

随机信号在神经网络中诱发的双空间相干共振*

李玉叶^{1,2,3} 张慧敏² 魏春玲² 杨明浩² 古华光² 任维²

(1. 赤峰学院数学学院, 赤峰 024000) (2. 陕西师范大学生命科学院, 西安 710062)

(3. 内蒙古大学数学科学学院, 呼和浩特 010021)

摘要 对确定性行为为静息的神经网络施加随机信号进行控制, 随着信号强度的增加, 网络行为由无序到有序的空间行为-螺旋波再到无序, 螺旋波的结构由复杂到简单再到复杂到简单的交替, 由网络行为的空间结构函数计算出的信噪比会两次达到极大值, 即发生了两次空间相干共振. 结果不仅展示了该随机信号控制下的网络的动力学行为, 还为通过施加控制因素诱导产生空间共振来提高神经系统的信息处理能力提供了可能的方法.

关键词 神经网络, 空间共振, 相干共振, 螺旋波, 信噪比

引言

在噪声和弱信号共同作用下的非线性系统, 噪声不是淹没信号而是可以起到扩大弱信号的正面作用的现象, 这就是随机共振现象 (Stochastic resonance, SR)^[1]. 没有外界弱信号, 噪声和非线性系统也可以达到某种最佳协同现象, 这就是随机自共振 (Autonomous SR, ASR) 或相干共振 (Coherence resonance, CR)^[2]. 随机共振和相干共振已经广泛在神经系统 (如离子通道、神经元、感受器、神经网络、脑和行为) 中被发现, 揭示了噪声在神经信息处理中会起到关键的正面作用, 引发了科研者对噪声在神经系统会起重要作用的广泛研究^[3-9]. 最近, 科研者又进一步关注了随机因素在神经网络中的作用, 如网络中的时空共振、空间相干共振或时间共振等, 以及噪声诱导的时空同步、有序、空间周期性和螺旋波等^[10-13]. 这些研究为研究噪声作用下神经网络的动力学行为, 以及为在网络层次利用噪声奠定了基础.

在关于随机共振和相关共振的大多数研究中, 随着噪声强度的变化往往只会出现一次共振. 而假若系统能出现双共振或多共振, 就会使得人们可以有更多机会利用噪声, 这是一个更为特殊和有重要意义的问题. 到目前, 已经有一些关于双时间共振或多时间共振 (通过分析时间信号获得刻画共振的

指标) 的研究^[14,15]; 而时空共振或空间相干共振 (通过分析空间信号获得刻画共振的指标) 往往只有一次, 不论是在白噪声还是有关联的噪声的作用下^[12-13]. 因此, 施加控制因素使得神经系统产生两次或多次空间共振是一个十分有意义的问题.

本研究通过对一个由 Morris - Lecar 模型^[16-17] 构成的神经网络施加一个随机信号作为控制因素, 可以诱发该网络产生双空间共振和空间有序结构-螺旋波. 该结果一方面展示了随机信号作用下的神经网络的动力学行为, 另一方面, 为通过施加控制因素诱导神经系统产生空间共振来提高神经系统的信息处理能力提供了可能的方法.

1 Morris - Lecar 神经元模型和动力学行为

Morris - Lecar 模型是通过实验针对北极鹅的肌肉纤维建立的 HH 类神经元模型^[8,16,17], 也是目前最为广泛地应用于研究神经元兴奋性的神经元模型. 其微分方程组为:

$$C \frac{dV}{dt} = -g_{Ca} m_{\infty}(V)(V - V_{Ca}) - g_K \omega(V - V_K) - g_L(V - V_L) + I \quad (1)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \phi \frac{[\omega_{\infty}(V) - \omega]}{\tau_{\omega}(V)} \quad (2)$$

其中 t 是时间, V 表示膜电位, ω 是一个恢复变量, 表示钾离子通道开放概率的演化过程, C 是膜电

容, g_{Ca}, g_K, g_L 分别是钙、钾和漏电流通道的最大电导, V_{Ca}, V_K, V_L 分别是相应于上述通道的反转电位, I 为背景电流, $m_\infty(V), \omega_\infty(V)$ 分别是 Ca^{2+} 离子通道和 K^+ 离子通道打开概率的稳态值, 它们满足如下方程: $m_\infty(V) = 0.5[1 + \tanh(\frac{V - V_1}{V_2})]$, $\omega_\infty(V)$

$= 0.5[1 + \tanh(\frac{V - V_3}{V_4})]$, 转移速率 $\tau_\omega(V) = 1/\cosh(\frac{V - V_3}{2V_4})$. ϕ 表示神经元快慢尺度之间的变化.

本文中各个参数的取值分别为: $C = 20\mu F/cm^2$, $g_K = 8\mu S/cm^2$, $g_L = 2\mu S/cm^2$, $g_{Ca} = 4.4\mu S/cm^2$, $V_{Ca} = 120mV$, $V_K = -84mV$, $V_L = -60mV$, $V_1 = -1.2mV$, $V_2 = 18mV$, $\phi = 0.04$, $V_3 = 2mV$, $V_4 = 30mV$, 时间单位是 ms .

采用四阶 Runge - Kutta 积分方法, 积分步长为 $dt = 0.1ms$.

以 I 为分岔参数得到 ML 模型的分岔图, 如图 1 所示. 在 $I_1 = 93.86$ 发生了平衡点的亚临界 Hopf 分岔, 而在 $I = I_2 = 88.29$ 处稳定极限环 (粗实线) 和不稳极限环 (粗虚线) 相碰发生了极限环的鞍结分岔. 所以当 $I < 88.29$ 系统存在一个稳定的焦点, ML 模型处于静息态, 不产生放电; 当 $88.29 < I < 93.86$, ML 模型的行为是稳定极限环、不稳极限环和稳定焦点的共存区间; 当 $I > 93.86$, ML 模型的行为是极限环, 会有放电产生.

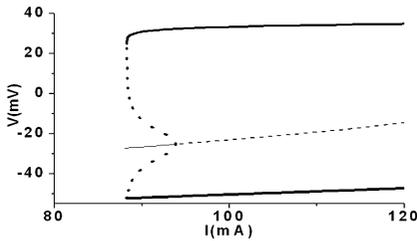


图 1 ML 神经元关于参数的平衡点的亚临界 Hopf 分岔和极限环的鞍结分岔

Fig. 1 Sub - Hopf bifurcation of equilibrium point and fold bifurcation of limit cycle in ML model as parameter is varied

2 Morris-Lecar 神经元构成的两维网络模型和随机信号

Morris - Lecar (ML) 模型构成的神经网络如下:

$$C \frac{dV_{i,j}}{dt} = -g_{Ca} m_\infty(V_{i,j})(V_{i,j} - V_{Ca}) - g_K \omega(V_{i,j} - V_K) - g_L(V_{i,j} - V_L) + I +$$

$$gc \sum_{k,l} \varepsilon_{i,j,k,l} [V_{k,l} - V_{i,j}] \quad (3)$$

$$\frac{d\omega_{i,j}}{dt} = \phi \frac{[\omega_\infty(V_{i,j}) - \omega_{i,j}]}{\tau_\omega(V_{i,j})} \quad (4)$$

其中 $i, j = 1, \dots, N$ 代表 $N \times N$ 个耦合的 ML 神经网络中的每一个振子. 对于方程 (3), 如果在 (k, l) 处的振子与在 (i, j) 处的振子进行耦合, 则 $\varepsilon_{i,j,k,l} = 1$, 否则, $\varepsilon_{i,j,k,l} = 0$. 每个振子都与其最临近的振子相连接, 采用网络中度的概念 (与一个振子有联结的振子的个数为该振子的度), 处在四个角的振子的度为 2, 处在四个边非角上的振子的度为 3, 处在非边非角上的振子的度为 4, 基于此联结方式得到 ML 神经网络, 对应于固定边界条件.

本文中, $gc = 5$, $N = 128$, $I = 88\mu A/cm^2$ 而其它所有参数都和上述单个 ML 模型参数一致. 取 $I = 88\mu A/cm^2$ 使得在网络中的每个振子都处于静息态. 采用 4 阶龙格 - 库塔法积分, 步长为 $0.1msec$.

在没有噪声作用的确定性情况下, 系统仍然保持静息.

为了能够通过施加控制因素在神经网络获得双空间相干共振, 我们引入随机信号 $S_{i,j}(t) = \sqrt{2D \times \Delta t} (2Rand(t)_{i,j} - 1)$ ($k\Delta t \leq t < (k+1)\Delta t$) 作用到方程 (3). 其中 D 用来调整随机信号的强度或幅值, D 越大, 随机信号强度或幅值越大. $Rand(t)$ 代表 $[0, 1]$ 之间的随机数, 使得该信号幅值具有明显的随机性. 下标 (i, j) 表示作用到第 (i, j) 个神经元. Δt 为常数, 表示随机数 $Rand(t)$ 的作用时间, 作用时间越小, 随机信号的强度也越小, $\Delta t = 0.1msec$.

3 耦合网络中的时空行为和空间共振

不同的噪声下的网络 $V_{i,j}$ 的空间行为如图 2 所示. 首先, 适当强度的随机信号可以诱发或破坏螺旋波. 随机信号的强度较弱时, 网络的行为是随机、无序的, 如图 2(a) 所示; 强度增加, 随机信号能够诱导网络产生空间有序结构 - 螺旋波, 如图 2(b) - (e) 所示; 强度更大时, 螺旋波破碎, 形成无序的模式, 如图 2(f) 所示. 其次, 在不同强度下, 螺旋波的形式主要表现两种, 一种是相对简单结构, 一个组织中心的螺旋波, 另一种是相对复杂的空间结构, 双组织中心的螺旋波. 最后, 随着强度的增大, 螺旋波在复杂模式 (图 2(b)、(d)) 和简单模式 (图

2(c)、(e))之间变迁.

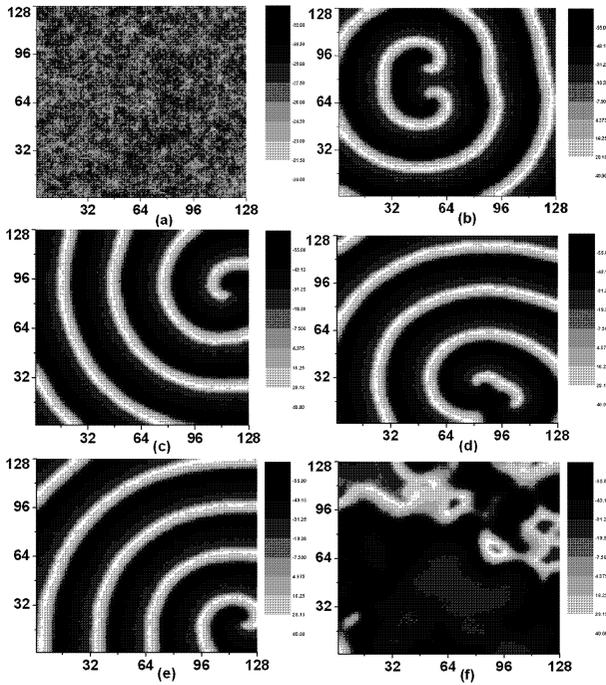


图2 不同随机信号强度下 ML 神经网络模型中的螺旋波: (a) $D=2.5$; (b) $D=2.6$; (c) $D=2.75$; (d) $D=2.8$; (e) $D=2.85$; (f) $D=2.9$

Fig. 2 Spiral wave corresponding to different intensity (D) of stochastic signal in neuronal network composed of ML model: (a) $D=2.5$; (b) $D=2.6$; (c) $D=2.75$; (d) $D=2.8$; (e) $D=2.85$; (f) $D=2.9$

空间结构函数是常用来描述空间共振的特征指标^[18,19]. 本文也将采用这一指标来研究是否有空间共振的产生. 空间结构函数算法如下:

$$p(k_x, k_y) = \langle H^2(k_x, k_y) \rangle \quad (5)$$

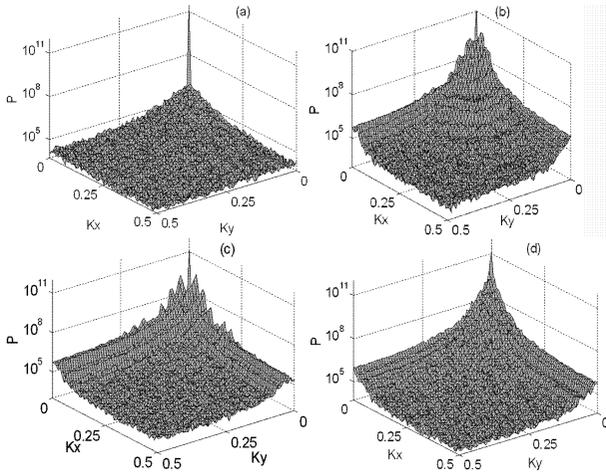


图3 在不同强度下 $V_{i,j}$ 的时空结构函数:

(a) $D=2.5$; (b) $D=2.6$; (c) $D=2.85$; (d) $D=2.9$

Fig. 3 Spatial structure functions of $V_{i,j}$ at different D :

(a) $D=2.5$; (b) $D=2.6$; (c) $D=2.85$; (d) $D=2.9$

其中 $H(k_x, k_y)$ 是对某一时刻的神经网络的空间行为 $V_{i,j}$ 进行二维傅里叶变换, $\langle \cdot, \cdot \rangle$ 表示对不同时刻的平均. 本文采用 20 个时刻的平均, 获得空间结构函数 $p(k_x, k_y)$. 由于 $p(k_x, k_y)$ 的圆对称性, 为清晰起见我们只给出 1/4 的图, 如图 3 所示. 可以看出, 在中强度随机信号下会有螺旋波产生, $p(k_x, k_y)$ 为类似对称环的结构, 表明存在着有序的时空结构, 如图 3(b)、(c) 所示; 在过弱或过强噪声作用下的网络不产生螺旋波时, $p(k_x, k_y)$ 无明显有序的空间结构, 如图 3(a)、(d) 所示.

为了刻画上述的有序结构, 我们计算了基于结构函数的信噪比 (signal to noise ratio, SNR)^[18,19]. 基于结构函数 $p(k_x, k_y)$ 圆对称性, 计算结构函数的环积分 $\bar{p}(k)$, 进而从 $\bar{p}(k)$ 计算出信噪比. 求 $\bar{p}(k)$ 的环式积分公式如下:

$$\bar{p}(k) = \int_{\Omega_k} p(\vec{k}) d\Omega_k \quad (6)$$

其中: $\vec{k} = (k_x, k_y)$, Ω_k 是以 $k = |\vec{k}|$ 为半径的圆环壳.

不同强度的随机信号作用下的 $\bar{p}(k)$ 与 k 的关系如图 4(a) 所示. 在中强度信号作用下, $\bar{p}(k)$ 随着 k 的增加会呈现出多个峰, 峰的幅值整体降低. 而在小的或者大的强度的随机信号下, $\bar{p}(k)$ 随着 k 的增加整体降低, 峰存在但不明显. 为了进行定量描述, 按照以下公式计算信噪比:

$$SNR = \bar{p}(k_{max}) / \bar{p} \quad (7)$$

其中: $\bar{p} = [\bar{p}(k_{max} - k_a) + \bar{p}(k_{max} + k_b)] / 2$, $k = k_{max}$ 表示在某一强下 $\bar{p}(k)$ 的局部极大值对应横坐标, k_a 和 k_b 分别表示 $k = k_{max}$ 所对应的峰宽的左、右宽度. 以 $D=2.85$ 为例, k_{max} 如图 4(a) 中的垂直实线处, 对应第一峰的极大值; $k_{max} - k_a$ 和 $k_{max} + k_b$ 为第一峰的左右侧的极小值对应的横坐标.

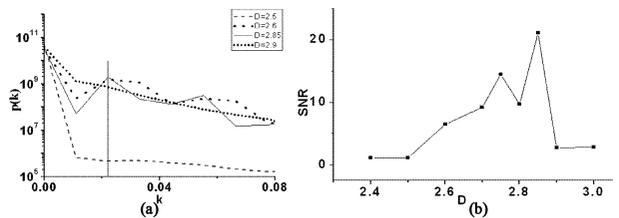


图4 (a) 空间结构函数的环平均;

(b) 信噪比与随机信号强度的关系

Fig. 4 (a) Circular averages $\bar{p}(k)$ of spatial structure

functions $p(k_x, k_y)$; (b) The Relationship between SNR and D

不同强度下的信噪比如图4(b)所示,随着强度增加,信噪比可以在两个强度下达到最大值,说明产生了两次空间相干共振.对比SNR和螺旋波与随机信号强度的关系,可以发现,SNR值的高低与螺旋波空间结构的复杂程度相对应:简单模式的SNR高,复杂模式的SNR低.

4 结论与讨论

时空非线性系统与噪声协同作用产生的时空随机共振现象和时空行为模式,信号处理、波的形成与传播、信号传输与接受及斑图形成和转换^[10-13,19-21]等方面都有应用前景和价值,得到了广泛研究与认同.鉴于噪声无处不在,噪声与耦合非线性系统的相互作用不仅可以有效地用来提高输出信号的信噪比,还可以被用来加强信号在介质中的传输^[10].本文通过施加一个随机信号作用到神经网络,随着随机信号强度的从低到高的增加,网络行为经由无序到时空有序结构-螺旋波,再到无序.这首先说明,小的或者是特大的噪声都没有诱发出有序的时空结构,而中强度的随机过程诱发得到了有序的时空结构.而随着强度的增加,螺旋波的空间结构也由较复杂到较简单,到较复杂再到较简单的交替.通过空间结构函数计算信噪比发现,网络可产生空间的两次相干共振.进一步分析发现,两次高的信噪比对应于结构相对简单的螺旋波,而结构较复杂的螺旋波的信噪比较低;无序结构的信噪比更低.本研究结果不仅展示了随机因素作用下神经网络的动力学行为,还为通过施加控制措施产生空间相干共振和进一步利用噪声提供了方法.

螺旋波是广泛存在于非线性系统中的一种时空行为^[11-13,22-25],如在物理、生物、化学等体系中均能观察到,其动力学行为受到了来自不同学科、不同角度的广泛关注.在生物系统中,人们在黏性霉菌的自组织过程^[22]、非洲爪蟾卵细胞的钙波^[24]和心脏中电信号^[23]中发现了螺旋波,并且发现心脏中的螺旋波在心动过速、心室纤颤、甚至猝死中发挥着关键作用^[25].近期,科研者们研究了噪声(包括白噪声和色噪声)在神经网络系统中的诱发的螺旋波和相应的时空共振、时间共振或空间共振^[12-13].本文的研究是该方向的一个重要补充,说明了通过施加控制因素(随机信号)也能诱发空

间共振和螺旋波,而且可以产生两次共振,对应于螺旋波在较复杂和简单空间结构之间的转换.

参 考 文 献

- 1 R Benzi, S Sutera, A Vulpiani. The mechanism of stochastic resonance. *Phys A*, 1981, 14: 453 ~ 457
- 2 G Hu, T Ditzinger, C Z Ning. Stochastic resonance without external periodic force. *Phys Rev Lett*, 1993, 71: 807 ~ 810
- 3 J K Douglass, L Wilkens, E Pantazelou, F Moss. Noise enhancement of information transfer in crayfish mechanoreceptors by stochastic resonance. *Nature*, 1993, 365: 337 ~ 340
- 4 P E Greenwood, L M Ward, D F Russell, A Neiman, F Moss. Stochastic resonance enhances the electrosensory information available to paddlefish for prey capture. *Phys Rev Lett*, 2000, 84: 4773 ~ 4776
- 5 B J Gluckman, T I Netoff, E J Neel, W L Ditto, M L Spano, S J Schiff. Stochastic resonance in a neuronal network from mammalian brain. *Phys Rev Lett*, 1996, 77: 4098 ~ 4101
- 6 H G Gu, W Ren, Q S Lu, S G Wu, M H Yang, W J Chen. Integer multiple spiking in neural pacemakers without external periodic stimulation. *Phys Lett A*, 2001, 285: 63 ~ 68
- 7 K Kitajo, D Nozaki, L M Ward, Y Yamamoto. Behavior stochastic resonance within the human brain. *Phys Rev Lett*, 2003, 90: 218103
- 8 张慧敏, 杨明浩, 化存才, 古华光, 任维. 鞍-结分岔点附近的神经自发放电节律和随机自共振. *动力学与控制学报*, 2008, 6(4): 332 ~ 335 (Zhang Huimin, Yang Minghao, Hua Cuncai, Gu Huaguang, Ren Wei. Spontaneous firing rhythms and the autonomous stochastic resonance near saddle-node bifurcation in nervous system. *Journal of Dynamics and Control*, 2008, 6(4): 332 ~ 335 (in Chinese))
- 9 王青云, 陆启韶. 噪声在慢变系统中的随机Chay神经元模型的自共振. *动力学与控制学报*, 2004, 2(3): 85 ~ 89 (Wang Qingyun, Lu Qishao. Coherent resonance in the stochastic Chay neuron model in slow dynamics with white noise. *Journal of Dynamics and Control*, 2004, 2(3): 85 ~ 89 (in Chinese))
- 10 王青云, 陆启韶. 兴奋性化学突触耦合的神经元的同步. *动力学与控制学报*, 2008, 6(1): 35 ~ 39 (Wang Qingyun, Lu Qishao. Synchronization of coupled neurons with excitory chemical synapse. *Journal of Dynamics and Control*, 2008, 6(1): 35 ~ 39 (in Chinese))
- 11 M Perc. Effects of small-world connectivity on noise-induced temporal and spatial order in neural media. *Chaos*,

- Solitons and Fractals*, 2007, 31: 280 ~ 291
- 12 Q Y Wang, M Perc, Z S Duan, G R Chen. Delay - enhanced coherence of spiral waves in noisy Hodgkin - Huxley neuronal networks. *Physics Letters A*, 2008, 372: 5681 ~ 5687
- 13 X J Sun, M Perc, Q S Lu, J Kurths. Spatial coherence resonance on diffusive and small - world networks of Hodgkin - Huxley neurons. *Chaos*, 2008, 18(2): 023102
- 14 J M G Vilar, J M Rubi. Stochastic multiresonance. *Phys Rev Lett*, 1997, 78: 1882 ~ 2885
- 15 Y Jiang. Multiple dynamical resonance in a discrete neuronal model. *Phys Rev E*, 2005, 71: 057103
- 16 T Tateno, K Pakdaman. Random dynamics of the Morris - Lecar neural model. *Chaos*, 2004, 14(3): 511 ~ 530
- 17 K Tsumoto, H Kitajim, T Yoshinag, K Aihara, H Kawakami. Bifurcations in Morris - lecar neuron model. *Neurocomputing*, 2006, 69: 293 ~ 316
- 18 O Carrillo, M A Santos, J García - Ojalvo, J M Sancho. Spatial coherence resonance near pattern - forming instabilities. *Europhys Lett*, 2004, 65: 452 ~ 458
- 19 M Perc. Persistency of noise induced spatial periodicity in excitable media. *Europhys Lett*, 2005, 72(5): 712 ~ 718
- 20 S M Alexander, S Kenneth. Control of spiral waves, patterns and turbulence in chemical systems. *Phys Rep*, 2006, 425: 79 ~ 194
- 21 T Gautama, D P Mandic, M M Van Hulle. Indications of nonlinear structures in brain electrical activity. *Phys Rev E*, 2003, 67: 046204
- 22 A Goldbeger. Mechanism for oscillatory synthesis of cyclic AMP in dictyostelium discoideum. *Nature*, 1975, 253: 540 ~ 542
- 23 J D Lechleiter, D E Clapham. Molecular mechanisms of intracellular calcium excitability in *X. laevis* oocytes. *Cell*, 1992, 69: 283 ~ 294
- 24 J M Davidenko, A V Pertsov, R Salomonsz, W Baxter, J Jalife. Stationary and drifting spiral waves of excitation in isolated cardiac muscle. *Nature*, 1992, 355: 349 ~ 351
- 25 R A Gray, A M Pertsov, J Jalife. Spatial and temporal organization during cardiac fibrillation. *Nature*, 1998, 392: 75 ~ 78

STOCHASTIC SIGNAL INDUCED DOUBLE SPATIAL COHERENCE RESONANCE IN NEURONAL NETWORK *

Li Yuye^{1,2,3} Zhang Huimin² Wei Chunling² Yang Minghao² Gu Huaguang² Ren Wei²

(1. *Colleg of Mathematics, Institute of Chifeng, Chifeng 024000, China*)

(2. *College of Life Science, Shaanxi Normal University, Xi'an 710062, China*)

(3. *School of Mathematical Sciences, Inner Mongolia University, Huhhot 010021, China*)

Abstract A stochastic signal as a control signal was added to a neuronal network, whose deterministic behavior is rest. With the increase of the density of the stochastic signal, the spatio - temporal behavior of the network is changed from disorder to ordered spiral wave firstly and then to disorder, the spiral wave is changed from complex to simple structure, return to complex and then to simple structure, and the signal to noise ratio calculated from spatial structure function of the spatio - temporal behavior of the network reaches to maximal value twice, implying that the spatial coherence resonance is generated twice. The results not only reveal the dynamics of network under the control of the stochastic signal, but also provide the potential approach to enhance the ability of information processing of neurons through addition of control signal to induce spatial coherence resonance.

Key words neuronal network, spatial resonance, coherence resonance, spiral wave, signal to noise ratio