frac{\pi}{L} \sqrt{\frac{H_0}{m}}$.

3 数值算例及参数分析

3.1 数值模拟

在 MATLAB 里运用 Simulink 对拉索振动系统进行仿真模拟, 深圳湾公路大桥上最长拉索的参数取值如下: 横截面积: 0.007848 m^2 ; 初始索力: 2500 KN ; 单位长度质量: 61.214 Kg/m ; 倾角: 29.9467° ; 索长: 207.952 m ; 杨氏模量 $E: 1.95 \times 10^{11} \text{ KN/m}^2$; 位移荷载 f_b, f_t 的幅值分别取为地震、风及车辆荷载耦合作用时锚固点的最大绝对位移, 即 $f_b = 0.087099 \times \sin(\omega_b t), f_t = 0.175387 \times \sin(\omega_t t)$. 在这个系统中, 改变桥面与桥塔端部位移激励的频率与索固有频率的比值, 可得到拉索跨中节点在不同频率比下的最大位移. 如图 3 所示, 在频率比为约为 2 和 1 时, 拉索的位移响应出现了峰值, 即发生了相应的谐波共振和参数振动.

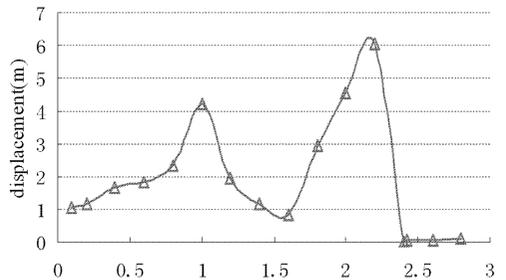


图 3 端部激励下拉索幅频响应

Fig. 3 Amplitude-frequency response of cable excited at end

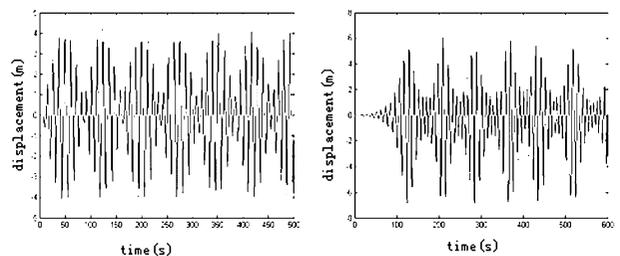


图 4 拉索跨中位移时程曲线

Fig. 4 Time-displacement curve of intermediate node at cable

图4中a)、b)分别为拉索在谐波共振和参数共振情况下的位移时程响应图,即索端部激励频率与拉索固有频率之比分别为1:1和2:1时,拉索的跨中位移时程曲线.可以看出,两种共振情况下,拉索的响应曲线都呈现出了“拍”的形式,即振幅分别随时间呈周期变化.

3.2 参数分析

3.2.1 位移激励幅值

主要考虑拉索在谐波共振及参数共振这两种显著振动条件下,索端部位移激励幅值大小对拉索振动的影响.当拉索同时受桥面和桥塔激励时,桥面与桥塔端部位移激励的频率与索的固有频率比分别为1:1、2:1,拉索端部所受的位移激励幅值取0.02m—0.16m,可得拉索跨中位移随端部激励幅值变化的响应规律,从图5中可以看出,随着激励幅值的增大,拉索跨中响应幅值也随之增大.因而在实际斜拉桥中,可以通过控制斜拉索端部位移激励来抑制拉索的振动,达到减振的目的.

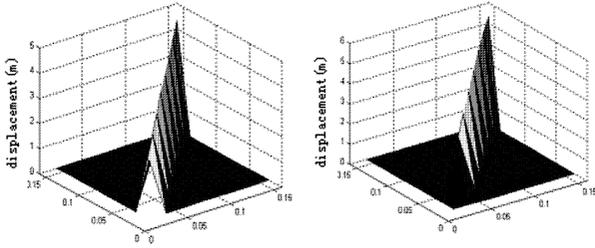


图5 激励幅值与跨中位移响应

Fig.5 Amplitude of excitation and displacement respos for cables

3.2.2 初始索力

初始索力即拉索的张力,是一个非常重要的参数,与拉索的振动特性密切相关.在其他参数不变的情况下,分别取拉索的初始索力为1000kN-9000kN,可得到拉索跨中节点的位移响应规律,从

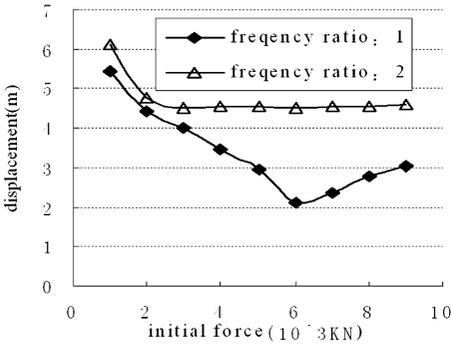


图6 初始索力与跨中位移响应

Fig.6 Initial cable force and displacement response

图6可以看出,随着索力的变化,拉索位移响应幅值也随之变化.在这两种共振中,拉索均出现了最小幅值,故而可知存在一个最优索力,使拉索振幅达到最小.

3.2.3 模态阻尼比

在其他参数不变的情况下,将拉索的模态阻尼比分别取为0.2%—8%,得到拉索跨中位移的响应规律,如图7所示:

从图7可以看出,拉索模态阻尼比对跨中位移大小具有一定影响,阻尼比越大,拉索振动响应幅值越小.因而提高拉索模态阻尼可以相应地抑制其振动.但是在实际的斜拉桥中,拉索的阻尼比很小,一般情况下阻尼比都不会超过0.2%,过小的阻尼比对于控制拉索的振动作用有限,因而要通过增大斜拉索自身阻尼来达到控制其振动的目的,可以采取安装阻尼器的措施.

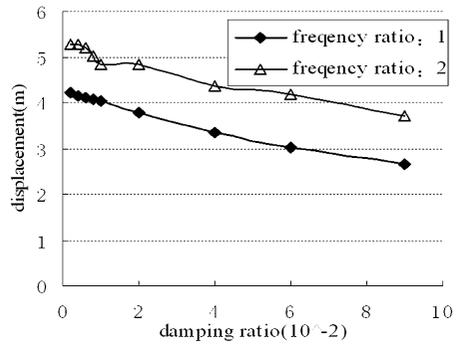


图7 模态阻尼比与跨中位移响应

Fig.7 Modal damping ratio and displacement response

3.2.4 拉索倾角

斜拉桥上的每一根拉索都以一定的倾斜角度锚固在桥面和桥塔上,取拉索与桥面夹角分别为0°-90°,可得拉索跨中位移的响应规律.从图8中

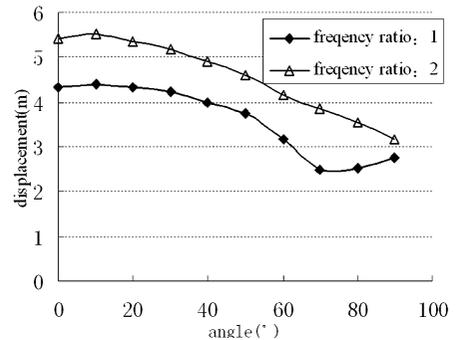


图8 拉索倾角与跨中位移响应

Fig.8 Angle and displacement response for cables

可以看出,拉索倾斜角度与振动位移响应密切相

关,随着角度的增大,拉索振动响应幅值基本上呈逐渐减小的趋势,且参数振动时的位移幅值大于谐波共振时的位移幅值.

4 结论

(1) 当桥面和桥塔的位移激励频率与拉索固有频率比值约为1或2时,拉索的响应振幅将远远大于初始扰动值,出现大幅共振;

(2) 拉索端部激励振幅越大,拉索跨中位移幅值就越大;拉索都存在一个最优索力,使得拉索位移响应幅值最小;

(3) 拉索模态阻尼比对跨中位移大小具有一定的影响,阻尼比越大,拉索振动响应幅值越小;

(4) 拉索倾角的变化也会影响其振动位移响应,当拉索与桥面的夹角由水平逐渐向垂直方向变化时,拉索的位移响应基本上呈减小趋势.

参 考 文 献

1 康厚军,赵跃宇,王连华.斜拉桥中拉索对桥面动力特性的影响.动力学与控制学报,2007,5(1):44~46

(Kang H J, Zhao Y Y, Wang L H. Theoretical considerations for effects of cables on deck of cable-stayed bridges. *Journal of Dynamics and Control*,2007, 5(1): 44~46(in Chinese))

2 曾德子,赵章力,卿迟.深圳湾公路大桥(深圳侧通航孔桥)索塔施工.广东交通职业技术学院学报,2007,6(3):23(Zeng D Z, Zhao Z L, Qin C. Cable and tower construction for Shenzhen bay bridge (Shenzhen side navigation Bridge). *Journal of Guangdong Transportation Vocational and Technical College*,2007, 6(3): 23(in Chinese))

3 梅葵花,吕志涛,孙胜江.CFRP拉索的非线性参数振动特性.中国公路学报,2007,20(1):52~56(Mei K H, Lv Z T, Sui S J. Property of nonlinear parametric vibration of CFRP cables. *China Journal of Highway and Transport*,2007, 20(1): 52~56(in Chinese))

4 Olivier F. Rain-wind induced vibrations of cables. *Journal of Engineering and Industrial Aerodynamics*, 1995(57): 353~362

5 SIAI-Noury, Ali S A. Large-amplitude vibration of parabolic cable. *Journal of Sound and Vibration*,1985, 101(4): 451~462

NONLINEAR VIBRATION OF CABLES IN CABLE-STAYED BRIDGE UNDER FOUNDATION EXCITATION *

Fu Ying

(Shenzhen Graduate School, Harbin Institute of Technology, Shenzhen 518055, China)

Abstract A mechanical model of Shenzhen Bay Bridge was established, which considered the hanging degree of cable, and the finite element software was used to simulate the displacement response of the bridge deck and tower anchor points when the seismic, wind, vehicles and other loads were acted on the bridge structure, and the dynamic characteristics of the bridge as well as the vibration solution of the connection nodal. The initial disturbance of cable under foundation excitation was revealed, and the harmonic resonance and parametric vibration of cable in the most unfavorable load case were studied. On this basis, the matching ratio of incentive frequency to cable natural frequency was analyzed, and the influencing characteristics of the nonlinear vibration for cable was obtained, which included excitation amplitude, initial force, modal damping ratio and the cable angle.

Key words foundation excitation, cable-stayed, harmonic resonance, parametric vibration