

闭环多体系统拓扑结构的动态搭建 及其自动规则标号*

齐朝晖 黄志浩 邵珠蕾
(大连理工大学工程力学系,大连 116023)

摘要 基于将多体系统拓扑结构的形成看作是一个动态搭建过程,本文提出了一个能够由铰与物体之间关联矩阵自动选取切断铰并自动对物体和铰进行规则标号的算法.利用该算法,在建立系统动力学方程过程中可以采用铰坐标但无需人为选定切断铰,从而在很大程度上简化了输入工作有效地避免了很多人工错误.

关键词 多体系统, 闭环, 切断铰

引言

由于问题的复杂性,多体系统动力学方程难以手工的方式推导,因而多体系统核心任务之一是通过软件建立和求解复杂的系统动力学方程.只需输入必要的系统构成信息,多体系统动力学分析软件应自动完成系统动力学方程的建立.其中,系统拓扑结构对任何软件都是必要的输入.原则上,铰与物体之间的连接状况包含了全部系统拓扑信息,但现实中很多软件要求使用者提供切断铰信息,有的甚至要求对系统中的铰与物体进行人为的规则标号[1-6].ADAMS 由于采用欧拉建模方法从而避免了对物体和铰进行规则标号,其代价是要求求解器能够可靠高效地求解维数较高的微分代数混合方程组.Simpack 采用了铰坐标从而降低了系统方程的维数,但却要求使用者指定切断铰.然而,如果系统构型很复杂,人为选定切断铰和规则编号的过程中很容易出现各种错误.

系统拓扑传统的切断铰定义为系统回路中的一个铰.按照这种定义判断切断铰需要知道系统中哪些铰共同构成了一个回路.尽管根据铰所连接物体的标号可以完全决定系统的拓扑结构,但自动判断系统回路的相应算法却很少.文献[7]定义了多体系统中各铰的加权因子,并以此为依据用传统的图论方法定量地讨论了多体系统派生树的自动生成方法.

本文将系统拓扑结构的形成看作是一个动态

搭建过程,通过引入动态描述物体连通状况的连通矩阵,实现了切断铰的自动选取和派生树系统的自动生成,在此基础上给出了含闭环多体系统自动规则标号的算法.

1 动态连通矩阵及其切断铰的自动选取

只要保证多体系统中物体和铰的标号是连续的,系统的拓扑结构就可由铰与物体之间的关联矩阵

$$J = \begin{bmatrix} H_1^+ & H_2^+ & \cdots & H_{n_j}^+ \\ H_1^- & H_2^- & \cdots & H_{n_j}^- \end{bmatrix} \quad (1)$$

完全确定.其中 n_j 为系统中铰的个数, H_i^+ 和 H_i^- 为 i 号铰所关联的两个物体的标号,铰的方向从 H_i^+ 指向 H_i^- .多体系统的拓扑结构图可看作是由每个铰及其所关联的物体逐个动态搭建而成:将 1 号铰及其所关联的两个物体形成的系统作为初始系统,按递增顺序向系统逐个添加 2, 3, ..., n_j 号铰及其所关联的物体,最终形成整个系统的拓扑结构,如图 1 所示.

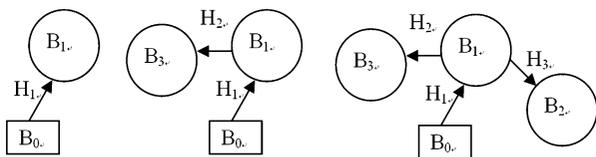


图 1 多体系统拓扑结构的动态搭建

Fig. 1 Assembling of topological structure of a multibody system

在系统动态搭建过程中,如果物体 B_i 和物体

B_j 之间至少存在一条由物体和铰所形成的通路,则称物体 B_i 和物体 B_j 是连通的. 物体之间的连通状况可由 $(n_b + 1)(n_b + 1)$ 维的动态连通矩阵描述,其中 n_b 为系统中物体个数. 动态连通矩阵 S 中的元素

$$S_{i+1,j+1} = \begin{cases} 1 & \text{如果物体 } B_i \text{ 和 } B_j \text{ 连通或者 } i=j \\ 0 & \text{如果物体 } B_i \text{ 和 } B_j \text{ 不连通} \end{cases} \quad (2)$$

其中,指标 i 和 j 的取值范围为 0 到 n_b . 连通矩阵具有以下几个重要性质:

1. 连通矩阵是对称矩阵
2. 如果一组物体 $B_{i_1}, B_{i_2}, \dots, B_{i_k}$ 是彼此连通的,其标号组成的集合 $I = \{i_1, i_2, \dots, i_k\}$,则有:对任意 $i, j \in I$ 连通矩阵中的元素 $S_{i+1,j+1} = 1$.
3. 系统拓扑结构图搭建完成后,所有物体都应是彼此连通的,因而连通矩阵中所有元素均为 1.

如图 2 所示,在系统拓扑结构动态搭建过程中,如果向动态拓扑结构图中添加一个铰及其所关联的物体,拓扑结构图共有四种搭建模式:

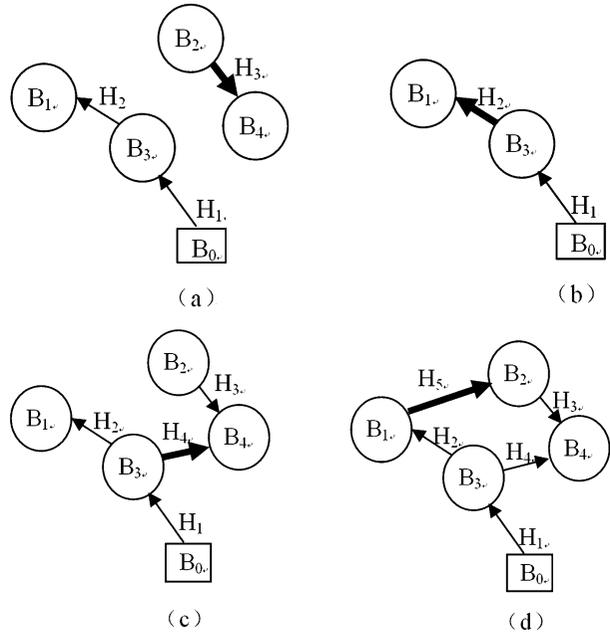


图 2 拓扑结构的四种搭建模式

Fig. 2 Four patterns of topological assembling

(a) 该铰所关联的两个物体均不在原拓扑结构图中,添加该铰后拓扑结构图中增加一个孤立分支.

(b) 该铰所关联的两个物体中有一个已在原拓扑结构图中,添加该铰后拓扑结构图中一个连通

的分支增加一个物体.

(c) 该铰所关联的两个物体分别属于原拓扑结构图中两个彼此不连通的分支,添加该铰后拓扑结构图中两个分支合并为一个分支.

(d) 该铰所关联的两个物体均属于原拓扑结构图中一个连通的分支,添加该铰不改变原有物体的连通状况.

如果铰所关联的两个物体分别为 B_i 和 B_j ,则原图谱结构图中与物体 B_i 连通的物体的标号集合 $I_i = \{k | S_{ik} > 0\}$ 和与物体 B_j 连通的物体的标号集合 $I_j = \{k | S_{jk} > 0\}$ 完全足以判断搭建模式:

1) 如果 I_i 和 I_j 都是空集,则搭建模式为(a),添加该铰后,令连通矩阵中行列指标属于集合 $I = \{i, j\}$ 的元素值为 1,即令 $S_{i+1,j+1} = 1 (i, j \in I)$.

2) 如果 I_i 和 I_j 中只有一个是空集,则搭建模式为(b),添加该铰后,令连通矩阵中行列指标属于集合 $I = I_i \cup I_j \cup \{I_i, I_j\}$ 的元素值为 1,即令 $S_{i+1,j+1} = 1 (i, j \in I)$.

3) 如果 I_i 和 I_j 中都不是空集但 $S_{ij} = 0$,则搭建模式为(c),添加该铰后,令连通矩阵中行列指标属于集合 $I = I_i \cup I_j$ 的元素值为 1,即令 $S_{i+1,j+1} = 1 (i, j \in I)$.

4) 如果 I_i 和 I_j 中都不是空集但 $S_{ij} = 1$,则搭建模式为(d),添加该铰后,连通矩阵不变.

例如,对图 2(d) 所示的系统,连通矩阵随系统搭建过程的变化为:

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow S = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow S = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

如果搭建过程结束后连通矩阵中仍含有零元素,则表明系统中存在孤立分支,原始数据输入有误.

传统的切断铰定义为回路中的一个铰,移除它可切断回路.按照这样的定义,选择切断铰之前必须了解回路的分布状况.尽管传统的关联矩阵已经

包含了全部拓扑信息,但文献中还没有从关联矩阵导出回路分布描述的确切算法.但是,如果我们将系统拓扑结构的形成看作为一个动态搭建过程,切断铰的自动选取就是可实现的.事实上,在动态搭建过程中,如果一个铰所关联的两个物体原本就是彼此连通的,那么添加这个铰就使系统增加一个回路,因而可将其选为切断铰.实际上,图2(d)所示的第四种搭建模式中相应的添加铰就是切断铰.正如上文所述,这种模式是完全可由动态连通矩阵自动识别的.

为了对切断铰进行标记,我们可以将由(1)式所定义的铰与物体之间的关联矩阵扩展为 $3 \times n_j$ 维,第三行的初值为铰标号.如果在动态搭建过程中 i 号铰被识别为切断铰则令 $J_{3,j} = 0$. 例如,图2(d)所示的系统在动态搭建过程结束后,扩展后的铰与物体之间的关联矩阵

$$\bar{J} = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 4 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

2 自动规则标号

为了记录原物体和铰标号与规则标号之间的映射关系,定义物体标号映射数组 I_B 和铰标号映射数组 I_J ,其第 i 个元素分别为:

$$I_B(i) = \text{物体 } B_i \text{ 的规则标号} \quad (5)$$

$$I_J(i) = \text{铰 } H_i \text{ 的规则标号} \quad (6)$$

在确定切断铰后,我们就可以很容易地生成派生树系统.派生树系统的铰与物体之间的关联矩阵 J 可由删除相应的扩展矩阵 \bar{J} 第三行中元素为 1 的列得到.

按规则标号要求,派生树系统中末端物体的标号应当最大.而在派生树系统中末端物体的独有特征为:这些物体只与一个铰关联.因此,如果某一物体(零号物体除外)标号在 J 矩阵中出现的次数只有一次,则它就是末端物体.如果树系统中有 m 个末端物体,则可令其规则标号分别为 $n_b, n_b - 1, \dots, n_b - m + 1$.

找到末端物体的同时也可确定与其关联的铰.这些铰可通过令派生树系统的铰与物体之间的关联矩阵 J 中第三行相应列的元素反号来标记.按规则标号要求,这些铰的标号应与末端物体的标号相同.例如,图2(d)所示的系统,其派生树系统如图3

(a)所示,铰与物体之间关联矩阵

$$\bar{J} = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 4 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix} \quad (7)$$

从其前两行中可以发现大于零并且只出现一次的物体标号为 1 和 2,与这两个物体相关联的铰分别为 2 号铰和 3 号铰.由此可以断定 B_1 和 B_2 为派生树系统的末端物体并且 $I_B(1) = 3, I_B(2) = 4, I_J(2) = 3, I_J(3) = 4$. 相应地铰与物体之间关联矩阵修正为

$$\bar{J} = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 4 & 4 \\ 1 & -2 & -3 & 4 \end{bmatrix} \quad (8)$$

如果静态地看待派生树系统的拓扑结构,上述过程只能确定几个末端物体的恰当标号.为了解决这一问题,我们可以利用树系统的一个重要性质:在树系统中删除末端物体后系统仍是一个连通的树系统.对这个新的树系统,应用上述对末端物体的标号方法对其进行标号后,删除对应的末端物体,如果所得的树系统包含零号以外的物体,则继续对其末端物体进行标号.这个过程可以看作是对派生树系统不断拆卸的过程,如图3所示.拆卸末端物体后所得树系统对应的铰与物体关联矩阵

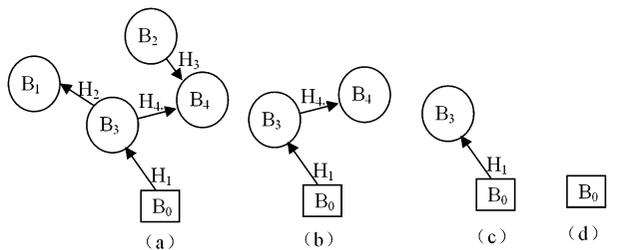


图3 派生树系统的拆卸

Fig. 3 Disassembly of induced tree systems

$\bar{J} = \{ \text{删除原系统铰与物体关联矩阵中第三行元素为 1 对应的列所得的矩阵} \}$ (9)

例如,式(8)所示的树系统的 \bar{J} ,删除其末端物体后所得的树系统的 \bar{J} 矩阵

$$\bar{J} = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 4 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \quad (10)$$

3 算例

如图4(a)所示的多体系统,其拓扑信息完全由铰与物体之间增广关联矩阵

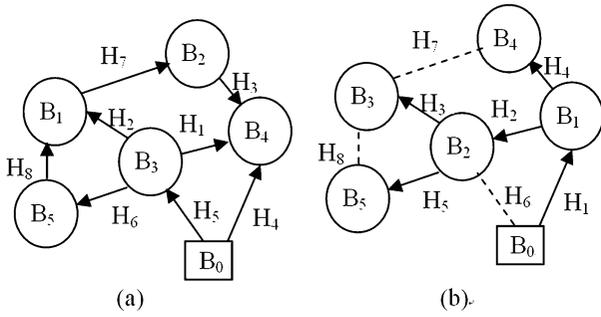


图4 多体系统的规则标号

Fig.4 Regular label of bodies and joints in a multibody systems

描述. 系统拓扑结构动态搭建过程中, 连通矩阵的演变过程为

$$S_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; S_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$S_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; S_4 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$S_5 = S_4; S_6 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}; S_7 = S_6; S_8 = S_6$$

从中可以断定 5, 7, 8 号铰为切断铰, 即

$$I_j(5) = 6, I_j(7) = 7, I_j(8) = 8$$

搭建过程结束后, 铰与物体之间的关联矩阵成为

$$\bar{J} = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 2 & 0 & 0 & 3 & 1 & 5 \\ 4 & 1 & 4 & 4 & 3 & 5 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 0 & 6 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

派生树系统的铰与物体关联矩阵

$$\bar{J}_1 = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 2 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 4 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 6 \end{bmatrix}$$

从中发现末端物体为 1, 2, 5 号物体, 与其相关联的铰分别为 2, 3, 6 号铰. 因此

$$I_B(1) = 3, I_B(2) = 4, I_B(5) = 5;$$

$$I_j(2) = 3, I_j(3) = 4, I_j(6) = 5$$

删除末端物体后的树系统中

$$\bar{J}_2 = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 4 & 4 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

从中发现末端物体为 3 号物体, 与其相关联的铰为 1 号铰. 因此

$$I_B(3) = 2; I_j(1) = 2$$

删除末端物体后的树系统中

$$\bar{J}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

因此

$$I_B(4) = 1; I_j(4) = 1$$

综上所述, 物体和铰标号映射数组分别为

$$I_B = (3 \ 4 \ 2 \ 1 \ 5),$$

$$I_j = (2 \ 3 \ 4 \ 1 \ 6 \ 5 \ 7 \ 8)$$

标号变换后的系统拓扑结构如图 4(b) 所示. 将原标号下铰与物体之间关联矩阵的前两行修改为 $\bar{J}_{i,j} = I_B(\bar{J}_{i,j})$, 第三行的元素修改为 $\bar{J}_{3,j} = I_j(\bar{J}_{3,j})$ 得到

$$\bar{J} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 4 & 0 & 0 & 2 & 3 & 5 \\ 1 & 3 & 1 & 1 & 2 & 5 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 4 & 1 & 6 & 5 & 7 & 8 \end{bmatrix}$$

按铰内接物体标号小于外接物体标号调整铰的方向, 并按铰标号的顺序调整列的顺序, 最终得到规则标号后的铰与物体之间关联矩阵

$$\bar{J} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 & 2 & 0 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 2 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{bmatrix}$$

标号变换后的系统拓扑结构如图 4(b) 所示.

4 结束语

按照本文所述方法, 只要提供铰与物体之间的关联矩阵就可自动判断切断铰标号并自动进行铰与物体的规则标号, 从而简化了多体系统分析的输入数据填写工作.

参 考 文 献

1 刘延柱, 洪嘉振, 杨海兴. 多刚体系统动力学. 北京: 高等

- 教育出版社,1989 (Liu Yanzhu, Hong Jiazhen, Yang Haixing. Dynamics of multi-rigid-body systems. Beijing: Higher Education Press, 1989 (in Chinese))
- 2 洪嘉振. 计算多体系统动力学. 北京: 高等教育出版社, 1999 (Hong Jiazhen. Computational dynamics of multibody systems. Beijing: Higher Education Press, 1999 (in Chinese))
 - 3 休斯敦, 刘又午. 多体系统动力学(上册). 天津: 天津大学出版社, 1987 (Huston, Liu Youwu. Dynamics of multibody systems (part one). Tianjin: Tianjin University Press, 1987 (in Chinese))
 - 4 休斯敦, 刘又午. 多体系统动力学(下册). 天津: 天津大学出版社, 1991 (Huston, Liu Youwu. Dynamics of multibody systems (part two). Tianjin: Tianjin University Press, 1991 (in Chinese))
 - 5 Ahmed A, Shabana. Dynamics of multibody systems. Cambridge, U. K. ; New York : Cambridge University Press, 2005
 - 6 齐朝晖. 多体系统动力学. 北京: 科学出版社, 2008 (Qi Zhaohui. Dynamics of multibody systems. Beijing: Science Press, 2008 (in Chinese))
 - 7 潘振宽, 徐茂荣, 孙红旗, 于培仁. 多体系统动力学拓扑结构的自动分析与优化. 青岛大学学报, 1996, 11(2): 1~6 (Pan Zhenkuan, Xu Maorong, Sun Hongqi, Yu Peiren. Automatic anlysis and optimization of topologies of multibody system dynamics. *Journal of Qingdao University*, 1996, 11(2): 1~6 (in Chinese))

DYNAMICALLY ASSEMBLING OF TOPOLOGICAL STRUCTURES OF MULTIBODY SYSTEMS WITH CLOSE-LOOPS AND AUTOMATIC REGULARLY LABELING *

Qi Zhaohui Huang zhihao Shao Zhulei

(Department of Engineering mechanics ,Dalian University of Technology, Dalian 116023, China)

Abstract Topological structure of multibody systems can be formed by dynamically assembling joints in the system. Based on this fact, this paper present a method by which not only the cut joints can be selected automatically but also the regularly labeling of bodies and joints can be done automatically. With the presented method, joints coordinates can be used to formulate the equations of motion while the manual selection of cut joints is no longer necessary, therefore errors in data input procedure are obviously reduced.

Key words multibody systems, close-loops, cut joints