

# 带有不确定性的不同超混沌系统的同步 及其在保密通信中的应用\*

林美丽 袁正中

(漳州师范学院数学与信息科学系,漳州 363000)

**摘要** 基于 Lyapunov 稳定性理论,给出了带有不确定参数和外界扰动的超混沌 Lü 系统与超混沌 Rössler 系统同步的自适应控制器及参数更新律. 系统一旦达到同步,隐藏在发射系统中的信息信号能够在接收系统中得到准确恢复. 这里的同步策略只需要利用未知参数和外界扰动的有界性,不要求出其具体的边界及 Lipschitz 常数值. 数值模拟验证了该方案的有效性.

**关键词** 同步, 超混沌系统, 保密通信, 自适应控制

## 引言

近年来,混沌控制已得到广泛的关注,人们对此进行了深入的研究,提出了各种有效的混沌控制方法,如自适应控制<sup>[1-5]</sup>,主动控制<sup>[6,7]</sup>,线性反馈控制<sup>[8,9]</sup>,滑模控制<sup>[10,11]</sup>等.

根据混沌信号的类随机性,初值敏感性,长期不可预测性等特征,在混沌保密通信中,可以将混沌信号作为载体来传输信息信号,实现信息信号的隐藏,而后通过混沌同步实现信息信号的恢复. 关于混沌保密通信已经有了一些研究成果<sup>[3,4,7,8,12-16]</sup>. 文[3]利用主动控制和自适应控制律实现具有相同结构的确定性系统的同步和隐藏的信息信号的恢复. 文[4]讨论了带有未知参数的两个相同超混沌系统和两个不同超混沌系统的自适应同步. 文[7]利用主动控制实现了超混沌 Chen 系统和超混沌 Lü 系统的同步. 文[8]提出了一种超混沌保密通信系统的线性反馈设计方法. 文[12]给出了具有相同结构的混沌系统的自适应变结构控制同步及其在保密通信中的应用. 文[16]利用全维状态观测器构造了一种混沌加密方案,对语音进行有效的加密.

因为超混沌系统相对于一般混沌系统具有更加复杂的动力行为,所以隐藏在超混沌系统中的信号更不容易被探测到,从而可以提高系统的保密功能. 本文基于 Lyapunov 稳定性理论,利用自适应控制实现了带有不确定参数、信息信号和外界扰动的

超混沌 Lü 系统和超混沌 Rössler 系统的同步. 可以证明,当系统满足一定条件时,隐藏在发射系统中的信息信号可以在接收系统中得到准确的恢复. 数值模拟的结果表明了所设计的控制器的有效性.

## 1 超混沌 Lü 系统和超混沌 Rössler 系统的同步及其保密通信中的应用

考虑自治的超混沌 Lü 系统,其状态方程<sup>[17]</sup>为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a_1(x_2 - x_1 + x_2x_3) \\ \dot{x}_2 = -x_1x_3 + a_2x_2 + x_4 \\ \dot{x}_3 = x_1x_2 - a_3x_3 \\ \dot{x}_4 = -a_4x_1 \end{cases} \quad (1)$$

这里  $x = (x_1, x_2, x_3, x_4)^T$  为状态变量,  $a = (a_1, a_2, a_3, a_4)^T$  为系统参数.

下面将超混沌 Lü 系统作为载体信号,应用于保密通信. 假设存在外界扰动  $r = (r_1, r_2, r_3, r_4)^T = (0, 0.02x_2\sin 4t, 0, 0.01x_4\sin 2t, 0, 0.03x_1\sin t, 0, 0.02x_3\sin 2t)^T$ , 信息信号为  $s = (s_1, s_2, s_3, s_4)^T = (0, 0.03\sin t, 0, 0.01\sin 2t, 0, 0.01\text{sign}(\cos \pi t/5), 0, 0.03(0.5 + 0.2\text{sign}(\sin \pi t/5)))^T$ . 将带有未知参数  $a$ , 外界扰动  $r(x, t)$  和信息信号  $s(t)$  的系统(1)作为发射系统,具体描述如下,

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -x_1x_3 + x_4 \\ x_1x_2 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_2 - x_1 + x_2x_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & x_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -x_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -x_1 \end{pmatrix} \times$$

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.02x_2 \sin 4t \\ 0.01x_4 \sin 2t \\ 0.03x_1 \sin t \\ 0.02x_3 \sin 2t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.03 \sin t \\ 0.01 \sin 2t \\ 0.01 \operatorname{sign}(\cos \frac{\pi t}{5}) \\ 0.03(0.5 + 0.2 \operatorname{sign}(\sin \frac{\pi t}{2})) \end{pmatrix} \triangleq f(x) + F(x)a + r(x,t) + s(t) \quad (2)$$

其传输信号为

$$y = Cx + s(t)$$

这里  $C$  可以为任一常数矩阵.

为了保证隐藏在发射系统中的信息信号传输的安全性,此时发射系统(2)仍要具有混沌特性.如图1-3所示,若取“未知”参数  $a_1 = 35, a_2 = 14, a_3 = 3, a_4 = 5$  时,系统(2)仍存在混沌现象,所以隐藏的信息信号不容易被探测到.且我们可以得到混沌吸引子的界为  $-30 < x_1 < 30, -6.5 < x_2 < 6, 0.5 < x_3 < 9, -20 < x_4 < 20$ .

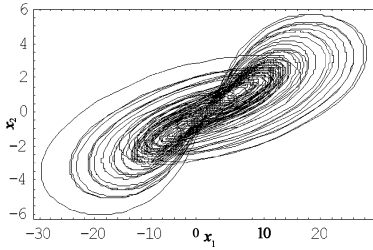


图1 混沌吸引子在平面上的投影

Fig.1 plane projection of chaotic attractor

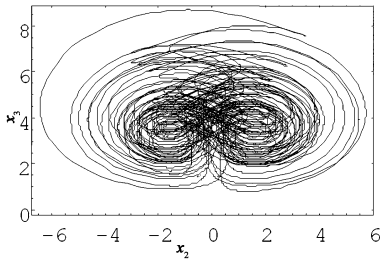


图2 混沌吸引子在平面上的投影

Fig.2 plane projection of chaotic attractor

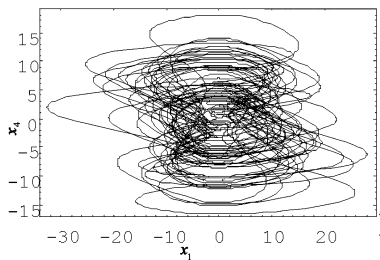


图3 混沌吸引子在平面上的投影

Fig.3 plane projection of chaotic attractor

下面将通过自适应控制实现同步,从而隐藏在不确定超混沌 Lü 系统中的信息信号的可以得到恢复.以(2)为发射系统,接收系统为超混沌 Rössler 系统,

$$\begin{pmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \\ \dot{z}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -z_2 - z_3 \\ z_1 + z_4 \\ z_1 z_3 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ z_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -z_3 & z_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{b}_1 \\ \hat{b}_2 \\ \hat{b}_3 \\ \hat{b}_4 \end{pmatrix} +$$

$$\begin{pmatrix} u_1(x,t) \\ u_2(x,t) \\ u_3(x,t) \\ u_4(x,t) \end{pmatrix} \triangleq g(z) + G(z)\hat{b} + u(x,t) \quad (3)$$

若系统满足如下两个假设:

H1. 连续函数  $g(\cdot)$  和  $G(\cdot)$  都满足 Lipschitz 条件,即存在正常数  $L_g, L_G$ ,使得

$$\|g(x) - g(z)\| \leq L_g \|x - z\|,$$

$$\|G(x) - G(z)\| \leq L_G \|x - z\|.$$

H2. 不确定的参数  $a$ , 外界的扰动  $r(x,t)$  及传输信号  $s(t)$  都是有界的,即

$$\|a\| \leq \delta_a, \|r(x,t)\| \leq \delta_r, \|s(t)\| \leq \delta_s,$$

其中  $\delta_a, \delta_r, \delta_s$  为未知的正常数.

注1:这里不需要知道  $L_g, L_G, \delta_a, \delta_r$  和  $\delta_s$  的具体数值.

定义误差变量  $e = x - z$ , 可得误差系统为

$$\dot{e} = f(x) + F(x)a + r(x,t) + s(t) -$$

$$g(z) - G(z)\hat{b} - u(x,t) =$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -x_1 x_3 + x_4 \\ x_1 x_2 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -z_2 - z_3 \\ z_1 + z_4 \\ z_1 z_3 \\ 0 \end{pmatrix} +$$

$$\begin{pmatrix} x_2 - x_1 + x_2 x_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & x_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -x_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -x_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix} -$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ z_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -z_3 & z_4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \hat{b}_1 \\ \hat{b}_2 \\ \hat{b}_3 \\ \hat{b}_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.02x_2 \sin 4t \\ 0.01x_4 \sin 2t \\ 0.03x_1 \sin t \\ 0.02x_3 \sin 2t \end{pmatrix} +$$

$$\begin{pmatrix} 0.03\sin t \\ 0.01\sin 2t \\ 0.01\text{sign}(\cos \frac{\pi t}{5}) \\ 0.03(0.5 + 0.2\text{sign}(\sin \frac{\pi t}{2})) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} u_1(x,t) \\ u_2(x,t) \\ u_3(x,t) \\ u_4(x,t) \end{pmatrix} \quad (4)$$

我们的目的是要使得发射系统和接收系统的轨线  $x(t)$  和  $z(t)$  满足,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t) - z(t)\| = \lim_{t \rightarrow \infty} (\sum_{k=1}^4 (x_i(t) - z_i(t))^2)^{1/2} = 0 \quad (5)$$

从而恢复信息信号. 系统(2)和(3)在(5)意义下的混沌同步即为误差系统(4)在原点的渐近稳定性. 因此,可以通过选取合适的控制函数  $u(x,t)$ ,对误差系统(4)进行自适应调整,以使发射系统(2)和接收系统(3)趋于同步.

为了得到同步结果,我们先给出一个引理.

引理:对  $\forall m, n \in R$ , 有  $|mn| \leq \frac{m^2 n^2}{2\varepsilon} + \frac{\varepsilon}{2}$ , 其中  $\varepsilon$  为任意正常数.

那么,我们有下面的结果.

定理:若发射-接收系统(2)-(3)满足上述假设  $H1-H2$ , 适当选择  $\hat{b}, \hat{\theta}$ , 使之满足

$$\dot{\hat{b}} = (\dot{\hat{b}}_1, \dot{\hat{b}}_2, \dot{\hat{b}}_3, \dot{\hat{b}}_4)^T = (z_2 e_2, e_3, -z_3 e_4, z_4 e_4)^T \quad (6)$$

$$\dot{\hat{\theta}} = \|e\|^2 \quad (7)$$

且

$$u(x,t) = \hat{\theta}e + e + \frac{\alpha e}{\|e\|^2} \quad (8)$$

其中  $\alpha$  为适当常数,则发射-接收系统(2)-(3)可以达到同步,且此时原信息信号  $s(t)$  可由

$$\hat{s}(t) = y - Cz \quad (9)$$

来恢复.

证明:选取 Lyapunov 函数为

$$V = \frac{1}{2}e^T e + \frac{1}{2}(a - \hat{b})(a - \hat{b}) + \frac{1}{2}(\theta - \hat{\theta})^2, \text{ 这$$

里  $\theta$  为待定的常数.

$V$  沿着误差系统(4)的轨线对时间的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V} &= e^T \dot{e} - (a - \hat{b})^T \dot{\hat{b}} - (\theta - \hat{\theta}) \dot{\hat{\theta}} = e^T (f(x) - g(z) + F(x)a - G(z)\hat{b} + r(x,t) + s(t) - \\ &u(x,t)) - (a - \hat{b})^T \dot{\hat{b}} - (\theta - \hat{\theta}) \dot{\hat{\theta}} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &e^T (f(x) - g(x)) + e^T (g(x) - g(z)) + \\ &e^T (F(x) - G(x))a + \\ &e^T (G(x) - G(z))a + e^T G(z)(a - \hat{b}) + \\ &e^T r(x,t) + e^T s(t) - e^T u(t,x) - \\ &(a - \hat{b})^T \dot{\hat{b}} - (\theta - \hat{\theta}) \dot{\hat{\theta}} \end{aligned}$$

由于  $x_1, x_2, x_3, x_4$  均有界,所以连续函数  $f(x) - g(x), F(x) - G(x)$  也有界,即存在常数  $h_1, h_2$ , 使得

$$\|f(x) - g(x)\| \leq h_1, \|F(x) - G(x)\| \leq h_2.$$

又由上述假设  $H1-H2$ , 可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq h_1 \|e\| + \|e\| L_g \|x - z\| + h_2 \|e\| \delta_a + \\ &\|e\| L_c \|x - z\| \delta_a + e^T G(z)(a - \hat{b}) + \\ &\|e\| \delta_r + \|e\| \delta_s - e^T u(t,x) - (a - \hat{b})^T \dot{\hat{b}} - \\ &(\theta - \hat{\theta}) \dot{\hat{\theta}} = h_1 \|e\| + L_g \|e\|^2 + \\ &h_2 \delta_a \|e\| + L_c \delta_a \|e\|^2 + e_2 z_2 (a_1 - \hat{b}_1) + \\ &e_3 (a_2 - \hat{b}_2) - e_4 z_3 (a_3 - \hat{b}_3) + e_4 z_4 (a_4 - \hat{b}_4) + \\ &\|e\| \delta_r + \|e\| \delta_s - e^T u(t,x) - (a - \hat{b})^T \dot{\hat{b}} - \\ &(\theta - \hat{\theta}) \dot{\hat{\theta}} \end{aligned}$$

由式(6)-(8)可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq h_1 \|e\| + L_g \|e\|^2 + h_2 \delta_a \|e\| + \\ &L_c \delta_a \|e\|^2 + \delta_r \|e\| + \delta_s \|e\| - \\ &e^T \hat{\theta} e - e^T e - e^T \frac{\alpha e}{\|e\|} - (\theta - \hat{\theta}) \|e\|^2 \end{aligned}$$

由引理可得下列不等式成立,

$$\begin{aligned} h_1 \|e\| &\leq \frac{h_1^2 \|e\|^2}{2\varepsilon_1} + \frac{\varepsilon_1}{2}, \\ h_2 \delta_a \|e\| &\leq \frac{h_2^2 \delta_a^2 \|e\|^2}{2\varepsilon_2} + \frac{\varepsilon_2}{2}, \\ \delta_r \|e\| &\leq \frac{\delta_r^2 \|e\|^2}{2\varepsilon_3} + \frac{\varepsilon_3}{2}, \\ \delta_s \|e\| &\leq \frac{\delta_s^2 \|e\|^2}{2\varepsilon_4} + \frac{\varepsilon_4}{2}. \end{aligned}$$

其中  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4$  均为正常数.

所以

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq (L_g + L_c \delta_a + \frac{h_1^2}{2\varepsilon_1} + \frac{h_2^2 \delta_a^2}{2\varepsilon_2} + \frac{\delta_r^2}{2\varepsilon_3} + \frac{\delta_s^2}{2\varepsilon_4}) \|e\|^2 + \\ &(\frac{\varepsilon_1}{2} + \frac{\varepsilon_2}{2} + \frac{\varepsilon_3}{2} + \frac{\varepsilon_4}{2}) - \hat{\theta} \|e\|^2 - \|e\|^2 - \alpha - \\ &(\theta - \hat{\theta}) \|e\|^2. \end{aligned}$$

若取

$$\theta = L_g + L_c \delta_a + \frac{h_1^2}{2\varepsilon_1} + \frac{h_2^2 \delta_a^2}{2\varepsilon_2} + \frac{\delta_r^2}{2\varepsilon_3} + \frac{\delta_s^2}{2\varepsilon_4},$$

$$\alpha > \left( \frac{\varepsilon_1}{2} + \frac{\varepsilon_2}{2} + \frac{\varepsilon_3}{2} + \frac{\varepsilon_4}{2} \right),$$

可得

$$\dot{V} \leq - \|e\|^2.$$

由 Lyapunov 稳定性理论,可以得到误差系统(4)是渐近稳定的.即发射-接收系统(2)-(3)能够达到同步.

且由同步结果可知,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{s}(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} (y - Cz) = \lim_{t \rightarrow \infty} (Cx + s(t) - Cz) = \lim_{t \rightarrow \infty} s(t).$$

此时信号  $s(t)$  可由  $\hat{s} = y - Cz$  来恢复.

注 2:对于控制器中的  $\frac{\alpha e}{\|e\|^2}$ ,当  $e \rightarrow 0$  时控制器  $u$

$(t, x) \rightarrow \infty$ .所以在仿真过程中,以  $\frac{\alpha e}{\|e\|^2 + \varepsilon_5}$  来代

替  $\frac{\alpha e}{\|e\|^2}$ ,其中  $\varepsilon_5$  为很小的一个常数<sup>[18]</sup>.

### 2 数值仿真

利用 Mathematica 进行数值仿真验证上述理论结果.选取未知参数为  $a_1 = 35, a_2 = 14, a_3 = 3, a_4 = 5$ , 常数  $\varepsilon_5 = 0.0001, \alpha = 60$ , 常数矩阵  $C =$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \text{取系统初值为 } (x_1, x_2, x_3, x_4)^T = (1, 5, 1, 1.75, 1)^T, (z_1, z_2, z_3, z_4)^T = (2, 1.2, 2, 0.95)^T,$$

数值仿真结果如图所示.图 4 是系统(2)和(3)的同步误差曲线.图 5-8 给出了系统的信息信号  $s_i$ , 传输信号  $y_i$ , 恢复信号  $\hat{s}_i$  和误差信号  $s_i - \hat{s}_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ).由信息信号传输图可知,隐藏在发射系统中的信号不容易被探测到.由同步误差图可知,两

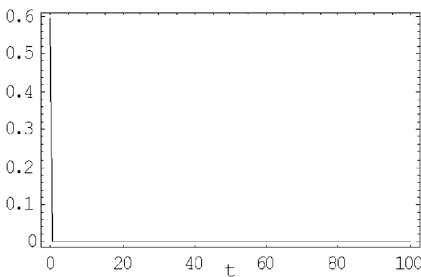


图 4 超混沌 Lü 系统-超混沌 Rössler 系统同步误差  
Fig. 4 Synchronization error between hyperchaotic Lü system and hyperchaotic Rössler system

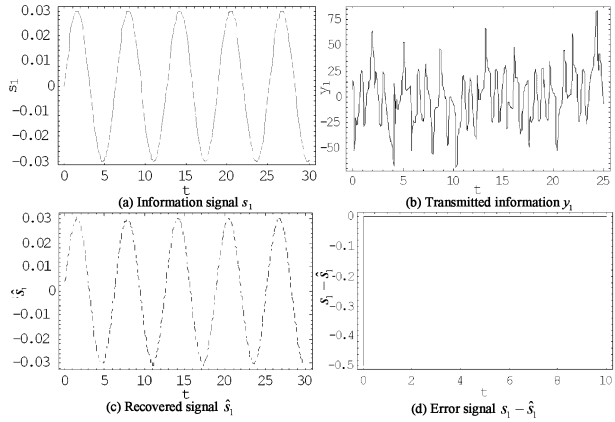


图 5 (a) 信息信号, (b) 传输信号, (c) 恢复信号及 (d) 差信号  
Fig. 5 (a) Information signal, (b) Transmitted information, (c) Recovered signal and (d) Error signal

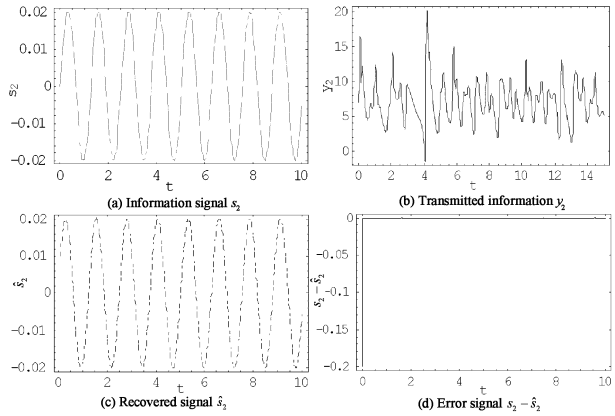


图 6 (a) 信息信号, (b) 传输信号, (c) 恢复信号及 (d) 误差信号  
Fig. 6 (a) Information signal, (b) Transmitted information, (c) Recovered signal and (d) Error signal

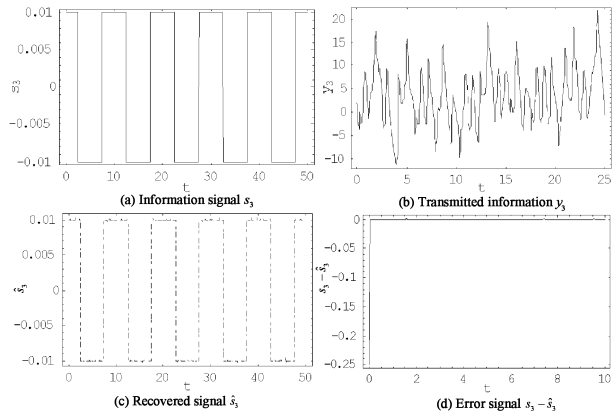


图 7 (a) 信息信号, (b) 传输信号, (c) 恢复信号及 (d) 误差信号  
Fig. 7 (a) Information signal, (b) Transmitted information, (c) Recovered signal and (d) Error signal

个系统经过一段时间能实现同步,这就证明了上述同步方法在实现超混沌系统(2)和(3)的自适应同步时是有效的.同时,误差信号图表明原先的输入信号可以有效地得到恢复.

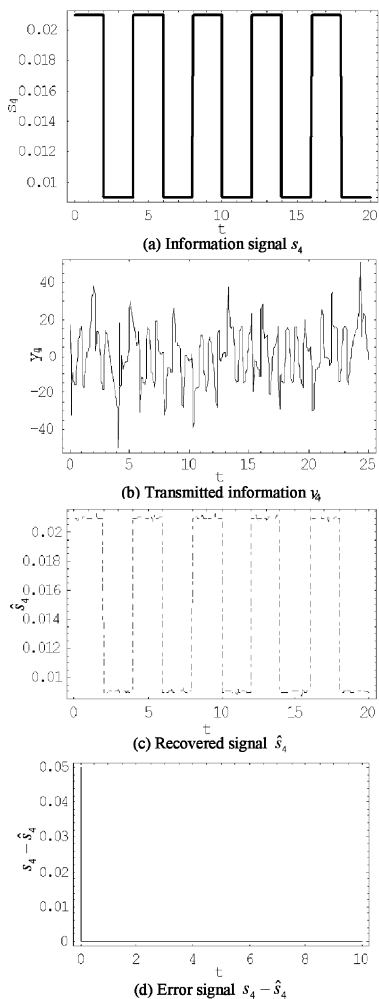


图8 (a)信息信号,(b)传输信号,(c)恢复信号及(d)误差信号

Fig. 8 (a) Information signal, (b) Transmitted information, (c) Recovered signal and (d) Error signal

### 3 结论

本文利用自适应控制实现了带有不确定性的超混沌 Lü 系统和超混沌 Rössler 系统的同步. 这里只需要利用未知参数和外界扰动的有界性, 不需要求出具体的未知参数及外界扰动的界和 Lipschitz 常数的值. 利用超混沌系统的复杂特性, 设计超混沌保密通信. 在同步的基础上, 实现了隐藏在混沌信号中的信息信号的精确重构. 数值仿真验证了该方法的有效性.

### 参 考 文 献

1 Guo R W. A simple adaptive controller for chaos and hyperchaos synchronization. *Physics Letters A*, 2008, 372: 5593 ~ 5597

2 张若洵, 冯浩, 杨洋, 杨世平. 不确定超混沌 Lorenz 系统的参数自适应同步. *河北师范大学学报*, 2008, 32 (4): 465 ~ 469 ( Zhang R X, Feng H, Yang Y, Yang S P. Synchronization of uncertain hyperchaotic Lorenz system based on parametric adaptive control algorithm. *Journal of Hebei Normal University*, 2008, 32 (4): 465 ~ 469 ( in Chinese ))

3 Tang F. An adaptive synchronization strategy based on active control for demodulating message hidden in chaotic signals. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2008, 37: 1090 ~ 1096

4 Jia Q. Adaptive control and synchronization of a new hyperchaotic system with unknown parameters. *Physics Letters A*, 2007, 362: 424 ~ 429

5 Gao T G, Chen Z Q, Yuan Z Z, Yu D C. Adaptive synchronization of a new hyperchaotic system with uncertain parameters. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2007, 33: 922 ~ 928

6 王兴元, 贾斌. 超混沌 LC 振子系统的主动追踪控制. *动力学与控制学报*, 2006, 4(4): 312 ~ 319 ( Wang X Y, Jia B. Active tracking control of hyperchaotic LC oscillator system. *Journal of Dynamics and Control*, 2006, 4(4): 312 ~ 319 ( in Chinese ))

7 Yassen M T. Synchronization hyperchaos of hyperchaotic systems. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2008, 37: 465 ~ 475

8 南明凯, 朱志文, 刘中, 是湘全. 超混沌保密通信系统的线性反馈设计方法. *电路与系统学报*, 1998, 3(2): 1 ~ 7 ( Nan M K, Zhu Z W, Liu Z, Shi X Q. Linear feedback method for the design of hyperchaotic secure communication system. *Journal of Circuits and Systems*, 1998, 3(2): 1 ~ 7 ( in Chinese ))

9 Wang F Q, Liu C X. A new criterion for chaos and hyperchaos synchronization using linear feedback control. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2006, 360: 274 ~ 278

10 Yau H T. Design of adaptive sliding mode controller for chaos synchronization with uncertainties. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2004, 22: 341 ~ 347

11 Yau H T, Yan J Y. Robust controlling hyperchaos of the Rössler system subject to input nonlinearities by using sliding mode control. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2007, 33: 1767 ~ 1776

12 Wang C C, Su J P. A new adaptive variable structure control for chaotic synchronization and secure communication. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2004, 20: 967 ~ 977

13 Bowong S, Moukam K F M, Fotsin H. A new adaptive observer-based synchronization scheme for private communication. *Physics Letters A*, 2006, 355: 193 ~ 201

- 14 Li C D, Liao X F, Wong K W. Lag synchronization of hyperchaos with application to secure communications. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2005, 23: 183 ~ 193
- 15 Wang X Y, Wang M J. A chaotic secure communication scheme based on observer. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2009, 14: 1502 ~ 1508
- 16 林彩霞, 郝建红. 基于混沌切换系统的语音加密. *动力学与控制学报*, 2008, 6(3): 254 ~ 256 (Lin C X, Hao J H. Speech encryption based on chaotic switching scheme. *Journal of Dynamics and Control*, 2008, 6(3): 254 ~ 256 ( in Chinese ))
- 17 Wang G Y, Zhang X, Zheng Y, Li Y X. A new modified hyperchaotic L system. *Physica A*, 2006, 371: 260 ~ 272
- 18 Li X C, Xu W, Xiao Y Z. Adaptive tracking control of a class of uncertain chaotic systems in the presence of random perturbations. *Journal of Sound and Vibration*, 2008, 314: 526 ~ 535

## SYNCHRONIZATION BETWEEN TWO DIFFERENT HYPERCHAOTIC SYSTEMS WITH UNCERTAINTIES AND ITS APPLICATION TO SECURE COMMUNICATIONS \*

Lin Meili Yuan Zhengzhong

(Department of Mathematics, Zhangzhou Normal University, Zhangzhou 363000, China)

**Abstract** Based on Lyapunov stability theory, an adaptive controller and the parameters update laws were designed to synchronize hyperchaotic Lü system, with unknown parameters and external disturbance, and hyperchaotic Rössler system. Once the synchronization is achieved, the information signals hidden in the transmitter can be recovered exactly at the receiver. The synchronization strategy only uses the boundedness of the unknown parameters and external disturbance, and doesn't have to determine those bounds and Lipschitz constants in advance. Numerical simulation results verify the effectiveness of the method.

**Key words** synchronization, hyperchaotic system, secure communications, adaptive control