

# 随机扰动下简单电力系统的可靠度反馈最大化\*

陈林聪<sup>1,2</sup> 朱位秋<sup>2</sup>

(1. 华侨大学土木工程学院, 泉州 362021) (2. 浙江大学力学系, 流体及传动国家重点实验室, 杭州 310027)

**摘要** 研究随机扰动下简单电力系统的可靠度反馈最大化. 应用拟不可积哈密顿系统随机平均法和随机动态规划原理, 导出以可靠度最大为目标的动态规划方程和以平均首次穿越时间最长为目标的动态规划方程. 通过分别求解相应的动态规划方程, 得到最优控制律, 受控与未控系统的条件可靠性函数及平均首次穿越时间. 最后应用 Monte Carlo 模拟验证结果的准确性.

**关键词** 电力系统, 首次穿越, 随机平均法, 随机动态规划方程, 可靠性, 寿命

## 引言

为保持电力系统电压处于正常的水平, 既要求保证供电质量又要求电力系统安全稳定地运行. 电压异常可导致设备的破坏甚至电压的崩溃. 特别是, 近年来各国发生大面积停电事故引起了各国政府对电网的安全性和可靠性的高度重视. 因此, 研究控制电力系统的可靠性有着重要的意义.

发生电力系统崩溃有着诸多原因, 绝大多数情况是由系统元件的随机失效和系统机械功率输入以及负荷的随机扰动造成的<sup>[1]</sup>. 系统元件的随机失效, 可通过提高系统元件的质量, 更换老化元件等方法来解决. 然而, 系统机械功率输入以及负荷的随机扰动则是系统固有的动态扰动, 此时电力系统的可靠性可归结为一个非线性随机动力学问题. 可靠性研究是随机动力学的一个重要方面, 而首次穿越是随机动力学系统损坏的最主要模型之一. 近年来, 许多学者用首次穿越模型对电力系统的可靠性进行了研究<sup>[1-4]</sup>, 但对于以可靠度最大为目标的控制设计却甚少.

本文首先介绍基于随机平均法<sup>[6]</sup>与随机动态规划原理的拟哈密顿系统的非线性随机最优控制理论<sup>[7]</sup>, 然后应用拟不可积哈密顿随机平均法将随机扰动下受控单机无穷大电力系统简化为一维的部分平均 Itô 随机微分方程, 分别建立以可靠度最大为目标的动态规划方程与以平均首次穿越时间最长为目标的动态规划方程. 最优控制力由动态规

划方程与控制约束求得, 进而得到最终的动态规划方程. 通过求解这两个方程, 分别得到最优控制系统的条件可靠性函数与平均首次穿越时间(平均寿命). 最后, 用 Monte Carlo 数字模拟的结果验证解析解的正确性.

## 1 随机平均法

考虑受控拟哈密顿系统, 其运动方程型为

$$\begin{aligned} \dot{Q}_i &= \frac{\partial H'}{\partial P_i}; \dot{P}_i = \frac{\partial H'}{\partial Q_i} - \varepsilon c'_{ij} \frac{\partial H'}{\partial P_j} + u_j + \varepsilon^{1/2} f_{ik} W_k(t) \\ Q_i(0) &= Q_{i0}, P_i(0) = P_{i0}; i, j = 1, 2, \dots, n, k = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (1)$$

式中  $Q_i, P_i$  分别是广义位移与广义动量;  $H' = H'(Q, P)$  是相应哈密顿系统的哈密顿函数;  $\varepsilon c' = \varepsilon c'(Q, P)$  是拟线性阻尼系数;  $\varepsilon^{1/2} f_{ik} = \varepsilon^{1/2} f_{ik}(Q, P)$  为激励的幅值;  $W_k(t)$  是相关函数为  $2D_{kk}\delta(\tau)$  的高斯白噪声;  $u_i = u_i(Q, P)$  为反馈控制力. 经 Wong - Zakai 修正项修正后, (1) 式可以转化为如下的 Itô 随机微分方程:

$$\begin{aligned} \dot{Q}_i &= \frac{\partial H}{\partial P_i} dt \\ \dot{P}_i &= \left( -\frac{\partial H}{\partial Q_i} - \varepsilon c_{ij} \frac{\partial H}{\partial P_j} + u_j \right) dt + \varepsilon^{1/2} f_{ik} dB_k(t) \end{aligned} \quad (2)$$

式中  $H$  与  $c_{ij}$  分别为修正后的哈密顿函数与拟线性阻尼系数;  $B_k(t)$  为标准 Wiener 过程.

设与(2)相应的哈密顿系统为不可积, 即  $H$  是与(2)相应的哈密顿系统的唯一独立对合的首次

2009-09-09 收到第1稿, 2009-09-22 收到修改稿.

\* 国家自然科学基金资助项目 (10332030, 10772159), 高等学校博士学科点专项科研基金资助 (20060335125), 浙江省自然科学基金 (Y7080070) 资助项目

积分. 应用随机平均法, 可由(2)式导出如下关于  $H$  的部分平均  $It\delta$  随机微分方程:

$$dH = [\bar{m}(H) + \langle u_i \partial H / \partial P_i \rangle_i] dt + \bar{\sigma}(H) dB(t) \quad (3)$$

式中  $B(t)$  为标准 Wiener 过程,

$$\bar{m}(H) = \frac{1}{T(H)} \int_{\Omega} \left[ \left( -c_{ij} \frac{\partial H}{\partial P_i} \frac{\partial H}{\partial P_j} + D_{kl} f_{ik} f_{jl} \frac{\partial^2 H}{\partial P_i \partial P_j} \right) / \frac{\partial H}{\partial P_1} \right] \times$$

$$dq_1 dq_2 \cdots dq_n dp_2 \cdots dp_n$$

$$\bar{\sigma}(H) = \frac{1}{T(H)} \int_{\Omega} \left[ \left( 2D_{kl} f_{ik} f_{jl} \frac{\partial^2 H}{\partial P_i \partial P_j} \right) / \frac{\partial H}{\partial P_1} \right] \times$$

$$dq_1 dq_2 \cdots dq_n dp_2 \cdots dp_n$$

$$T(H) = \int_{\Omega} \left[ 1 / \frac{\partial H}{\partial P_1} \right] dq_1 dq_2 \cdots dq_n dp_2 \cdots dp_n$$

$$\langle u_i \frac{\partial H}{\partial P_i} \rangle = \int_{\Omega} \left[ u_i \frac{\partial H}{\partial P_i} / \frac{\partial H}{\partial P_1} \right] dq_1 dq_2 \cdots dq_n dp_2 \cdots dp_n$$

$$\Omega = \{ (q_1, q_2, \cdots, q_n, p_2, \cdots, p_n) \mid H(q_1, q_2, \cdots, q_n, 0, p_2, p_3, \cdots, p_n) \leq H \} \quad (4)$$

## 2 随机动态规划方程

设  $H(t)$  可在  $[0, \infty)$  上随机地变化, 当  $H(t)$  首次达到临界值  $H_c$  时, 系统将不能正常工作或破坏. 于是系统正常运行区或安全域为  $[0, H_c)$ . 取可靠度为性能指标

$$P \{ H(s, u) \in [0, H_c), 0 < s \leq t_f \mid H(0, u) \in [0, H_c) \} \quad (5)$$

定义以可靠度最大为目标的非线性随机最优控制问题的值函数

$$V(t, H) = \max_{u \in U} P \{ H(s, u) \in [0, H_c), 0 < s \leq t_f \mid H(0, u) \in [0, H_c) \} \quad (6)$$

$u \in U$  为控制约束,  $t_f \leq \tau$  为控制终止时刻,  $\tau$  为首次穿越时间. 应用随机动态规划原理, 可以导出如下以可靠度最大为目标的动态规划方程:

$$\frac{\partial V(t, H)}{\partial t} = - \max_{u \in U} \left\{ \left[ m(H) + \langle u_i \frac{\partial H}{\partial P_i} \rangle_i \right] \frac{\partial V}{\partial H} + \frac{1}{2} \sigma^2(H) \frac{\partial^2 V}{\partial H^2} \right\}; 0 \leq t \leq t_f, H \in [0, H_c) \quad (7)$$

边界条件为

$$V(t, H_c) = 0 \quad (8)$$

$$V(t, 0) = \text{finite} \quad (9)$$

终值条件为

$$V(t_f, H) = 1, H \in [0, H_c) \quad (10)$$

式(8)与(9)分别表明,  $H = H_c$  是吸收边界而  $H = 0$

是反射边界. 式(7) - (10) 构成了拟不可积哈密顿系统可靠度反馈最大化问题的数学提法.

类似地, 可以建立拟不可积哈密顿系统以平均首次穿越时间最长为目标的随机最优控制问题的数学提法. 定义形如式(5)的性能指标:

$$J(u) = E[\tau(H, u)] \quad (11)$$

取值函数为

$$V_1(t, H) = \max_{u \in U} E[\tau(H, u)] \quad (12)$$

应用随机动态规划原理, 可以导出如下以平均首次穿越时间最长为目标的动态规划方程:

$$\max_{u \in U} \left\{ \left[ m(H) + \langle u_i \frac{\partial H}{\partial P_i} \rangle_i \right] \frac{\partial}{\partial H} + \frac{1}{2} \sigma^2(H) \frac{\partial^2}{\partial H^2} \right\} V_1(t, H) = -1 \quad (13)$$

边界条件为

$$V_1(H_c) = 0 \quad (14)$$

$$V_1(0) = \text{finite} \quad (15)$$

最优控制律可由式(7)右边或式(13)左边对  $u_i$  取极大值条件确定. 设控制约束为

$$-b_i \leq u_i \leq b_i, i = 1, 2, \cdots, n \quad (16)$$

其中  $b_i$  为正常数. 显然, 当  $|u_i| = b_i$  且  $u_i \frac{\partial V}{\partial H} \frac{\partial H}{\partial P_i}$  或

$u_i \frac{\partial V_1}{\partial H} \frac{\partial H}{\partial P_i}$  (不对  $i$  求和) 为正时, 式(7)右边或式

(13)左边取极大值. 于是, 最优控制律为

$$u_i^* = b_i \text{sgn} \left( \frac{\partial H}{\partial P_i} \frac{\partial V}{\partial H} \right), \quad i = 1, 2, \cdots, n \quad (17)$$

或

$$u_i^* = b_i \text{sgn} \left( \frac{\partial H}{\partial P_i} \frac{\partial V_1}{\partial H} \right), \quad i = 1, 2, \cdots, n \quad (18)$$

式中  $\text{sgn}(\cdot)$  表示符号函数. 由于可靠性函数与平均首次穿越时间皆为初值的单调减函数<sup>[12]</sup>, 即  $\partial V / \partial H < 0, \partial V_1 / \partial H < 0$ . 式(17)与(18)可简化为

$$u_i^* = -b_i \text{sgn} \left( \frac{\partial H}{\partial P_i} \right), \quad i = 1, 2, \cdots, n \quad (19)$$

式(19)表明最优控制是一种开关式控制, 或称为 bang - bang 控制, 控制力幅值为  $b_i$ , 方向与与速度方向相反.

将式(19)中  $u_i^*$  代入式(7)取代  $u_i$ , 完成平均, 得到以首次穿越可靠度最大为目标的随机最优控制问题的最后动态规划方程

$$\left[ \frac{\partial}{\partial t} + \bar{m}(H) + \frac{1}{2} \bar{\sigma}^2(H) \frac{\partial^2}{\partial H^2} \right] V(t, H) = 0;$$

$$0 \leq t \leq t_f, H \in [0, H_c) \quad (20)$$

其中

$$\bar{m}(H) = \bar{m}(H) + \frac{1}{T(H)} \int_{\Omega} \left[ \left( u_i \frac{\partial H}{\partial P_i} \right) / \frac{\partial H}{\partial P_1} \right] \times dq_1 dq_2 \cdots dq_n dp_2 p_3 \cdots dp_n \quad (21)$$

边界条件与终值条件仍为式(8) - (10), 求解这组方程可得相应的最优控制的拟不可积哈密顿系统的首次穿越可靠性函数。

同样的推导可得以平均首次穿越时间最长为目标的随机控制问题的最终动态规划方程

$$\left[ \bar{m}(H) \frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{2} \bar{\sigma}^2(H) \frac{\partial^2}{\partial H^2} \right] V_1(H) = -1; \quad H \in [0, H_c) \quad (22)$$

边界条件仍为式(14) - (15)。

将式(19)式代入式(3), 完成平均, 得拟不可积哈密顿系统的完全平均的  $It\delta$  随机微分方程

$$dH = \bar{m}(H) dt + \bar{\sigma}(H) dB_k(t) \quad (23)$$

最优控制系统(23)的条件可靠性函数为

$$R_{\text{opt}}(t_1 | H_0) = P \{ H(s, u^*) \in [0, H_c), s \in (0, t_1] | H(0) \in [0, H_c) \} \quad (24)$$

满足下列后向 Kolmogorov 方程:

$$\frac{\partial R_{\text{opt}}}{\partial t_1} = \bar{m}(H_0) \frac{\partial R_{\text{opt}}}{\partial H_0} + \frac{1}{2} \bar{\sigma}^2(H_0) \frac{\partial^2 R_{\text{opt}}}{\partial H_0^2} \quad (25)$$

边界条件为

$$R_{\text{opt}}(t_1, H_c) = 0 \quad (26)$$

$$R_{\text{opt}}(t_1, 0) = \text{finite} \quad (27)$$

初值条件为

$$R_{\text{opt}}(0, H_c) = 1; \quad H_0 \in [0, H_c) \quad (28)$$

求解式(25) - (28)可以获得最优控制的拟不可积哈密顿系统的条件可靠性函数。

最优控制系统的首次穿越损坏的条件概率为

$$P_{f,\text{opt}}(t_1 | H_0) = 1 - R_{\text{opt}}(t_1 | H_0) \quad (29)$$

最优控制系统首次穿越时间  $\tau$  的条件概率密度为

$$p_{\text{opt}}(\tau | H_0) = - \frac{\partial R_{\text{opt}}}{\partial t_1} \quad (30)$$

平均首次穿越时间为

$$\mu_{\text{opt}}(H_0) = \int_0^{\infty} \tau p_{\text{opt}}(\tau | H_0) d\tau = \int_0^{\infty} R_{\text{opt}}(\tau | H_0) d\tau \quad (31)$$

它满足如下 Pontryagin 方程:

$$\bar{m}(H_0) \frac{\partial \mu_{\text{opt}}}{\partial H_0} + \frac{1}{2} \bar{\sigma}^2(H_0) \frac{\partial^2 \mu_{\text{opt}}}{\partial H_0^2} = -1, H_0 \in [0, H_c) \quad (32)$$

边界条件为

$$\mu_{\text{opt}}(H_c) = 0 \quad (33)$$

$$\mu_{\text{opt}}(0) = \text{finite} \quad (34)$$

注意到, 值函数  $V(t, H)$  与条件可靠性函数  $R_{\text{opt}}(t_1 | H_0)$  都表示最优控制的拟不可积哈密顿系统的可靠度, 但  $V(t, H)$  与  $R_{\text{opt}}(t_1 | H_0)$  所满足的方程有所不同, 这是因为两种推导中的时间顺序刚好相反:  $t$  是从控制终了时刻倒向初始时刻,  $t_1$  则刚好相反. 因此只要做如下变换:

$$t_1 = t_f - t \quad (35)$$

两者满足的方程在形式上是一致的. 所以, 对于系统的首次穿越可靠度最大为目标的随机最优控制问题, 在按式(19)获得最优控制律后, 最优控制系统的条件可靠性函数可以从求解动态规划方程(20)获得, 也可以求解后向 Kolmogorov 方程(25)得到. 同样, 结合相应的边界条件, 求解动态规划方程(22)或 Pontryagin 方程(32), 或由式(31), 均可得到最优控制系统的平均首次穿越时间。

### 3 简单电力系统模型及其可靠度最大的随机最优反馈控制

考虑单机无穷大系统<sup>[5]</sup>

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{T_J} [P_m + W_1(t) - D\omega - (P_{e0} + W_2(t)) \sin\delta] + \frac{u}{T_J} \quad (36)$$

其中  $\delta$  为转角;  $\omega$  为角速度;  $P_m + W_1(t)$  表示机械输入功率及其随机扰动;  $P_{e0} + W_2(t)$  表示负荷及其随机扰动;  $D$  表示阻尼常数;  $u$  为系统控制变量;  $W_i(t)$  是强度为  $2D_i$  的独立高斯白噪声。

令  $X_1 = \delta, X_2 = \omega, a = P_m/T_J, b = D/T_J, C = P_{e0}/T_J, d_1 = 1/T_J, d_1 = d_2$ , 哈密顿函数  $H = U(X_1) + X_2^2/2 - H_s$ , 式中  $U(X_1) = -aX_1 - c\cos(X_1)$  为系统(36)的势能,  $H_s$  为系统稳定平衡点的能量. 式(36)可转化为如下  $It\delta$  随机微分方程:

$$dX_1 = \frac{\partial H}{\partial X_2} dt$$

$$dX_2 = \left( - \frac{\partial H}{\partial X_1} + d_1 u - b \frac{\partial H}{\partial X_2} \right) dt +$$

$$d_1 \sqrt{2D_1} dB_1(t) - d_2 \sin X_1 \sqrt{2D_2} dB_2(t) \quad (37)$$

应用拟不可积哈密顿系统随机平均法, 得关于  $H$  的部分平均  $It\delta$  随机微分方程

$$dH = [\bar{m}(H) + \langle du\partial H/\partial X_2 \rangle_2]dt + \bar{\sigma}(H)dB(t) \quad (38)$$

式中:

$$\begin{aligned} \bar{m}(H) &= \frac{1}{T(H)} \int_{x_{10}}^{x_{20}} [(-bx_2^2 + d_1^2 D_1 + d_2^2 D_2 \sin^2 X_1)/X_2] dX_1 \\ \bar{\sigma}(H) &= \int_{x_{10}}^{x_{20}} [(2d_1^2 D_1 X_2^2 + d_2^2 D_2 \sin^2 X_1)/X_2] dX_1 \\ T(H) &= \int_{x_{10}}^{x_{20}} 1/X_2 dX_1 \end{aligned} \quad (39)$$

其中  $X_2 = \sqrt{2H + 2aX_1 + 2ccosX_1}$ ;  $x_{20}(H), x_{10}(H)$  分别为方程  $U(X_1) = -aX_1 - ccos(X_1) = H$  的两个根. 由于该方程的解是多值的, 仅考虑以谷  $B$  点为极小值点的一个势井 (见图 1),  $B$  点对应于系统稳定的平衡点  $(\sin^{-1}(a/c), 0)$  且此点上系统能量  $H$  取极小值  $H_{min} = 0$ . 同样, 峰  $A$  点对应于系统的不稳定平衡点  $(\pi - \sin^{-1}(a/c), 0)$ , 此点上系统能量  $H$  取极大值  $H_{max} = -ax_{max} - ccos(x_{max}) - H_s$ . 能量表示的系统稳定域为  $H \in [0, H_{max})$ . 随机扰动将会在有限的时间内迫使系统离开该稳定域<sup>[4]</sup>, 即当系统能量  $H$  首次达到  $H_{max}$  时, 系统将失去稳定. 因此可取稳定域  $H \in [0, H_{max})$  作为系统的安全域.

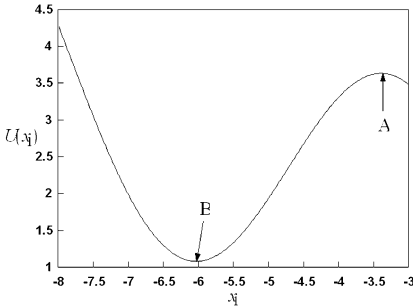


图 1 B 点附近势能曲线

Fig. 1 Potential curve near point B

设控制变量  $u$  受有形如式 (16) 的控制约束, 则以可靠度最大为目标的动态规划方程形如式 (7). 系统的最优控制力  $u^*$  如式 (19), 即

$$u^* = -b \operatorname{sgn}(\partial H/\partial P) \quad (40)$$

相应的以可靠度最大为目标的最后动态规划方程为

$$\left[ \frac{\partial}{\partial t} + \bar{m}(H) + \frac{1}{2} \bar{\sigma}^2(H) \frac{\partial^2}{\partial H^2} \right] V(t, H) = 0 \quad (41)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{m}(H) &= \frac{1}{T(H)} \int_{x_{10}}^{x_{20}} [(-bX_2^2 + d_1^2 D_1 + d_2^2 D_2 \sin^2 X_1 - \\ &\quad d_1 b X_2 \operatorname{sgn}(X_2))/X_2] dX_1 \end{aligned} \quad (42)$$

终值条件为

$$V(t_f | H) = 1 \quad (43)$$

安全域  $H \in [0, H_{max})$  的右边界为吸收边界, 其边界条件为  $V(t, H_{max})$ . 左边为反射边界, 对应的边界条件  $V(t, 0) = \text{finite}$ , 当  $H = 0$  时,  $\bar{\sigma}^2(0) = 0, \bar{m}(0) \neq 0$ , 该边界条件可以代之以由定量边界条件

$$\left[ \frac{\partial}{\partial t} + \bar{m}'(0) \frac{\partial}{\partial H} \right] V(t, 0) = 0 \quad (44)$$

其中

$$\bar{m}'(0) = d_1^2 D_1 + d_2^2 D_2 (a/c)^2 \quad (45)$$

使用 Crank - Nicolson 格式有限差分法求解方程 (41) 及边界条件 (8), (44) 和终值条件 (10) 可得最优控制系统 (36) 的可靠性函数.

类似地, 可得以平均首次穿越时间最长为目标的最后动态规划方程

$$\bar{m}(H) \frac{\partial V_1(H)}{\partial H} + \frac{1}{2} \bar{\sigma}^2(H) \frac{\partial^2 V_1(H)}{\partial H^2} \quad (46)$$

及相应的边界条件

$$V_1(H_{max}) = 0 \quad (47)$$

$$V_1(0) = \text{finite} \quad (48)$$

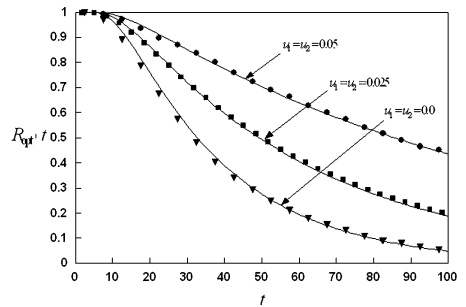


图 2 系统 (36) 的条件可靠性函数

Fig. 2 The conditional reliability function system (36)

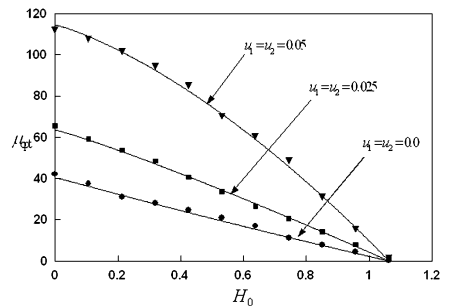


图 3 系统 (36) 的平均首次穿越时间

Fig. 3 The mean first passage time of system (36)

最优控制系统的平均首次穿越时间可以用有限差分法数值求解方程 (46) - (48) 得到. 对于未控电力系统可靠性函数以及平均首次穿越时间, 可从上述步骤中令  $b = 0$  得到. 在系统参数取  $a = 0.5, b = 0.01, c = 2.0, d_1 = d_2 = 0.1, D_1 = 0.02, D_2 =$

0.05 时,一些数值结果示于图 2 与图 3 中,其中实线表示应用有限差分法获得的近似解析解, (●, ▼, ■)表示对原方程(36) Monte Carlo 模拟的结果.由这些图知,解析解与数字模拟结果吻合非常好,控制结果确实可提高系统的可靠度和增长了平均首次穿越时间(平均寿命).

#### 4 结论

本文基于拟不可积哈密顿系统随机平均法和随机动态规划原理设计了单机无穷大电力系统的可靠度最大化的反馈最优控制.最优控制系统的条件可靠性函数,首次穿越时间概率密度以及平均首次穿越时间的解析解结果与模拟结果吻合得非常好,所设计的控制律确实提高了系统的可靠度,增长了发生首次穿越的时间(平均寿命).另外,本研究只是一个开端,接下来将研究更为复杂电力系统的可靠度最大化反馈控制.

#### 参 考 文 献

1 Nwankpa C O, Shahidehpour S M. A probabilistic approach to bulk power transmission systems analysis. Power Sympo-

sium, 1989. Proceedings of the Twenty-First Annual North American, 1989, (9-10): 88 ~ 94

2 Byung H L, Kwang Y L. A study on voltage collapse mechanism in electric power systems. *IEEE Transactions on power system*, 1991, 6(3): 914 ~ 921

3 Qiu J, Shahidehpour S M, Schuss Z. Effect of small random perturbations on power systems dynamics and its reliability evaluation. *IEEE Transactions on power systems*, 1989, 4(1): 197 ~ 204

4 Nwankpa C O, Shahidehpour S M, Schuss Z. A stochastic approach to small disturbance stability analysis. *IEEE Transactions on power systems*, 1992, 17(4): 1519 ~ 1528

5 孙元章, 彭疆南. 基于 Hamilton 理论的受控系统暂态稳定分析方法. *电网技术*, 2002, 26(9): 1 ~ 7 (Sun Y Z, Peng J N. A direct method of transient stability analysis for controlled power system baede on Hamiltonian theory. *Power System Technology*, 2001, 26(9): 1 ~ 7 (in Chinese))

6 Zhu W Q, Yang. Stochastic averaging of quasi-non-interactable Hamiltonian system. *ASME Journal of Applied Mechanics*, 1997, 64: 157 ~ 164

7 Zhu W Q, Ying Z G. Optimal nonlinear feedback control of quasi-Hamiltonian system. *Science in China, Series A*, 1999, 42: 1213 ~ 1219

## FEEDBACK MAXIMIZATION OF RELIABILITY OF A SIMPLE POWER SYSTEM UNDER RANDOM PERTURBATIONS\*

Chen Lincong<sup>1,2</sup> Zhu Weiqiu<sup>2</sup>

(1. College of civil engineering Huaqiao University, Xiamen 361021, China)

(2. Department of Mechanics, State Key Laboratory of Fluid Power Transmission and Control, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

**Abstract** The feedback maximization of reliability of simple power systems under random perturbations was studied. The stochastic averaging method for quasi non-integrable Hamiltonian systems and stochastic dynamical programming principle were applied to derive the dynamical programming equation for the maximization of conditional reliability function and that for the maximization of mean first passage time. The optimal control, the conditional reliability function and mean first passage time of uncontrolled and controlled power system were obtained by solving the corresponding final dynamical programming equations. The proposed method was verified by using Monte Carlo simulation.

**Key words** power system, first passage failure, stochastic averaging method, stochastic dynamical programming equation, reliability, lifetime

Received 9 September 2009, revised 22 September 2009.

\* The project supported by the National Natural Science Foundation of China under (10332030, 10772159) and the Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China under (20060335125) and Zhejiang Natural Science Foundation of China under (Y7080070)