

Washout-filter 辅助的 FitzHugh-Nagumo 神经元 放电行为的分岔控制*

罗明 彭建华 吴勇军

(华东理工大学信息科学与工程学院自动化系动力学与控制研究所,上海 200237)

摘要 神经元是脑信息处理的基本单元. 它通过动作电位来处理与传递信息. 神经元放电活动的控制, 从而控制神经系统的功能, 是理论神经科学中最有吸引力的研究内容之一, 并且具有极大的临床价值. 鉴于神经元放电的动力学分岔机制, 本文对应用 washout filter 辅助反馈控制方法对 FitzHugh-Nagumo 神经元放电行为的分岔控制进行研究, 讨论其在神经元放电控制中的有效性以及控制增益和各种参数对于控制效果的影响.

关键词 FitzHugh-Nagumo, washout filter, 分岔控制

引言

神经元是脑信息处理的基本单元. 神经元通过动作电位来处理与传递信息^[1]. 神经元放电活动的控制, 从而控制神经系统的功能, 是理论神经科学中最有吸引力的研究内容之一^[2], 并且具有极大的临床价值^[3].

神经元一个基本特征为其可兴奋性, 即在一定的刺激作用下产生放电行为. 从电生理角度来看, 神经元放电具有离子通道机制: 即由于膜电压等变化, 导致膜内离子通道对离子通透性变化, 离子流入/出最后导致膜电压的急剧变化^[4]. 从动力学角度来看, 神经元是高度非线性的系统, 其可兴奋性在于它接近从静息状态到放电行为的分岔状态^[5]. 当刺激超过一个临界值时, 神经元便会从静息状态进入周期放电状态, 此过程对应从平衡点(静息电位)到极限环(周期性放电过程)的 Hopf 分岔. 虽然神经元放电的电生理机制纷繁复杂, 但对应的分岔机制仅有 4 种, 即鞍结点分岔、不变周期上的鞍结点分岔、超临界 Andronov-Hopf 分岔和次临界 Andronov-Hopf 分岔^[6].

目前分岔控制理论作为控制论的一个新的分枝在工程系统控制理论中也十分活跃^[7]. 分岔控制是指通过孔子之手段去改变动力系统分岔现象的各种特征. 典型的分岔控制包括镇定不稳定的轨道^[8], 延迟分岔的出现^[9], 控制极限环的个数, 大

小、周期^[10,11]等等. 目前, 分岔控制的手段有几种线性和非线性反馈方法^[12,13], 应用 washout filter^[14]、频域分析和逼近方法^[15], 以及利用标准型理论^[15]等等. 其中应用 washout filter 的状态反馈控制可以应用于高维系统合多种分岔现象的控制, 并具有不改变平衡点等等优点^[17].

鉴于神经元放电行为的分岔动力学机制, 本文采用 washout filter 辅助分岔控制方法对 FitzHugh-Nagumo 神经元的放电行为进行研究. 在线性反馈作用下, 研究此方法对于其放电的刺激阈值和放电频率的有效性, 以及不同参数值对于控制效果的影响.

1 控制系统

FitzHugh-Nagumo 神经元模型^[18]

$$\dot{v} = v - \frac{v^3}{3} - w + I, \dot{w} = \phi(v + a - bw) \quad (1)$$

式中 v 为神经元膜电位, w 为恢复变量. I 为刺激电流. a, b 和 ϕ 为无量纲正常数, 可以取不同值. 文中设定 $a = 0.7, b = 0.8$ 和 $\phi = 0.08$ ^[18]. 此系统动力学特性在刺激电流 $I = 0.331281$ 变化会发生变化 (I 为分岔参数). 当 $I < 0.331281$ 时, 系统有稳定平衡点; 而当 I 增大时, 系统发生 Hopf 分岔, 平衡点失去稳定性, 同时出现极限环. 对 FitzHugh-Nagumo 神经元控制的目的在于改变系统分岔参数值 $I = 0.331281$, 使得神经元易于/不易周期性放电(出现极

限环)和/或改变周期放电的频率。

对于动力系统的分岔控制方法有多种^[7]。鉴于基于 Washout filter 辅助分岔控制,如不改变平衡点等等诸多优点,本文研究它对 FitzHugh-Nagumo 神经元放电行为的控制作用。传统的 Washout filter 为高通滤波器,其动力学可表示为^[17]

$$\dot{z} = x - dz, y = x - dz \quad (2)$$

式中, z 为滤波器变量, x, y 分别为滤波器输入和输出。 d 为滤波器时间常数的倒数, $d > 0$ 对应的 Washout filter 为稳定的,而 $d < 0$ 为不稳定。文中采用稳定的 Washout filter。

假定为可测,则受控 FitzHugh-Nagumo 神经元动力学方程为

$$\dot{v} = v - \frac{v^3}{3} - w - u + Iw = \phi(v + a - bw) \quad \dot{z} = v - dz \quad (3)$$

式中 $u = u(y)$ 控制项,为 Washout filter 输出的函数。当 u 为 y 的线形,二次和三次函数时,使得系统的分岔行为发生改变^[14,17]。文中采用线性反馈,即设定 $u = k_l y$,其中 k_l 为控制增益。

2 控制分析

2.1 对刺激电流 I 的影响

未加控制, $I = 0.331281$ 时系统动力特性发生变化,平衡点失去稳定性,同时产生极限环。对应 FitzHugh-Nagumo 神经元由静息电位进入周期性放电^[6]。引入控制目的之一在于提高或降低分岔点刺激电流 I ,即提高或降低神经元放电阈值,使得神经元难于或易于放电。 $k_l = -2, d = 1.5$ 受控系统在 $I = 0.398087$ 时,神经元才开始周期性放电。图(1)表示 $I = 0.3$ 受控与未控神经元的响应,可见在此情形下,神经元都处于静息电位,不放电,控制并没

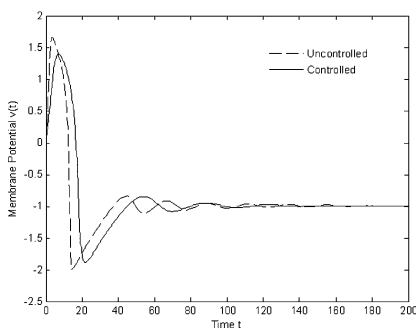


图1 控制对静息点位的影响, $k_l = -2, d = 1.5, I = 0.3$

Fig. 1 The control effect on the rest potential, $k_l = -2, d = 1.5, I = 0.3$

改变神经元静息电位。图(2)表示刺激电流 $I = 0.35$ 时,未控制的神经元已经开始周期性放电,而受控神经元仍然处于静息电位,未放电。可见通过增加控制提高了神经元放电阈值,使得神经元难于产生周期放电过程。

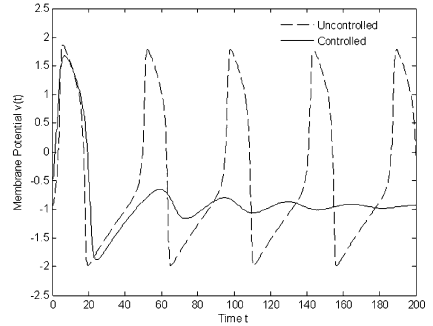


图2 控制对神经元放电阈值的影响, $k_l = -2, d = 1.5, I = 0.35$

Fig. 2 The control effect on the firing threshold,

$$k_l = -2, d = 1.5, I = 0.35$$

(1) 控制增益 k_l 对刺激电流 I 的影响

为研究控制增益 k_l 对产生分岔刺激电流值的影响,我们取 Washout filter 常数 $d = 1.5$,改变控制增益 k_l ,研究不同 k_l 值时,分岔参数 I 值。图(3)表示分岔 I 点随控制增益 k_l 的变化情况。可见在所选的控制增益 k_l 值情形下,控制增益 k_l 越大,分岔点电流 I 越大,即神经元放电阈值越大。可见增大控制作用能有效抑制神经元放电。

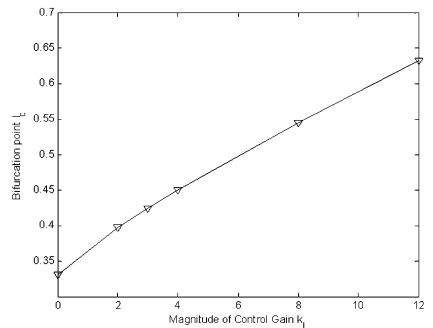


图3 分岔点 I_c 随控制增益 k_l 的变化, $d = 1.5$

Fig. 3 Variation of bifurcation point I_c with control gain, $k_l, d = 1.5$

(2) Washout filter 常数对刺激电流的影响

Washout filter 常数 d 为其时间常数的倒数。 $d > 0$ 对应稳定 Washout filter,而 $d < 0$ 则对应不稳定 filter。此处我们采用稳定 washout filter,并通过改变 d 值研究其对刺激电流 I 的影响,如图4所示,控制增益为 $k_l = -2$ 。从图中可以看出,分岔点电流 I 随 washout filter 常数 d 增大而降低。从而在控制增益一定时,通过减小 washout filter 常数可以有效提高

神经元放电阈值.

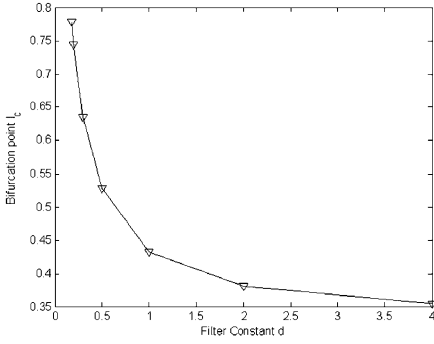


图4 分岔点 I_c 电流值 d 随变化, $k_l = -2$

Fig. 4 Variation of bifurcation point I_c with d , $k_l = -2$

2.2 对放电频率的影响

神经元放电频率为神经元活动的另一重要特征. 因而控制神经元放电行为的另一目的在于通过加入控制, 改变其放电频率, 从而有效降低/提高神经元活动水平.

(1) 控制增益 k_l 的影响

首先我们考虑在同样的刺激水平时, 控制增益对于神经元放电频率的作用. 对于 $d = 1.5, k_l = -8$, 神经元产生周期放电的刺激电流阈值为 $I_{min} = 0.545203$, 因此刺激水平采用 $I = 0.6$, 如图(5)所示. 随着控制增益 k_l 增大, 神经元放电周期增大, 因而增大控制能有效降低神经元活动水平.

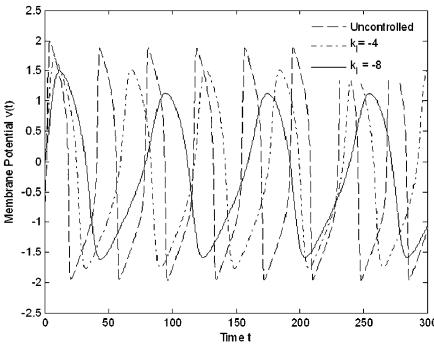


图5 相同刺激水平下,

控制增益 k_l 对神经元放电频率的影响, $d = 1.5, I = 0.6$

Fig. 5 The effect of control gain on the firing frequency

under same stimulation level, $d = 1.5, I = 0.6$

(2) Washout filter 常数的作用

在控制增益为 $k_l = -2, d = 0.18$ 时, 神经元放电的最小刺激电流为 $I_{min} = 0.778323$, 因此取刺激电流 $I = 0.8$, 如图(6)所示. 由图(6)可知, 在刺激电流作用下, 三个神经元都开始周期放电过程. 但随着 washout filter 常数减小, 放电周期明显增大,

即放电频率降低.

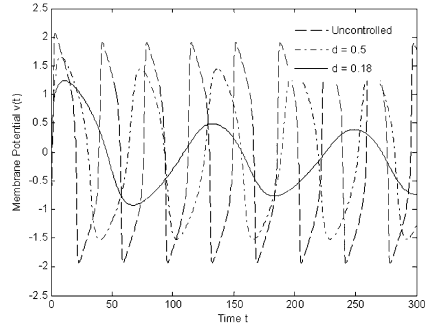


图6 相同刺激水平下,

washout filter 常数 d 对放电频率的影响, $k_l = -2, I = 0.8$

Fig. 6 The effect of washout filter parameter d on the firing

frequency under same stimulation level, $k_l = -2, I = 0.8$

3 结论

控制神经元放电行为具有极大理论及临床意义. 鉴于神经元放电的动力学机制, 本文采用 washout filter 对 FitzHugh-Nagumo 神经元分岔放电行为进行控制. 数值结果表明采用 washout filter 辅助的线性控制策略能有效控制 FitzHugh-Nagumo 神经元的分岔放电行为. 增大控制增益以及减小 washout filter 常数能明显提高神经元放电阈值, 有效阻止神经元放电. 同时在相同的刺激水平下, 增大控制增益以及减小 washout filter 常数能有效降低神经元放电频率, 降低神经元活动水平.

参 考 文 献

- 1 Gerstner W, Kistler W. Spiking neuron models: single neurons, populations, plasticity. New York: Cambridge University Press, 2002
- 2 Jianfeng Feng. Computational neuroscience: a comprehensive approach. Chapman& Hall/CRC, 2003
- 3 Baltuch G H, Stern M B. Deep brain stimulation for parkinson's disease. New York: Informa Healthcare USA, Inc., 2007
- 4 Hille B. Ionic channels of excitable membranes. Massachusetts: Sinauer Associates Inc., 2nd Edition, 1992
- 5 Izhikevich E M. Neural excitability, spiking, and bursting. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2000, 10: 1171 ~ 1266
- 6 Izhikevich E M. Dynamical systems in neuroscience: the geometry of excitability and bursting. The MIT Press, 2007

- 7 Guanrong Chen, Moiola J L. Bifurcation control: theories, methods, and applications. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2000, 3: 511 ~ 548
- 8 Nayfeh A H, Harb A M, Chin C M. Bifurcation in a power system model. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 1996, 6: 497 ~ 512
- 9 Tesi A, Abed E H, Genesio R, Wang H O. Harmonic balance analysis of period-doubling bifurcations with implications for control of nonlinear dynamics. *Automatica*, 1996, 32: 1255 ~ 1271
- 10 Berns D W, Moiola J L, Chen G. Feedback control of limit cycle amplitudes from a frequency domain approach. *Automatica*, 1998, 34: 1567 ~ 1572
- 11 吴志强, 张建伟, 王喆. 极限环高阶分岔控制. 动力学与控制学报, 2007, 5(1): 23 ~ 26 (Wu Zhiqiang, Zhang Jianwei, Wang Zhe. Higher order limit-cycle bifurcation control. *Journal of Dynamics and Control*, 2007, 5(1): 23 ~ 26 (in Chinese))
- 12 Chen G, Fang J Q, Qin H. Controlling Hopf bifurcation: discrete-time system. *Discrete Dynamics in Nature and Society*, 2000, 5: 29 ~ 33
- 13 Chen X, Gu G, Martin P, Zhou K. Bifurcation control with output feedback and its applications to rotating stall control. *Automatica*, 1998, 34: 437 ~ 443
- 14 Wang H O, Abed E H. Bifurcation control of a chaotic system. *Automatica*, 1995, 31: 1213 ~ 1226
- 15 Moiola J L, Bems D W, Chen G. Controlling degenerate Hopf bifurcations. *Latin American Applied research*, 1999, 29: 213 ~ 220
- 16 Bems D W, Moiola J L, Chen G. Predicting period-doubling bifurcations and multiple oscillations in nonlinear time-delayed feedback system. *IEEE Transaction on Circuits and Systems (I)*, 1998, 45: 759 ~ 763
- 17 Lee H C. Robust control of bifurcating nonlinear systems with applications. PHD thesis, 1991
- 18 Koch C. Biophysics of computation: information processing in single neurons. New York: Oxford University Press, 1999

BIFURCATION CONTROL OF FITZHUGH-NAGUMO NEURONAL FIRING BEHAVIOR AIDED WITH WASHOUT-FILTER *

Luo Ming Peng Jianhua Wu Yongjun

(School of Information Science & Engineering, East China University of Science and Technology, Shanghai 200237, China)

Abstract Neurons are the elementary information processing units of the brain. Action potential is the basic unit of signal processing and transmission. The effect control of neuronal firing activity and, hence, that of nervous system function is one of the most attracting topics in theoretical neuroscience. It has great potential for clinic applications. In view of bifurcation mechanism of neuronal discharge, a washout-filter aided feedback bifurcation control strategy was applied to the FitzHugh-Nagumo neuron model. The control effectiveness on the neuron firing was discussed. The influence of control gain and washout-filter parameter on the control effect were also studied.

Key words FitzHugh-Nagumo, washout-filter, bifurcation control