

运载火箭迭代制导方法的改进研究

吴楠 程文科 王华

(国防科技大学航天与材料工程学院,长沙 410073)

摘要 提出了一种能够同时控制终端六个状态分量的迭代制导改进方法. 针对只能控制发动机推力方向的运载火箭,将俯仰角控制过程分为两段,分别对两个位置分量进行修正,实现对火箭六个状态分量的控制. 在火箭到达终点时同时满足了三个速度分量和三个位置分量的终端约束,增强了迭代制导方法的自适应性. 算例结果表明,改进方法将制导终端位置偏差减小了一个量级,且未增加迭代制导的计算量,便于箭载计算机软件实现.

关键词 运载火箭, 迭代制导, 最优控制, 位置修正

引言

迭代制导是运载火箭路线自适应制导方法中运用较多的一种,具有制导精度高、任务适应性强、箭上飞行软件简单、对地面诸元准备要求相对较低的特点. 最优控制理论在较多领域具有广泛的应用^[1],迭代制导方法源于最优控制理论,以燃料最省为性能指标,通过控制关机时间和推力方向,满足火箭六个状态分量中五个分量的终端约束.

文献[2]基于火箭的实际飞行情况,建立迭代制导工程计算模型,结合某实例计算分析,对迭代制导的制导精度、自适应能力等方面进行了研究,但同时指出对于只能控制发动机推力方向的火箭,同时满足三个速度分量和三个位置分量的终端约束无法实现. 文献[3]利用最优控制理论推导出适用于小型固体运载火箭的迭代制导方法,至多可以满足5个卫星轨道终端条件. 若无控的分量初始偏差较大,则严重影响火箭的制导精度. 文献[4]对迭代制导的位置修正进行了理论分析,指出了对三个位置分量修正的可行性,即实现对火箭的六个状态分量进行控制,但未推出具体实现方法.

本文在传统迭代制导方法的基础上,仍基于只控制发动机推力方向,不改变推力大小的火箭,通过改变位置修正策略,在满足两个位置分量终端约束的同时,对第三个位置分量也进行有限控制,从而在火箭到达终点时同时满足了三个速度分量和

三个位置分量的终端约束,并尽量保证了制导计算的简洁性,便于箭载计算机实现.

1 迭代制导改进方法

定义关机点坐标系 $o_e \xi \eta \zeta$, 原点为地心 o_e , $o_e \eta$ 由地心指向关机点, $o_e \xi$ 与关机点当地水平面平行指向目标方向, $o_e \zeta$ 与其它两轴构成右手直角坐标系. 将关机点坐标系作为制导坐标系,则真空段忽略滚转角的火箭运动方程为

$$\begin{cases} \ddot{\xi} = \frac{P}{m} \cos \varphi_\xi \cos \psi_\xi + g_\xi \\ \ddot{\eta} = \frac{P}{m} \sin \varphi_\xi \cos \psi_\xi + g_\eta \\ \ddot{\zeta} = -\frac{P}{m} \sin \psi_\xi + g_\zeta \end{cases} \quad (1)$$

其中, ξ 、 η 、 ζ 分别是火箭位置矢量在关机点坐标系三轴上的投影, P 为火箭瞬时推力, m 为火箭瞬时质量, φ_ξ 、 ψ_ξ 分别为关机点坐标系中的俯仰和偏航角, g_ξ 、 g_η 和 g_ζ 代表引力加速度在关机点坐标系中的三个分量.

以火箭加入制导时的状态为初值,目标点状态为终端约束,火箭的一组姿态角为控制矢量,火箭由瞬时点至目标点的最短飞行时间为性能指标. 文献[4]对此最优控制问题进行求解,得如下结论:

(1) 若无终端位置约束,为了达到规定速度的最优控制,其控制角必须保持常值.

$$\begin{cases} \varphi_\xi = \bar{\varphi}_\xi = \text{const} \\ \psi_\xi = \bar{\psi}_\xi = \text{const} \end{cases} \quad (2)$$

(2)若有终端位置约束,令最优控制角为:

$$\begin{cases} \varphi_\xi = \bar{\varphi}_\xi - K_1 + K_2 t \\ \psi_\xi = \bar{\psi}_\xi - L_1 + L_2 t \end{cases} \quad (3)$$

在满足速度约束的常值控制角上加一个小的修正量 $-K_1 + K_2 t$ 和 $-L_1 + L_2 t$,通过调节系数 K_1 、 K_2 、 L_1 、 L_2 ,使得在满足速度约束条件下,同时满足位置约束。

迭代制导就是在已知瞬时状态和终端状态的情况下,解出所需的俯仰和偏航控制角及剩余飞行时间,当剩余飞行时间为零时关机。控制角的求解即为对 $\bar{\varphi}_\xi$ 、 $\bar{\psi}_\xi$ 、 K_1 、 K_2 、 L_1 、 L_2 六个量的求解。

为简化制导计算,采用球形地球模型。假设推力为常值,以计算瞬时为零秒的未来某时刻 t 的推力加速度可以表示为

$$\frac{P}{m(t)} = \frac{mV_e}{m - mt} = \frac{V_e}{\tau - t} \quad (4)$$

其中 V_e 为火箭发动机喷气速度, τ 表示瞬时质量 m 以秒流量 m 耗尽的时间。

球形地球的制导必须考虑引力的大小和方向的瞬时变化,为简化计算得到制导方程解析解,引力加速度近似为火箭瞬时点引力加速度与目标点引力加速度矢量的平均值。

$$\begin{bmatrix} \bar{g}_\xi \\ \bar{g}_\eta \\ \bar{g}_\zeta \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \left[\begin{bmatrix} g_{\xi 0} \\ g_{\eta 0} \\ g_{\zeta 0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_{\xi k} \\ g_{\eta k} \\ g_{\zeta k} \end{bmatrix} \right] \quad (5)$$

平均引力代替真实引力,会带来一定误差,相当于给原运动方程增加一个干扰力,但由于迭代制导方法在每个制导周期都可消除前一周期的累积误差,且随着火箭飞近目标点,平均引力代表的真实性随之增强,故对引力加速度的这种处理不影响所希望的制导精度。

将(4)和(5)代入式(1),得到关机点坐标系下的简化运动方程。

$$\ddot{\xi} = \frac{V_e}{\tau - t} \cos\varphi_\xi \cos\psi_\xi + \bar{g}_\xi \quad (6a)$$

$$\ddot{\eta} = \frac{V_e}{\tau - t} \sin\varphi_\xi \cos\psi_\xi + \bar{g}_\eta \quad (6b)$$

$$\ddot{\zeta} = -\frac{V_e}{\tau - t} \sin\psi_\xi + \bar{g}_\zeta \quad (6c)$$

将(2)式代入(6)式,取每个制导点为瞬时零

点,对运动方程从瞬时零点到关机点进行定积分,解得只满足速度约束所需的俯仰和偏航控制角

$$\begin{cases} \bar{\varphi}_\xi = \arctan \frac{\dot{\eta}_{tk} - \bar{g}_\eta t_c - \dot{\eta}_0}{\dot{\xi}_{tk} - \bar{g}_\xi t_c - \dot{\xi}_0} \\ \bar{\psi}_\xi = \arctan \frac{-\dot{\zeta}_{tk} + \bar{g}_\zeta t_c + \dot{\zeta}_0}{V_e \frac{\tau}{\tau - t_c}} \end{cases} \quad (7)$$

而剩余飞行时间 t_c 则由下式经迭代计算得出。

$$V_e \ln \frac{\tau}{\tau - t_c} = \sqrt{(\dot{\xi}_{tk} - \bar{g}_\xi t_c - \dot{\xi}_0)^2 + (\dot{\eta}_{tk} - \bar{g}_\eta t_c - \dot{\eta}_0)^2 + (\dot{\zeta}_{tk} - \bar{g}_\zeta t_c - \dot{\zeta}_0)^2} \quad (8)$$

将(3)式代入(6)式,忽略二阶以上小量,积分两次可求出 K_1 、 K_2 和 L_1 、 L_2 ,但根据(6a)和(6b)可解出独立的两组的 K_1 、 K_2 值,记为 K_1^ξ 、 K_2^ξ 和 K_1^η 、 K_2^η 。

$$\begin{cases} K_1^\xi = \frac{A_2 Q}{(A_2 A_3 - A_1 A_4) \sin \bar{\varphi}_\xi} \\ K_2^\xi = \frac{A_1 Q}{(A_2 A_3 - A_1 A_4) \sin \bar{\varphi}_\xi} \\ K_1^\eta = \frac{A_2 R}{(A_1 A_4 - A_2 A_3) \cos \bar{\varphi}_\xi} \\ K_2^\eta = \frac{A_1 R}{(A_1 A_4 - A_2 A_3) \cos \bar{\varphi}_\xi} \end{cases} \quad (9a)$$

$$\begin{cases} L_1 = \frac{A_2 H}{(A_2 A_3 - A_1 A_4) \cos \bar{\psi}_\xi} \\ L_2 = \frac{A_1 H}{(A_2 A_3 - A_1 A_4) \cos \bar{\psi}_\xi} \end{cases} \quad (9b)$$

其中

$$A_1 = V_e \ln \frac{\tau}{\tau - t_c}$$

$$A_2 = A_1 \tau - V_e t_c$$

$$A_3 = V_e t_c - A_1 (\tau - t_c)$$

$$A_4 = A_3 \tau - \frac{1}{2} V_e t_c^2$$

$$Q = \xi_{tk} - \dot{\xi} t_c - \xi - \frac{1}{2} \bar{g}_\xi t_c^2 - A_3 \cos \bar{\varphi}_\xi$$

$$R = \eta_{tk} - \dot{\eta} t_c - \eta - \frac{1}{2} \bar{g}_\eta t_c^2 - A_3 \sin \bar{\varphi}_\eta$$

$$H = \zeta_{tk} - \dot{\zeta} t_c - \zeta - \frac{1}{2} \bar{g}_\zeta t_c^2 - A_3 \sin \bar{\psi}_\xi$$

传统的迭代制导方法只利用 K_1^η 、 K_2^η 和 L_1^ξ 、 L_2^ξ 来进行位置修正,可以满足三个速度分量的约束和

两个位置分量 η 和 ζ 的约束,而 ξ 没有进行约束. 利用 K_1^ξ, K_2^ξ 可以对 ξ 进行位置修正. 而文献[4]指出若只利用 K_1^ξ, K_2^ξ 和 K_1^η, K_2^η 进行位置修正,则会出现火箭向地壳飞行的情况. 因此本文采用如下控制策略:

将飞行时段分为两段,前半段利用 K_1^ξ, K_2^ξ 和 K_1^η, K_2^η 对 ξ 分量进行修正,并逐步平滑过渡至对 η 分量进行修正;后半段利用 K_1^η, K_2^η 对 η 分量进行修正. 俯仰程序角设计为

$$\varphi_\xi = \begin{cases} \bar{\varphi}_\xi + (-K_1^\xi + K_2^\xi T) \frac{(t_c/2 - t)}{t_c/2} + \\ (-K_1^\eta + K_2^\eta T) \frac{t}{t_c/2}, t \leq t_c/2 \\ \bar{\varphi}_\xi - K_1^\eta + K_2^\eta T, t > t_c/2 \end{cases} \quad (10)$$

最终使 ξ 和 η 位置分量均满足或近似满足终端约束. 最终得到的控制角应转换至发射惯性系中.

2 算例

将火箭的有关参数取为:火箭总质量 $M = 86500\text{kg}$,火箭发动机喷气速度 $V_e = 2942\text{m/s}$,火箭发动机秒流量 $\dot{m} = 272\text{kg/s}$,剩余飞行时间预估值 $t_c = 250\text{s}$. 以下状态参数均为火箭在发射惯性系中的位置和速度的三个分量. 火箭加入制导时初始状态参数为

$$\begin{aligned} x_0 &= 271991\text{m}, v_{x0} = 2815.75\text{m/s} \\ y_0 &= 90034.2\text{m}, v_{y0} = 494.703\text{m/s} \\ z_0 &= -23280.7\text{m}, v_{z0} = -130.953\text{m/s} \end{aligned}$$

关机点状态参数为

$$\begin{aligned} x_k &= 1419880\text{m}, v_{xk} = 7322.10\text{m/s} \\ y_k &= 13582.2\text{m}, v_{yk} = -1456.2\text{m/s} \\ z_k &= -52819.1\text{m}, v_{zk} = -151.758\text{m/s} \end{aligned}$$

分别采用迭代制导的传统方法和改进方法对算例进行仿真计算,结果如图1、图2和表1所示.

表1 各种情况下关机点的状态参数及偏差

Table 1 State variables and errors of shut point in all conditions

State variables	Nominal shut point	Shut point used traditional method	errors	Shut point used improved method	errors
x/m	1419880	1414100	-5780	1420040	160
y/m	13582.2	14870.0	1017.8	13546.7	-35.5
z/m	-52819.1	-52819.0	0.1	-52819.2	-0.1
$v_x/(\text{m/s})$	7322.10	7322.08	-0.02	7322.10	0.00
$v_y/(\text{m/s})$	-1456.20	-1456.16	0.04	-1456.26	-0.06
$v_z/(\text{m/s})$	-151.758	-151.768	-0.01	-151.742	0.016

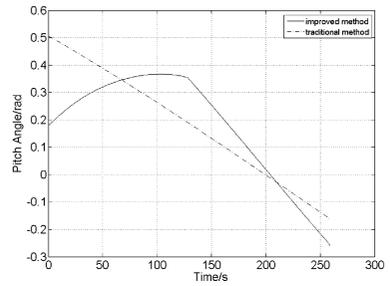


图1 两种方法的俯仰控制角变化曲线

Fig. 1 Pitch angle histories of the two methods

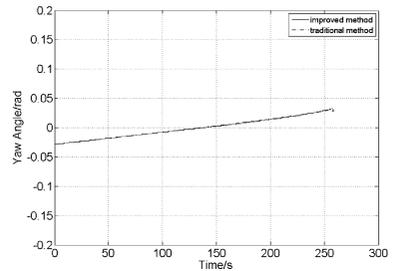


图2 两种方法的偏航控制角变化曲线

Fig. 2 Yaw angle histories of the two methods

传统方法从加入制导点至关机点实际飞行时间 $t = 257.81\text{s}$,而改进方法为 $t = 258.33\text{s}$.

结果分析:

(1)由表1可以看出,传统方法满足终端速度约束,同时对位置 z 分量修正的较好,由于没有对 x 分量进行修正, x 分量误差较大,并在制导坐标系转换至导航坐标系时将误差传递给 y 分量,降低了传统方法对 y 分量的修正效果.改进方法对位置 x 分量进行了修正,偏差由原来的 5780m 减小为 160m ,减小了一个量级;同时 y 分量由于坐标转换带来的传递误差由 1017.8m 减小为 35.5m ,减小了两个量级.

(2)由图1可以看出,改进方法俯仰控制角改变较大.这是因为将飞行时段分为两段,前半段通过改变俯仰程序角对 x 分量进行修正,并逐步平滑过渡至对 y 分量进行修正;后半段只对 y 分量进行修正.中间进行平滑过渡,防止角速率过大.同时由于增加了对 x 分量的修正,改进方法飞行时间增加 0.52s .而由图2可以看出偏航控制角变化基本相同.

3 结论

改进方法实现了对火箭六个状态分量的控制,增强了迭代制导方法的自适应性,并进一步提高了

制导精度. 且此方法只是在位置修正时段上进行修改, 未增加迭代制导的计算量. 便于箭载计算机实现. 但改进方法仍是性能指标为燃料最省的次最优解, 飞行时间较传统方法略长. 在实际应用过程中, 因根据精度和燃料消耗等诸要求综合分析, 选择适当的迭代制导方法.

参 考 文 献

- 1 彭献, 刘晓晖, 霍兵勇. 最优控制理论在人车路磁流变半主动悬架中的应用. *动力学与控制学报*, 2007, 5(2): 183 ~ 188 (Peng Xian, Liu Xiaohui, Huo Bingyong. Application of stochastic optimal control theory to human - vehicle - road magneto - rheological fluid semi - active suspension system. *Journal of Dynamics and Control*, 2007, 5(2): 183 ~ 188 (in Chinese))
- 2 陈新民, 余梦伦. 迭代制导在运载火箭上的应用研究. *宇航学报*, 2003, 24(5): 484 ~ 489 (Chen Xinmin, Yu Menglun. Study of iterative guidance application to launch vehicles. *Journal of Astronautics*, 2003, 24(5): 484 ~ 489 (in Chinese))
- 3 李华滨, 李伶. 小型固体运载火箭迭代制导方法研究. *航天控制*, 2002, 2: 29 ~ 37 (Li Huabin, Li Ling. Iterative explicit guidance for small solid launch vehicle. *Aerospace Control*, 2002, 2: 29 ~ 37 (in Chinese))
- 4 周国财. 运载火箭迭代制导方法研究. 西北工业大学硕士学位论文, 2003 (Zhou Guocai. Study of Launch vehicle's iterative guidance method. Master Thesis, Northwestern Polytechnical University, 2003 (in Chinese))
- 5 徐延万. 控制系统(上). 北京: 中国宇航出版社, 2005 (Xu Yanwan. Control system (Vol. 1). Beijing: Chinese Astronautics Press, 2005 (in Chinese))
- 6 程国采. 航天飞行器最优控制理论与方法. 北京: 国防工业出版社, 1999 (Cheng Guocai. Optimal control theories and methods of space aircraft. Beijing: National Defense Industry Press, 1999 (in Chinese))

AN IMPROVED ITERATIVE GUIDANCE METHOD FOR LAUNCH VEHICLE

Wu Nan Cheng Wenke Wang Hua

(College of Aerospace and Material Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract Based on the traditional method of iterative guidance, which only controls the engine's thrust direction, the pitch angle control process was divided into two sections, which carry on the revision separately to two position components and realize the control for six state components of the rocket. When the rocket arrives at the end point, it simultaneously has satisfied the terminal constraint of three velocity components and three position components and strengthened the adaptability of iterative guidance method. The example results indicate that the improved method further increase the guidance accuracy and the position deviation reduces a magnitude. At the same time, this method has not increased the computation amount of iterative guidance, which is advantageous for the rocket - borne computer's realization, so it has certain project significance.

Key words launch vehicle, iterative guidance, optimal control, position modified