

基于同步的自治系统参数识别*

王东晓 李广成

(郑州航空工业管理学院数理系, 郑州 450015)

摘要 对一自治系统的参数识别与异同步进行研究. 基于稳定性理论设计参数识别器与系统同步器, 用于不确定自治系统与 Rössler 系统, 并理论证明所设计控制器能够使受控误差系统全局渐进稳定到同步误差系统的零点, 表明该方案的可行性. 数值仿真表明, 在设计参数识别器与系统同步器作用下不确定自治系统与 Rössler 系统可实现同步, 所有参数得以识别.

关键词 同步, 混沌系统, 控制器, 参数识别

引言

自从 Pecoro 和 Carroll 于 1990 年提出混沌同步的方法之后, 混沌同步迅速成为一个非常热门的研究热点. 由于混沌控制和同步在医学、生物、工程、保密通信等领域具有广泛的发展前景和应用潜力, 广大科学技术人员给予高度重视, 经过多年的研究, 实现混沌同步已经有很多种方法, 主要有脉冲同步、滑膜同步、自适应同步、模糊同步等等方法.

混沌的同步属于一种广义混沌控制, 但由于混沌自身的特点, 同步方法不完全和传统的以抑制混沌为主的控制方法相同. 传统的混沌控制一般是将系统运行在不稳定的周期轨道上, 混沌的同步则是实现两个系统的混沌态的完全同构(即同步).

最近几年, 混沌同步和混沌通讯的研究已成为混沌应用中非常活跃的研究领域. 由于混沌信号的联系宽带谱, 冲激式的尖锐自相关特性, 以及对初始条件的极端敏感性, 因而特别有利于现代通信, 如扩频通信、保密通信、混沌加密等. 1992 年 Oppenheim 等报道了有关混沌开关和混沌加密调制的实际应用. 特别地在文中阐明了怎样把混沌同步的概念应用于信息加密. 同时指出混沌同步在一定的条件下具有极强的鲁棒性. 也就是说, 即使有干扰存在, 也会发生同步. 将信息信号作为干扰加入混沌信号中, 利用混沌信号频谱的宽带性实现加密, 而后利用混沌系统的鲁棒性, 通过实现混沌同步来

进行解调. 由于混沌同步在工程技术上的重大价值和及其诱人的应用前景, 近年来一直是非线性科学研究的热点之一.

1 问题描述

在众多混沌系统中, 如 Lorenz 系统、Chen 系统、Rössler 系统等系统在混沌同步实验中, 均经常作为一般的例子来用. 而在混沌同步控制中, 采用适当的控制策略, 可使特定混沌系统的某一变量追踪任意参考信号, 实现混沌系统同步, 所设计混沌同步的控制器、参变量越少, 设计方法就越好. 在实际问题中, 系统的参数常常是未知的或是不可确定的, 研究系数不确定情况下系统同步的问题更具有实际意义^[1-7].

本文对一种自治系统(1)的同步控制进行研究.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= a(x_2 - x_1), \dot{x}_2 = x_1 x_3 - x_2, \\ \dot{x}_3 &= b - x_1 x_2 - c x_3 \end{aligned} \quad (1)$$

该系统与 Rössler 混沌系统比较相似, 比 Rössler 混沌系统多了一个二次项, 具有比 Rössler 混沌系统更加复杂的动力学结构, 在保密通讯中, 保密性能更好, 研究它也就更加具有实际意义. 参数取值 $a = 5, c = 1, b > 15$ 时, 系统(1)进入混沌, 图 1 为系统(1)的混沌吸引子.

利用控制理论和稳定性理论, 设计同步控制方案, 实现了参数全部未知的情况下, 系统(1)与 Rössler 混沌系统的异结构同步及其参数识别^[2,4].

受控系统所有状态变量都满足有界条件,保证控制方案的物理可实现性.给出的数值仿真结果,进一步证实了此方法的可行性.

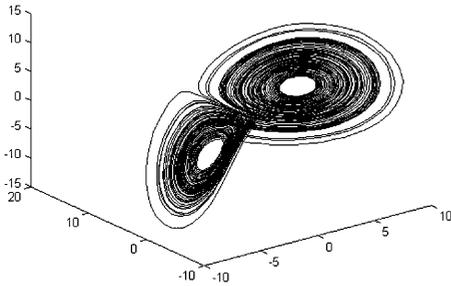


图1 自治混沌系统的吸引子

Fig. 1 The attractor of autonomous system

2 参数识别

一般的实现混沌同步的方法,在参数未知时都会失效.而参数未知系统的同步更具有实际意义. Elabbasy 等完成了不确定吕系统的自适应同步; Kim 等利用自适应达到了 Duffing 等系统的同步控制设计.我们对上述参数不确定的自治系统的同步进行同步控制设计.

由于同结构的两个混沌系统拥有相同的非线性函数,仅仅系统初始值不同,实现同结构两系统同步实现起来相对容易.异结构混沌系统的同步^[2-4]控制研究对于实际应用更加重要.

以系统(1)作为目标系统,响应系统为 Rössler 系统(2)

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= -y_2 - y_3 + U_1, \dot{y}_2 = y_1 + dy_2 + U_2, \\ \dot{y}_3 &= h + y_1y_3 - gy_3 + U_3 \end{aligned} \quad (2)$$

其中参数 $d=0.2, h=0.2, g=5.7$ 时,系统(2)处于混沌态. U_1, U_2, U_3 为同步控制器,通过将它设计为适当的形式达到系统(1)和系统(2)的完全同步.

定义目标系统和响应系统的误差变量为:

$$e_1 = y_1 - x_1, e_2 = y_2 - x_2, e_3 = y_3 - x_3$$

则由系统(1)、(2),可以得到误差变量随时间的变化过程:

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= -y_2 - y_3 + U_1 - ax_2 + ax_1, \\ \dot{e}_2 &= y_1 + dy_2 + U_2 - x_1x_3 + x_2, \\ \dot{e}_3 &= h + y_1y_3 - gy_3 + U_3 - b + x_1x_2 + cx_3 \end{aligned} \quad (3)$$

系统(1)中的参数全部是未知的,我们通过设计适当的控制器实现参数未知的系统(1)与系统(2)实现完全同步,并且,同步的同时系统(1)的参

数得到识别.设计控制器为:

$$\begin{aligned} U_1 &= e_3 - e_1 + x_2 + x_3 + a_1(x_2 - x_1) \\ U_2 &= -(d+1)(e_2 + x_2) - x_1 + x_1x_3 \\ U_3 &= -h + b_1 - x_1x_3 - e_1x_3 - x_1e_3 - e_1e_3 - \\ & \quad x_1x_2 + gx_3 - c_1x_3 \end{aligned}$$

其中 a_1, b_1, c_1 是参数 a, b, c 的参数识别量.定义参数误差变量:

$$e_a = a_1 - a, e_b = b_1 - b, e_c = c_1 - c$$

构造参数识别器为:

$$\begin{aligned} \dot{a}_1 &= \dot{e}_a = -e_1(x_2 - x_1), \\ \dot{b}_1 &= \dot{e}_b = -e_3, \dot{c}_1 = \dot{e}_c = x_3e_3 \end{aligned}$$

结论:对于响应系统(2),如果采用如上所述的同步控制器的形式和参数识别器的结构为,则目标系统(1)与响应系统(2)从任意初值出发的轨迹均可以达到同步.

我们来证明此结论.

令李亚普诺夫函数:

$$V = \frac{1}{2}(e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + e_a^2 + e_b^2 + e_c^2)$$

V 沿系统(1)、(2)对 t 的导数:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{e}_1e_1 + \dot{e}_2e_2 + \dot{e}_3e_3 + \dot{e}_ae_a + \dot{e}_be_b + \dot{e}_ce_c = \\ & \quad [-y_2 - y_3 + U_1 - ax_2 + ax_1]e_1 + [y_1 + dy_2 + \\ & \quad U_2 - x_1x_3 + x_2]e_2 + [h + y_1y_3 - gy_3 + U_3 - b + \\ & \quad x_1x_2 + cx_3]e_3 + \dot{a}_1e_a + \dot{b}_1e_b + \dot{c}_1e_c \end{aligned}$$

将所构造控制器及其参数识别器带入.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= [-y_2 - y_3 + e_3 - e_1 + x_2 + x_3 + a_1(x_2 - \\ & \quad x_1) - (a_1 - e_a)(x_2 - x_1)]e_1 + [y_1 + dy_2 - \\ & \quad (d+1)(e_2 + x_2) - x_1 + x_1x_3 - x_1x_3 + x_2]e_2 + \\ & \quad [h + y_1y_3 - gy_3 - h + b_1 - x_1x_3 - e_1x_3 - x_1e_3 - \\ & \quad e_1e_3 - x_1x_2 + gx_3 - c_1x_3 - b + x_1x_2 + cx_3]e_3 - \\ & \quad e_1(x_2 - x_1)e_a - e_3e_b + e_3x_3e_c = -e_1^2 - e_2^2 - \\ & \quad ge_3^2 = -e^TPe \end{aligned}$$

其中:

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & g \end{pmatrix}$$

当 $d=0.2, h=0.2, g=5.7$ 时,系统(2)处于混沌态,矩阵 P 是正定的, \dot{V} 是负定的,根据稳定性理论,误差系统(3)在原点是渐进稳定的,即对任意初始值系统(2)和系统(1)是全局同步的.

3 数值仿真

采用四阶龙格-库塔法,图2、3、4分别为利用

上述方法,实现系统(1)、(2)同步的控制过程,说明了该方法的有效性,可以实现系统同步及其参数识别.系统(1)状态变量初始值取 $x_1(0) = 10, x_2(0) = 20, x_3(0) = 20$;系统(2)的状态变量初始值为: $y_1(0) = 15, y_2(0) = 12, y_3(0) = 10$;系统(1)中参数取值 $a = 5, b = 16, c = 1$.

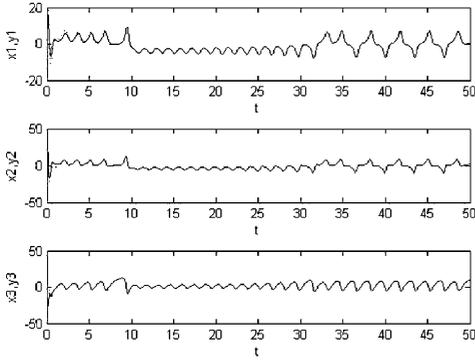


图2 系统(1)、(2)的同步

Fig. 2 Synchronization of system (1) and (2)

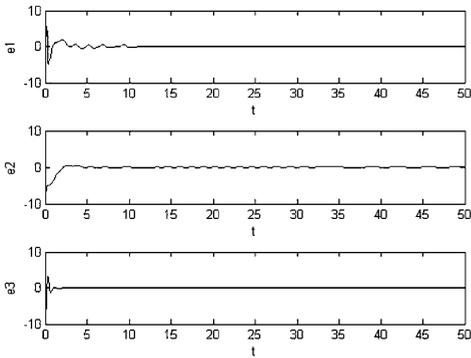


图3 同步误差曲线

Fig. 3 Graph of synchronization error

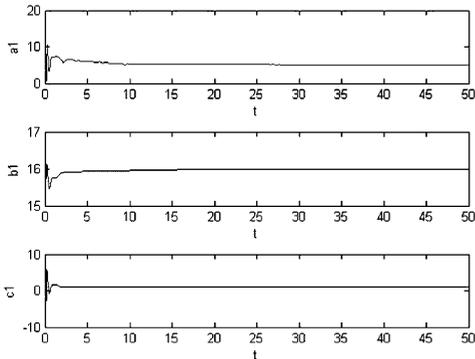


图4 参数识别曲线图

Fig. 4 The plot of identifying parameter

b、数值仿真过程中,我们发现,即使所构造控制器不满足条件,也可以实现系统同步和参数识别,原因是,所设计方案只是充分条件,而非必要条件;

c、数值仿真可以得出,所设计方案在短时间内即可实现同步和参数识别.

4 结论

本文基于稳定性理论,构造了一种同步方案,实现了一自治混沌系统与 Rössler 系统的异结构同步及其参数识别.由于控制器的复杂程度、同步时间的多少等决定着一种方法的好坏,所以本文中的控制方案不是最好的,但是这种基于李雅普诺夫稳定性理论,通过构造李雅普诺夫函数来实现异结构同步的方案,具有一定的普适性.

参 考 文 献

- 1 Chen S and Lü J, Synchronization of an uncertain unified chaotic system via adaptive control. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2002 14(4) 643 ~ 647
- 2 单梁,李军,王执铨. 参数不确定 Liu 混沌系统的自适应同步. *动力学与控制学报*. 2006 4(4):338 ~ 343 (Shan Liang, Li Jun, Wang Zhiquan. Adaptive synchronization of liu chaotic system with uncertain parameters. *Journal of Dynamics and Control*, 2006 4(4):338 ~ 343 (in Chinese))
- 3 刘福才,宋佳秋. 一类参数不确定混沌系统的广义同步. *动力学与控制学报*, 2008 6(2):130 ~ 133 (Liu Fucui, Song Jiaqiu. Generalized synchronization for a class of chaotic systems with unknown parameters. *Journal of Dynamics and Control*, 2008, 6(2):130 ~ 133 (in Chinese))
- 4 张庆灵,吕翎. 不确定 Lorenz 系统的参数识别与异结构同步. *信息与控制*. 2008 37(2):146 ~ 149 (Zhang Qingling, Lv Ling. Parameter identification and synchronization with diverse structures of uncertain Lorenz systems. *Information and Control*, 2008, 37(2):146 ~ 149 (in Chinese))
- 5 Hua Wang, Zhengzhi Han, Qiyue Xie, Wei Zhang. Finite-time chaos synchronization of unified chaotic system with uncertain parameters. *Commun Nonlinear Sci Numer Simulat*, 2009, 14: 2239 ~ 2247
- 6 Hassan Salarieh, Aria Alasty. Adaptive synchronization of two chaotic systems with stochastic unknown parameters. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2009, 14:508 ~ 519

说明:

a、文章所设计的方案,含有系统多个变量的控制器实现同步与参数识别,有待进一步改进;

7 Zuolei Wang. Anti-synchronization in two non-identical hyperchaotic systems with known or unknown parameters.

Commun Nonlinear Sci Numer Simulat, 2009, 14: 2366 ~ 2372

CHAOTIC SYNCHRONIZATION-BASED APPROACH FOR PARAMETERS IDENTIFICATION OF AUTONOMOUS CHAOTIC SYSTEMS *

Wang Dongxiao Li Guangcheng

(Dept. of mathematic and physics, Zhengzhou Institute Of Aeronautical Industry Management, zhengzhou 450015, China)

Abstract This paper researched on the parameter identification and synchronization with different structure of an autonomous chaotic systems. Based on stability theory, a parameter identifier and a synchronization controller were designed, and the designed controller was proved to be able to globally stabilize asymptotically the controlled system to its zero point. Numerical simulation results show that global synchronization between the uncertain autonomous chaotic system and the Rössler chaotic system can be achieved under the coaction of the identifier and the controller, and all the parameters of the autonomous chaotic system can be identified.

Key words synchronization, chaotic system, controller, parameter identification