

多个神经振子群网络的相位动力学编码

王如彬¹ 张志康¹ 谢智刚² 焦贤发³

(1. 华东理工大学信息科学与工程学院认知神经动力学研究所, 上海 200237) (2. 香港理工大学资讯与信息工程系, 香港)
(3. 合肥工业大学数学系, 合肥 230009)

摘要 利用随机相变动力学理论研究运动认知的神经网络动力学模型. 给出了感觉神经元集群、中间神经元集群和运动皮层神经元集群在耦合条件下相互作用、相位编码和数密度随时间的演化. 探讨了神经网络在自发运动条件下以及在刺激条件下的神经网络动力学响应. 通过数值模拟证实了(1)Walter J. Freeman 提出的皮层动力学响应不能够编码外刺激信息的猜想;(2)串行的神经网络系统的神经编码具有节律编码的性质;(3)在中枢神经系统的调控中,神经抑制有其重要的作用.

关键词 生物学神经网络, 相位编码, 节律编码, 感知神经元, 中间神经元, 运动神经元, 神经振子集群

引言

在神经信息学领域中,神经编码的动力学机制已经有了大量的发表^[1-6],引起了科学家们的极大兴趣].而相变动力学理论由于能够充分体现复杂网络中神经编码的频率及其强度、相互耦合以及振幅的变化,从而引起了许多计算神经科学家与神经外科专家的关注与重视^[7-10].这个理论的主要优点是能够描述大规模神经振子群的集群活动和在刺激作用下的响应;能够简化耦合条件下神经元集群的建模,虽然简化后的模型对于描述神经振子的活动较为粗糙但由于能够体现神经编码的频率特征和神经发放的强度.从而达到与其它的各种神经元模型所组成的网络结构几乎相同的效果,例如同样能够刻画网络与集群的同步发放以及发放节律的控制等等^[11-13].神经元集群的相变动力学模型的另一个主要优点是给出一个庞大的具有相同个数的神经元集群,在分别计算它们的同步运动时,相变动力学模型由于维数被降低同时能够有效地利用神经网络系统中的序参数,因而计算时间被极大地缩短且容易收敛,而诸如 Hindmarsh - Rose (HR)模型,FitHugh - Nagumo (FHN)以及 Chay 模型等却需要花极其大量的计算机计算时间.当神经元数量越多,计算时间成几何级数增长.还有一个

优点是它能够完整地描述神经振子群活动的周期性,例如它能够很好地描述刺激作用下神经振子群的同期化运动、非同期化运动以及再同期化运动^[14].由于上述原因,用相变动力学理论和方法来研究神经信息的传递和神经编码的确有它不可比拟的优点,而这类特性却是其他的神经元模型不具有的.

关于用随机相变动力学理论研究神经信息处理已经有很多的研究^[15-18].在医学研究领域内用随机相变动力学理论研究退行性神经疾病例如帕金森氏症的物理治疗,也取得了很大的成功^[14,19].最近几年相变动力学理论还被运用于认知神经动力学的研究,并成功地解释了注意与记忆形成的神经动力学机制^[20,21].然而在上述研究中,所提出的所有模型都仅局限于一个神经振子群.这对于研究神经信息在各个神经元集群之间的传导和各皮层区之间的相位编码和译码是远远不够的.例如对于运动认知的神经信息进行处理时,当感受器细胞并行地将环境信息通过中间神经元传递给运动皮层的神经细胞时,那么运动皮层神经元是否编码环境信息,也就是说刺激信息经中间神经元处理后,是否能够在运动皮层的编码模式中反映出来?这是本文所关心的问题.本文通过所给出的神经网络模型,希望从理论上澄清皮层的动力学响应是否能够

编码外刺激的性质,这样的研究目前在实验上还不可能做到.

1 神经网络的相变动力学模型

考虑由三个神经元集团串联组成的一个神经网络系统,该神经网络系统的神经元总数为 N_2 . 其中 A, B, C 三个神经振子群的个数分别为 $\underbrace{1, 2, \dots, N-1}_{N-1}, \underbrace{N, \dots, N_1}_{N_1-N+1}, \underbrace{N_1+1, \dots, N_2}_{N_2-N_1}$. 因为是串联的连接,它们之间的具体连接结构和耦合方式如图1所示:

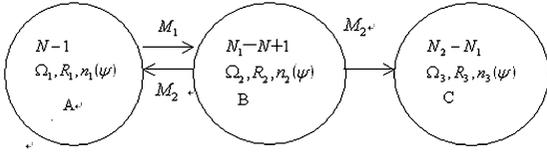


图1 由三个神经振子群串行连接组成的神经网络系统
Fig.1 Neural network composed by connection of series by three populations of neuronal oscillators

在 A 集团和 B 集团内的各个神经振子相互耦合,而且 A 集团和 B 集团之间通过相互作用而互相耦合,也就是说它们之间的神经信号可以互相传递. 在 B 集团和 C 集团内,各个神经振子也相互耦合,但 B 集团对 C 集团为单向耦合,即信号在 BC 集团之间只能按箭头所指方向单向传输.

这个神经网络结构研究的对象是一个简化的运动控制系统. 系统中的 A 集团主要描述感受器细胞群在环境信息作用下的相互作用,如果运动是以大脑皮层为中心来控制的,则脊髓中的中间神经元集群 B 将来自于神经元群 A 的神经信号投射给运动皮层的运动神经元集群 C ,然后运动神经元将神经脉冲反馈给感觉效应器肌肉,以形成肢体的适当运动. 本文主要考察该情况下各神经振子群之间在耦合条件下的相位神经编码以及它们在刺激作用下的数密度演化响应.

总数为 N_2 个神经元组成的神经网络,相位 ψ_j ($j = 1, 2, \dots, N_2$) 在刺激、相互作用和噪声的作用下,各个神经振子群的相位方程和振幅方程可分别表为:

$$\begin{aligned} \dot{\psi}_j &= \Omega_1 + \frac{1}{N_1} \left[\sum_{k=1}^{N-1} M_1(\psi_j - \psi_k, r_j, r_k) + \sum_{k=N}^{N_1} M_2(\psi_j - \psi_k, r_j, r_k) \right] + S_1(\psi_j, r_j) + F_j(t) \quad j = 1, 2, \dots, N-1 \\ \dot{\psi}_j &= \Omega_2 + \frac{1}{N_1} \left[\sum_{k=1}^{N-1} M_1(\psi_j - \psi_k, r_j, r_k) + \sum_{k=N}^{N_1} M_2(\psi_j - \psi_k, r_j, r_k) \right] + S_2(\psi_j, r_j) + F_j(t) \quad j = N, N+1, \dots, N_1 \\ \dot{\psi}_j &= \Omega_3 + \frac{1}{N_2 - N + 1} \left[\sum_{k=N}^{N_1} M_2(\psi_j - \psi_k, r_j, r_k) + \sum_{k=N_1+1}^{N_2} M_3(\psi_j - \psi_k, r_j, r_k) \right] + S_3(\psi_j, r_j) + F_j(t) \quad j = N_1 + 1, N + 2, \dots, N_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{r}_j &= g_1(r_j) \quad j = 1, 2, \dots, N-1 \\ \dot{r}_j &= g_2(r_j) \quad j = N, N+1, \dots, N_1 \\ \dot{r}_j &= g_3(r_j) \quad j = N_1 + 1, N_1 + 2, \dots, N_2 \end{aligned} \quad (1)$$

在第一个相位方程中, Ω_1 表示 A 集团内所有神经振子的频率, M_1 表示 A 集团内神经振子之间的相互耦合,而 M_2 表示 B 集团对 A 集团的作用; 在第二个相位方程中, Ω_2 表示 B 集团内所有神经振子的频率,而 M_1 表示 A 集团对 B 集团的作用, M_2 表示 B 集团内神经振子之间的相互耦合; 在第三个相位方程中, Ω_3 表示 C 集团内所有神经振子的频率,而 M_2 表示 B 集团对 C 集团的作用, M_3 表示 C 集团内神经振子之间的相互耦合. 符号 $F_j(t)$ 表示网络系统中的背景噪声,可以由高斯白噪声模拟,并满足以下二阶矩条件:

$$\langle F_j(t) \rangle = 0, \quad \langle F_j(t) F_k(t') \rangle = Q \delta_{jk} \delta(t - t') \quad (2)$$

神经元之间的相互作用项为:

$$M_i(\psi_j - \psi_k, r_j, r_k) = - \sum_{m=1}^l 2r_j^m r_k^m (K_{im} \sin m(\psi_j - \psi_k) + C_{im} \cos m(\psi_j - \psi_k)) \quad (i = 1, 2, 3) \quad (3)$$

考虑到神经网络的输入刺激具有内刺激的形式,故刺激项可表达为下列的形式:

$$S_i(\psi_j, r_j) = \sum_{m=1}^l I_{im} r_j^m \cos(m\psi_j + \gamma_{im}) \quad i = 1, 2, 3 \quad (4)$$

方程(1)中最后三项振幅方程可设定它们的形式解为:

$$r_j = \begin{cases} R_1(t) = R_1 & j = 1, \dots, N-1 \\ R_2(t) = R_2 & j = N, \dots, N_1 \\ R_3(t) = R_3 & j = N_1 + 1, \dots, N_2 \end{cases} \quad (5)$$

设三个神经元集团的联合概率密度是 $f = f(\psi_1, \dots, \psi_{N_2}, R_1, R_2, R_3, t)$, 并且满足如下 FPK 方程:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} &= - \sum_{k=1}^3 g_k(R_k) \frac{\partial f}{\partial R_k} - \sum_{j=1}^{N-1} \frac{\partial}{\partial \psi_j} [T_1 f] - \sum_{j=N}^{N_1} \frac{\partial}{\partial \psi_j} [T_2 f] - \sum_{j=N_1+1}^{N_2} \frac{\partial}{\partial \psi_j} [T_3 f] + \frac{Q}{2} \sum_{j=1}^{N_2} \frac{\partial^2 f}{\partial \psi_j^2} \end{aligned} \quad (6)$$

其中

$$T_1(\psi_j, \psi_k, r_j, r_k) = \Omega_1 + \frac{1}{N_1} \left[\sum_{k=1}^{N-1} M_1(\psi_j - \psi_k, r_j, r_k) + \sum_{k=N}^{N_1} M_2(\psi_j - \psi_k, r_j, r_k) \right]$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{k=N}^{N_1} M_2(\psi_j - \psi_k, r_j, r_k)] + S_1(\psi_j, r_j) = \\
& \frac{1}{N_1} \sum_{k=1}^{N_1} T_{11}(\psi_j, \psi_k, r_j, r_k) \\
T_{11} = & \begin{cases} \Omega_1 + S_1(\psi_j, r_j) + M_1(\psi_j - \psi_k, r_j, r_k) \\ \underline{\underline{\text{记}}} T_{11a} & k = 1, \dots, N-1 \\ \Omega_1 + S_1(\psi_j, r_j) + M_2(\psi_j - \psi_k, r_j, r_k) \\ \underline{\underline{\text{记}}} T_{11b} & k = N, \dots, N_1 \end{cases} \\
T_2(\psi_j, \psi_k, r_j, r_k) = & \Omega_2 + \frac{1}{N_1} \left[\sum_{k=1}^{N-1} M_1(\psi_j - \psi_k, r_j, \right. \\
& \left. r_k) + \sum_{k=N}^{N_1} M_2(\psi_j - \psi_k, r_j, r_k) \right] + S_2(\psi_j, r_j) = \frac{1}{N_1} \sum_{k=1}^{N_1} T_{22} \\
& (\psi_j, \psi_k, r_j, r_k) \\
T_{22} = & \begin{cases} \Omega_2 + S_2(\psi_j, r_j) + M_1(\psi_j - \psi_k, r_j, r_k) \\ \underline{\underline{\text{记}}} T_{22a} & k = 1, \dots, N-1 \\ \Omega_1 + S_2(\psi_j, r_j) + M_2(\psi_j - \psi_k, r_j, r_k) \\ \underline{\underline{\text{记}}} T_{22b} & k = N, \dots, N_1 \end{cases} \\
T_3(\psi_j, \psi_k, r_j, r_k) = & \Omega_3 + \frac{1}{N_2 - N + 1} \left[\sum_{k=N}^{N_1} M_2(\psi_j - \right. \\
& \left. \psi_k, r_j, r_k) + \sum_{k=N_1+1}^{N_{21}} M_3(\psi_j, \psi_k, r_j, r_k) \right] + \\
S_3(\psi_j, r_j) = & \frac{1}{N_2 - N + 1} \sum_{k=N}^{N_2} T_{33}(\psi_j, \psi_k, r_j, r_k) \\
T_{33} = & \begin{cases} \Omega_3 + S_3(\psi_j, r_j) + M_2(\psi_j - \psi_k, r_j, r_k) \\ \underline{\underline{\text{记}}} T_{33a} & k = N, \dots, N_1 \\ \Omega_3 + S_3(\psi_j, r_j) + M_3(\psi_j - \psi_k, r_j, r_k) \\ \underline{\underline{\text{记}}} T_{33b} & k = N_1 + 1, \dots, N_2 \end{cases} \quad (7)
\end{aligned}$$

根据文献[8]以 2π 为周期的任意函数可表示

$$\begin{aligned}
& \text{为 } F(\psi_j, \psi_k) = \int_0^{2\pi} F(\psi_j, \psi') \delta(\psi' - \psi_k) d\psi' \\
& \text{令 } \bar{n}(\psi) = \frac{1}{N_2} \sum_{k=1}^{N_2} \delta(\psi - \psi_k) = \frac{1}{N_2} \left[\sum_{k=1}^{N-1} \delta(\psi - \psi_k) + \sum_{k=N}^{N_1} \right. \\
& \left. \delta(\psi - \psi_k) + \sum_{k=N_1+1}^{N_2} \delta(\psi - \psi_k) \right] \underline{\underline{\text{记}}} \bar{n}_1(\psi) + \bar{n}_2(\psi) \\
& + \bar{n}_3(\psi) \quad (8)
\end{aligned}$$

定义数密度为:

$$\begin{aligned}
n(\psi, R_1, R_2, R_3, t) = & \int_0^{2\pi} \dots \int_0^{2\pi} \bar{n}(\psi) f d\psi_l \\
& \underline{\underline{\text{记}}} \sum_{i=1}^3 n_i(\psi, R_1, R_2, R_3, t) \quad (9)
\end{aligned}$$

其中 $n_i(\psi, R_1, R_2, R_3, t)$ $i=1, 2, 3$ 分别表示 A, B, C 三个神经振子群的数密度, 具有如下特性:

$$(1) n(\psi, R_1, R_2, R_3, t) = n(2\pi, R_1, R_2, R_3, t),$$

具有 2π 周期.

$$(2) \int_0^{2\pi} n d\psi = 1, \text{符合归一化条件.}$$

$$\int_0^{2\pi} n_1 d\psi = \frac{N-1}{N_2}, \int_0^{2\pi} n_2 d\psi = \frac{N_1 - N + 1}{N_2},$$

$$\int_0^{2\pi} n_3 d\psi = \frac{N_2 - N_1}{N_2} \quad (10)$$

将概率密度代入数密度表达式(9), 通过整理, 可得

$$\begin{aligned}
\frac{\partial n}{\partial t} = & \int_0^{2\pi} \dots \int_0^{2\pi} \bar{n} \frac{\partial f}{\partial t} d\psi_l = - \sum_{k=1}^3 g_k(R_k) \frac{\partial n}{\partial R_k} + \\
& \frac{Q}{2} \frac{\partial^2}{\partial \psi^2} n - \int_0^{2\pi} \dots \int_0^{2\pi} \sum_{j=1}^{N-1} \frac{1}{N_2} \frac{\partial}{\partial \psi} \delta(\psi - \psi_j) T_{11} f d\psi_l - \\
& \int_0^{2\pi} \dots \int_0^{2\pi} \sum_{j=N}^{N_1} \frac{1}{N_2} \frac{\partial}{\partial \psi} \delta(\psi - \psi_j) T_{22} f d\psi_l - \\
& \int_0^{2\pi} \dots \int_0^{2\pi} \sum_{j=N_1+1}^{N_2} \frac{1}{N_2} \frac{\partial}{\partial \psi} \delta(\psi - \psi_j) T_{33} f d\psi_l = \\
& - \sum_{k=1}^3 g_k(R_k) \frac{\partial n}{\partial R_k} + \frac{Q}{2} \frac{\partial^2}{\partial \psi^2} n - \int_0^{2\pi} \dots \\
& \int_0^{2\pi} \left[\sum_{j=1}^{N-1} \frac{1}{N_2} \frac{1}{N_1} \frac{\partial}{\partial \psi} \delta(\psi - \psi_j) \sum_{k=1}^{N_1} T_{11}(\psi_j, \psi_k, r_j, r_k) f + \right. \\
& \sum_{j=N}^{N_1} \frac{1}{N_2} \frac{1}{N_1} \frac{\partial}{\partial \psi} \delta(\psi - \psi_j) \sum_{k=1}^{N_1} T_{22} f + \\
& \sum_{j=N_1+1}^{N_2} \frac{1}{N_2} \frac{1}{N_2 - N + 1} \frac{\partial}{\partial \psi} \delta(\psi - \psi_j) \sum_{k=1}^{N_1} T_{33} f \left. \right] d\psi_l = \\
& - \sum_{k=1}^3 g_k(R_k) \frac{\partial n}{\partial R_k} + \frac{Q}{2} \frac{\partial^2}{\partial \psi^2} n - \int_0^{2\pi} \dots \\
& \int_0^{2\pi} \left[\frac{1}{N_2} \frac{1}{N_1} \sum_{j=1}^{N-1} \frac{\partial}{\partial \psi} \delta(\psi - \psi_j) \left(\sum_{j=1}^{N-1} T_{11a}(R_1, R_1) + \right. \right. \\
& \sum_{j=N}^{N_1} T_{11b}(R_1, R_2) \left. \right) f + \frac{1}{N_2 N_1} \frac{\partial}{\partial \psi} \sum_{j=N}^{N_1} \delta(\psi - \\
& \psi_j) \left(\sum_{j=1}^{N-1} T_{22a}(R_2, R_1) + \sum_{j=N}^{N_1} T_{22b}(R_2, R_2) \right) f + \\
& \frac{1}{N_2(N_2 - N + 1)} \sum_{j=N_1+1}^{N_2} \frac{\partial}{\partial \psi} \delta(\psi - \psi_j) \times \\
& \left(\sum_{k=N}^{N_1} T_{33a}(R_3, R_2) + \sum_{j=N_1+1}^{N_2} T_{33b}(R_3, R_3) \right) f \left. \right] d\psi_l = \\
& - \sum_{k=1}^3 g_k(R_k) \frac{\partial n}{\partial R_k} + \frac{Q}{2} \frac{\partial^2}{\partial \psi^2} n - \frac{N_2}{N_1} \times \\
& \frac{\partial}{\partial \psi} \int_0^{2\pi} \left[T_{11a}(\psi, \psi', R_1, R_1) n_1(\psi) n_1(\psi') + \right. \\
& T_{11b}(\psi, \psi', R_1, R_2) n_1(\psi) n_2(\psi') + \\
& T_{22a}(\psi, \psi', R_2, R_1) n_2(\psi) n_1(\psi') + \\
& \left. T_{22b}(\psi, \psi', R_2, R_2) n_2(\psi) n_2(\psi') \right] d\psi' -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{N_2}{N_2 - N + 1} \frac{\partial}{\partial \psi} \int_0^{2\pi} [T_{33a}(\psi, \psi', R_3, R_2) n_3(\psi) n_2(\psi') + \\
& T_{33b}(\psi, \psi', R_3, R_3) n_3(\psi) n_3(\psi')] d\psi' = - \sum_{k=1}^3 g_k(R_k) \times \\
& \frac{\partial n}{\partial R_k} + \frac{Q}{2} \frac{\partial^2}{\partial \psi^2} n - \Omega_1 \frac{\partial}{\partial \psi} n_1(\psi) - \Omega_2 \frac{\partial}{\partial \psi} n_2(\psi) - \\
& \Omega_3 \frac{\partial}{\partial \psi} n_3(\psi) - \frac{\partial}{\partial \psi} (S_1(\psi, R_1) n_1(\psi)) - \\
& \frac{\partial}{\partial \psi} (S_2(\psi, R_2) n_2(\psi)) - \frac{\partial}{\partial \psi} (S_3(\psi, R_3) n_3(\psi)) - \\
& \frac{N_2}{N_1} \frac{\partial}{\partial \psi} [n_1(\psi) \int_0^{2\pi} M_1(\psi - \psi', R_1, R_1) n_1(\psi') d\psi' + \\
& n_2(\psi) \int_0^{2\pi} M_1(\psi - \psi', R_2, R_1) n_1(\psi') d\psi' + \\
& n_1(\psi) \int_0^{2\pi} M_2(\psi - \psi', R, R_2) n_2(\psi') d\psi' + \\
& n_2(\psi) \int_0^{2\pi} M_1(\psi - \psi', R_2, R_2) n_2(\psi') d\psi'] - \\
& \frac{N_2}{N_2 - N + 1} \frac{\partial}{\partial \psi} [n_3(\psi) \int_0^{2\pi} M_2(\psi - \\
& \psi', R_3, R_2) n_2(\psi') d\psi' + n_3(\psi) \int_0^{2\pi} M_3(\psi - \\
& \psi', R_3, R_3) n_3(\psi') d\psi'] \quad (11)
\end{aligned}$$

式(11)可分解为下列三个方程:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial n_1}{\partial t} &= - \sum_{k=1}^3 g_k(R_k) \frac{\partial n_1}{\partial R_k} + \frac{Q}{2} \frac{\partial^2}{\partial \psi^2} n_1 - \Omega_1 \frac{\partial}{\partial \psi} n_1(\psi) - \\
& \frac{\partial}{\partial \psi} (S_1(\psi, R_1) n_1(\psi)) - \frac{N_2}{N_1} \frac{\partial}{\partial \psi} [n_1(\psi) \int_0^{2\pi} M_1(\psi - \\
& \psi', R_1, R_1) n_1(\psi') + M_2(\psi - \psi', R_1, R_2) n_2(\psi')] d\psi' \\
\frac{\partial n_2}{\partial t} &= - \sum_{k=1}^3 g_k(R_k) \frac{\partial n_2}{\partial R_k} + \frac{Q}{2} \frac{\partial^2}{\partial \psi^2} n_2 - \Omega_2 \frac{\partial}{\partial \psi} n_2(\psi) - \\
& \frac{\partial}{\partial \psi} (S_2(\psi, R_2) n_2(\psi)) - \frac{N_2}{N_1} \frac{\partial}{\partial \psi} [n_2(\psi) \int_0^{2\pi} M_1(\psi - \\
& \psi', R_2, R_1) n_1(\psi') + M_2(\psi - \psi', R_2, R_2) n_2(\psi')] d\psi' \\
\frac{\partial n_3}{\partial t} &= - \sum_{k=1}^3 g_k(R_k) \frac{\partial n_3}{\partial R_k} + \frac{Q}{2} \frac{\partial^2}{\partial \psi^2} n_3 - \Omega_3 \frac{\partial}{\partial \psi} n_3(\psi) - \\
& \frac{\partial}{\partial \psi} (S_3(\psi, R_3) n_3(\psi)) - \frac{N_2}{N_2 - N + 1} \frac{\partial}{\partial \psi} \times \\
& [n_3(\psi) \int_0^{2\pi} M_2(\psi - \psi', R_3, R_2) n_2(\psi') + M_3(\psi - \\
& \psi', R_3, R_3) n_3(\psi')] d\psi' \quad (12)
\end{aligned}$$

2 相位编码和数密度随时间的演化

(1) 考察神经网络的自发活动

根据已发表的研究结果^[21,22],已经证明振幅 r_j

的瞬时变化对数密度演化的影响很小. 本文用一个常数来表示, 即 $R_j = 1 (j = 1, 2, 3)$. 在振幅变化为一个常数的条件下, 我们首先观察神经振子的固有频率 Ω_l 对数密度演化的影响. 在感觉神经元集群 A 的作用下, 与中间神经元集群 B 相连的运动神经元末梢与肌肉纤维连接而引起肌纤维张力的变化. 因为中间神经元一般是兴奋型的^[24], 我们观察神经振子群 A 和 C 当中间神经元集群 B 的频率变化前与变化后, 与之相连接的神经振子群的数密度演化过程以及对应的相位编码. 条件为各个振子群的耦合强度均为一阶谐波耦合, 并选择 A, B, C 集团内神经振子的个数分别为 $N = 200000$ 个, $N_1 = 80000$ 个和 $N_2 = 20000$ 个.

上、中、下图分别表示 A, B, C 集团的数密度演化. 除非作特殊说明以后出现的数值计算结果不再重复表达. 其中表示白噪声强度, $K_{11} = K_{31} = 1$ 以及 $K_{21} = 2$ 分别表示振子群之间不同的耦合强度. 而各神经振子群的频率相同.

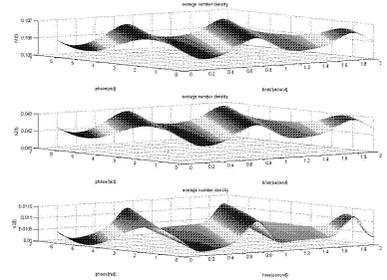


图2 $Q = 0.4; N = 200001; N_1 = 280000; N_2 = 300000; K_{11} = K_{31} = 1;$

$$K_{21} = 2; C_{im} = 0; I_{im} = 0; \Omega_1 = \Omega_2 = \Omega_3 = 2\pi$$

Fig. 2 $Q = 0.4; N = 200001; N_1 = 280000; N_2 = 300000;$

$$K_{11} = K_{31} = 1; K_{21} = 2; C_{im} = 0; I_{im} = 0; \Omega_1 = \Omega_2 = \Omega_3 = 2\pi$$

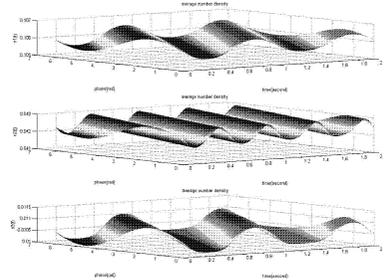


图3 $Q = 0.4; N = 200001; N_1 = 280000; N_2 = 300000; K_{11} = K_{31} = 1;$

$$K_{21} = 2; C_{im} = 0; I_{im} = 0; \Omega_1 = \Omega_3 = 2\pi; \Omega_2 = 4\pi$$

Fig. 3 $Q = 0.4; N = 200001; N_1 = 280000; N_2 = 300000;$

$$K_{11} = K_{31} = 1; K_{21} = 2; C_{im} = 0; I_{im} = 0; \Omega_1 = \Omega_3 = 2\pi; \Omega_2 = 4\pi$$

通过图3与图2的比较, 我们发现由于神经振子群 B 中各个神经振子频率的改变, 能够显著地影

响振子群 A 和 C 的相位编码模式. 并且整个同步运动的模式也发生了很大的变化. 这说明中间神经元组成的神经振子群 B 在频率变化的情况下, 将会改变感知神经元集群 A 的活动以及运动皮层神经细胞 C 的活动模式. 这意味着在中间神经元频率的改变会影响运动皮层神经元同步发放的模式, 并控制肌纤维张力的变化以便调节感觉效应器以使肢体作出合适的动作. 这个数值模拟的结果与神经生物学的结论是一致的^[26,27].

为了分析频率变化以后, 进一步比较各个神经振子群相同步运动的变化趋势, 我们用图 4 来表示图 2 和图 3 中各个神经元集群数密度的相对差, 即相对差是指频率改变后由图 3 所示的各神经振子集群的数密度减去频率改变前由图 2 所示的各神经振子集群的数密度再除以频率改变前各神经振子集群的数密度. 由此可以判断相同步的变化趋势. 我们发现在耦合条件下神经振子群 A 和 C 的相同步运动发生了偏移. 这表明振子群 B 内神经元频率的改变会影响其他耦合神经振子群神经信号传播的速度. 确实神经信息传播的速度是由频率决定的^[14].

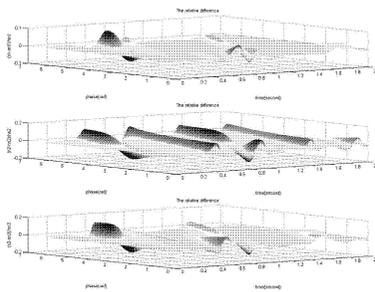


图 4 图 2 和图 3 对应神经振子群数密度的相对差

Fig. 4 The relative difference of the averaging number density of populations of neuronal oscillators in Fig. 2 and Fig. 3

特别是当耦合强度减小的时候, 图 5 和图 6 的耦合系数比图 2 和图 3 小 20 倍, 在其他条件完全相同的条件下, 通过图 5 至图 7 数密度演化的观察, 我们发现相同步运动的强度被进一步削弱. 而频率的变化对各个神经振子群数密度演化的影响就变得更小.

如果我们直接比较图 2 和图 5 以及图 3 和图 6, 我们能够观察到在弱耦合条件下, 各神经振子群的同步运动是减弱的. 为了能够更直观的观察效果, 这里我们给出数密度的相对差进行分析.

从图 7 观察数密度演化的相对差, 与图 4 相比

A 、 B 、 C 三个振子群的相同步运动变得更弱. 例如将图 7 的上图与图 4 的上图比较, 可以观察到数密度的峰值减小了 100 倍, 而比较图 7 和图 4 的下图, 可以发现数密度的峰值减小了 20 倍. 这种现象表明在神经网络自发运动的情况下, 在弱耦合条件下随着频率的改变整个网络系统的相同步运动会减弱. 这是可以理解的, 我们先前发表的研究已经证明, 只有在刺激作用下的弱耦合神经网络系统, 在刺激强度大于耦合强度的情况下, 神经元集群之间的耦合强度才会得到增强^[20, 21].

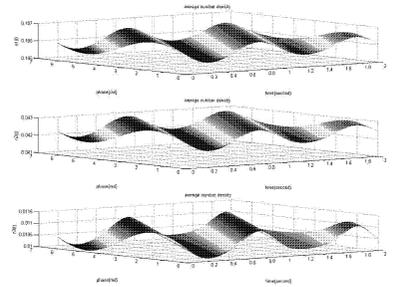


图 5 $Q=0.4; N=200001; N_1=280000; N_2=300000; K_{11}=K_{31}=1;$

$$K_{21}=0.1; C_{im}=0; I_{im}=0; \Omega_1=\Omega_2=\Omega_3=2\pi$$

Fig. 5 $Q=0.4; N=200001; N_1=280000; N_2=300000;$

$$K_{11}=K_{31}=1; K_{21}=2; C_{im}=0; I_{im}=0; \Omega_1=\Omega_3=2\pi; \Omega_2=4\pi$$

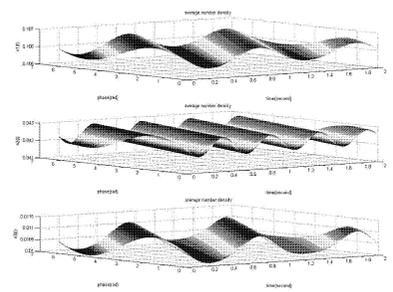


图 6 $Q=0.4; N=200001; N_1=280000; N_2=300000; K_{11}=K_{31}=1;$

$$K_{21}=0.1; C_{im}=0; I_{im}=0; \Omega_1=\Omega_3=2\pi; \Omega_2=4\pi$$

Fig. 6 $Q=0.4; N=200001; N_1=280000; N_2=300000;$

$$K_{11}=K_{31}=1; K_{21}=2; C_{im}=0; I_{im}=0; \Omega_1=\Omega_3=2\pi; \Omega_2=4\pi$$

各个神经振子群的神经元数目差别很大也会对数密度的演化产生很大的影响. 我们曾经指出: 在同等参数条件下, 神经元个数的差距越大, 数密度演化的结果越趋向于个数多的那簇神经元^[21]. 两簇神经元数目的比例对演化结果的影响非常显著, 个数多的那簇神经元能够主导系统的演化结果^[20]. 但是通过图 8 与图 2 的比较, 我们可以观察到当各个神经振子群数目趋近的时候(即各为 10 万个神经元的时候), 由图 8 给出的计算结果表明,

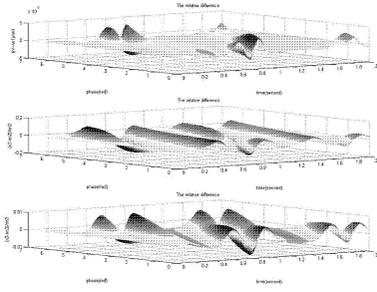


图7 图5和图6之间数密度的相对差

Fig.7 The relative difference of averaging number density between in Fig. 5 and in Fig. 6

A、B、C 三个集群不仅随时间演化的规律趋于一致，而且同步运动的规律也趋于一致。

耦合强度既是学习和记忆的结果也是由网络的神经结构所决定的^[20]。所以我们有必要研究耦合关系在强弱不同的时候，该神经网络系统的相位编码和同步化运动的趋势。我们还观察到在不同的耦合条件下，该神经网络系统相同步运动和神经网络所呈现的节律性的特点。

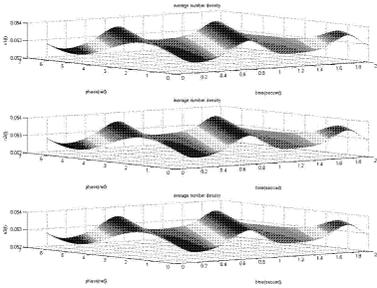


图8 Q=0.4; N=100001; N1=200000; N2=300000; K11=K31=1; K21=0.1; Cim=0; Iim=0; Ω1=Ω2=Ω3=2π

Fig. 8 Q=0.4; N=100001; N1=200000; N2=300000;

K11=K31=1; K21=2; Cim=0; Iim=0; Ω1=Ω3=Ω2=2π

在弱耦合条件下的数密度演化由图9表示：

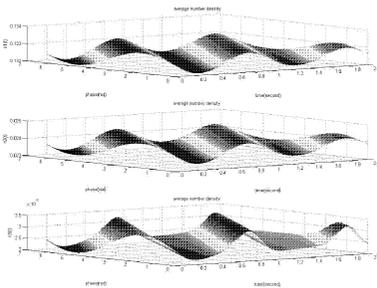


图9 Q=0.4; N=200001; N1=280000; N2=300000; K11=K31=1; K21=0.1; Cim=0; Iim=0; Ω1=Ω3=2π; Ω2=4π

Fig. 9 Q=0.4; N=200001; N1=280000; N2=300000;

K11=K31=1; K21=2; Cim=0; Iim=0; Ω1=Ω3=2π; Ω2=4π

在强耦合条件下的数密度演化由图10表示：

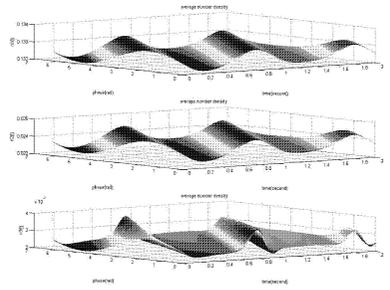


图10 Q=0.4; N=250001; N1=295000; N2=300000; K11=K31=1; K21=2; Cim=0; Iim=0; Ω1=Ω3=Ω2=2π

Fig. 10 Q=0.4; N=250001; N1=295000; N2=300000;

K11=K31=1; K21=2; Cim=0; Iim=0; Ω1=Ω3=Ω2=2π

从图9和10中我们可以看到一个明显的情况是不同的耦合系数对各个神经振子群的同步作用很明显。耦合系数越大，相同步化的强度就越高。此外，还可以看到一个有趣的现象，当B集团的耦合系数由小变大的时候，由于B集团与A集团互相耦合，并且B集团同时又作用于C集团，因此这种各个集群内同步运动的传递实际上反映了整个神经网络系统的节律运动，从数值计算结果来看，这种节律运动确实是有规律的和稳定的。但是需要进一步研究同步运动和节律模式之间的关系，这也是计算神经科学家十分关心的问题。

(2) 考察刺激对数密度演化的影响

如果对A集团施加刺激，刺激效果通过耦合的传递引起神经振子群B和C的数密度演化如图11所示。显然，集群A的演化响应是最为明显的。为了更容易地观察刺激通过A反映在集群B和C上的响应，我们给出图11和图2对应集团的数密度的相对差如图12所示。

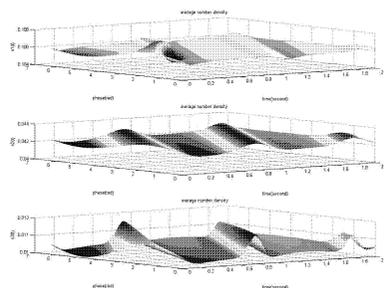


图11 Q=0.4; N=200001; N1=280000; N2=300000; K11=K31=1; K21=2; Cim=0; I11=5; Ω1=Ω3=Ω2=2π

Fig. 11 Q=0.4; N=200001; N1=280000; N2=300000;

K11=K31=1; K21=2; Cim=0; I11=5; Ω1=Ω3=Ω2=2π

参数表示一阶谐波刺激作用于神经振子群 A.

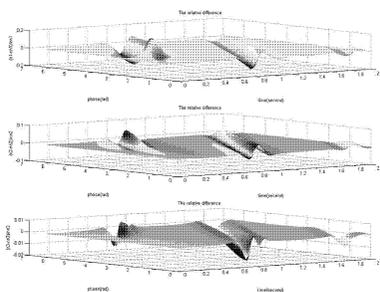


图 12 图 11 和图 2 对应集团数密度的相对差

Fig. 12 The relative difference of averaging number density between in Fig. 11 and in Fig. 2

从图 12 可以看到对 A 集团的刺激通过耦合传递,对 B 产生了相位扩散的效果,但对 C 却产生了相位集中的效果. 这表明在感觉神经振子群 A 受到环境信息刺激作用以后,可以使神经振子群 B 的相同步强度减弱,这种减弱经过耦合关系传递到运动皮层 C 以后,又使神经振子群 C 的相同步增强. 这种数值计算结果证实了以下几个结论:(1) Freeman 在他的“Neurodynamics”专著中表明“引起感受器向大脑皮层传递神经冲动的刺激,会引起神经元集群的状态跃迁. 在这一阶段,神经过程可以理解为对外界刺激的一种反映. 但是这种反映特征在中枢很快就会消失,而被代之以一种在种种约束下的经由非线性动力学过程而产生的皮层活动的新模式. 后者与前一阶段不同的最重要特征是与刺激之间没有一一对应的关系”^[26]. 即当 A 集团内的感知神经元受到刺激后,其刺激信息经过耦合关系的传递,作用于 B 集团和 C 集团. 但是 B 集团的神经振子集的相位编码变化非常微弱,换句话说当刺激信号作用在 A 集群上时,作为刺激效果虽然 A 集群的相位编码变化非常剧烈,但这种剧烈变化的刺激所产生的效果通过它们之间的耦合关系并不会完整地传输至 B 集团或 C 集团的神经元,从而引起 B 和 C 神经元集群相位编码的显著改变. 这意味着大脑皮层的神经编码并不与感受器神经元集群的编码有对应关系. 这种神经信息的处理方式正如 Walter J. Freeman 教授所指出的那样,在大脑皮层内是以皮层活动的新模式而出现的.(2) 当 A 集团受到环境信息刺激后,显然神经振子群的相同步增强,这种相同步的增强意味着耦合关系的加强,体现了神经元的可塑性和学习的效果. 但是通过神经元集群之间的耦合将刺激的结果传输给 B

集团神经元集群时, B 集团神经元集群的相同步被削弱,但 C 集团神经元集群的相同步又得到加强. 这是因为大脑皮层主要为兴奋性的锥体细胞,当信号经中间神经元传导至运动皮层时引起了神经元集群同步的兴奋性活动. 这种加强—削弱—再加强的有趣现象的出现正好表明对于一个神经网络系统而言,神经振子群之间的编码只能以节律编码的形式出现.(3) 这个现象还证实了这样一个重要的神经生物学现象:即当感觉信号通过兴奋性中间神经元集群 B 中各个神经元的轴突终末,与感觉神经元传入纤维分支终末形成突触连接. 当兴奋性中间神经元释放兴奋性神经递质以使感觉神经元持续去极化会使膜电位变小,因而释放的神经递质也减少,从而引起兴奋性突触后电位减小,表现出抑制效应. 我们的数值计算效果证明了这样一种神经生物学现象,即在中枢神经系统中,突前抑制在对感觉传入的调节中起着重要的作用^[26]. 也就是说在中枢神经系统的调控中,神经抑制有其重要的意义. 虽然我们所建立的相变动力学模型是从相位编码的角度考察神经网络系统在刺激作用下的响应,但正如我们在前言中所说的那样,神经元集群的相位编码理论由于能够充分体现神经编码的频率特征和神经发放的强度,从而可以达到与其它的各种神经元模型所组成的网络结构几乎相同的效果,并且还具有一些在引言中所叙述的其他神经编码理论所不具有的优点.

3 结论

本文运用随机相变动力学理论和方法建立了一个由感知神经元集群、中间神经元集群和运动皮层神经元集群组成的一个串行的神经网络模型. 依据所建立的模型,希望通过数值模拟了解以下几个方面的问题:(1) 在自发活动的条件下神经网络系统的演化模式和神经编码;(2) 观察运动皮层区集群神经编码动力学响应是否含有外刺激模式成分?(3) 整个神经网络系统在刺激作用下的神经编码的全局模式. 研究结果表明:在自发活动条件下,强耦合会使神经振子群的相同步增强,而弱耦合会使神经振子群的相同步减弱,这完全符合神经元的可塑性原理. 观察到同步运动和节律模式之间的关系,但需要找到同步运动和节律模式之间的定量关系,这是我们今后需要进一步研究的课题. 更重要

的是数值计算结果证明:(1)皮层动力学响应不能够编码外刺激信息;(2)串行的神经网络系统的神经编码具有节律编码的性质;(3)在中枢神经系统的调控中,神经抑制有其重要的作用。

参 考 文 献

- 1 Wang Rubin, Zhang Zhikang, Chen Guanrong. Energy function and energy evolution on neuronal populations. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2008, 19(3): 535 ~ 538
- 2 Wang Rubin, Zhang Zhikang. Mechanism on brain information processing: energy coding. *Applied Physics Letters*, 2006, 89: 123903
- 3 Wang Rubin, Gu Fanji, Shen Enhua. Advances in cognitive neurodynamics. Springer - Verlag, 2008
- 4 Jiao Xianfa, Wang Rubin. Synchronous firing patterns of neuronal population with excitatory and inhibitory connections. *International Journal of Non - Linear Mechanics*, 2009, In Press
- 5 王如彬, 张志康, 沈恩华. 大脑皮层内神经元集团的能量演变. 动力学与控制学报, 2008, 6(1): 55 ~ 60 (Wang Rubin, Zhang Zhikang, Shen Enhua. Energy evolution of neural population in cerebral cortex. *Journal of Dynamics and Control*, 2008, 6(1): 55 ~ 60 (in Chinese))
- 6 王如彬, 张志康. 耦合条件下大脑皮层神经振子群的能量函数. 力学学报, 2008, 40(2): 238 ~ 249 (Wang Rubin, Zhang Zhikang. Energy function of population of neural oscillators in cerebral cortex under coupling condition. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2008, 40(2): 238 ~ 249 (in Chinese))
- 7 Alexander B Neiman, David F Russell, Andrew DiLullo, P A Tass. Response clustering in transient stochastic synchronization and desynchronization of coupled neuronal bursters. *Physical Review E*. 2007, 76: 021908
- 8 Wagatsuma H, Yamaguchi Y. Disambiguation of multiple sequence learning by theta phase coding. *The Brain & Neural Networks vol.*, 2005, 12: 17 ~ 31
- 9 Yamaguchi Y, Aota Y, Sato N, Wagatsuma H, Wu Z. Synchronization of neural oscillations as a possible mechanism underlying episodic memory: A study of theta rhythm in the hippocampus. *Journal of Integrative Neuroscience*, 2004, 3(2): 143 ~ 157
- 10 Jiao Xianfa, Wang Rubin. Synchronization in neuronal population with the variable coupling strength in the presence of external stimulus. *Applied Physical Letters*, 2006, 88: 203901
- 11 Wang Rubin, Jiao Xianfa. A stochastic nonlinear evolution model and neural coding on neuronal population possessing variable coupling intensity in spontaneous behavior. *Neurocomputing*, 2006, 69(7 - 9): 778 ~ 785
- 12 Wagatsuma H, Yamaguchi Y. Neural dynamics of the cognitive map in the hippocampus. *Cognitive Neurodynamics*, 2007, 1(2): 119 ~ 141
- 13 Jun Igarashi, Hatsuo Hayashi, Katsumi Tateno. Theta phase coding in a network model of the entorhinal cortex layer II with entorhinal - hippocampal loop connections. *Cognitive Neurodynamics*, 2007, 1(2): 169 ~ 184
- 14 Tass P A. Phase resetting in medicine and biology. Springer - Verlag, Berlin, 1999
- 15 Tass P A. Stimulus - locked transient phase dynamics, synchronization and desynchronization of two oscillators. *Europhys. Lett*, 2003, 59: 199 ~ 205
- 16 Tass P A. Stochastic phase resetting of stimulus - locked responses of two coupled oscillators: transient response clustering, synchronization and desynchronization. *Chaos*, 2003, 13: 364 ~ 376
- 17 Wang Rubin, Zhang Zhikang. Nonlinear stochastic models of neurons activities. *Neurocomputing*, 2003, 51: 401 ~ 411
- 18 Wang Rubin, Zhang Zhikang, Yu Wei, Jiao Xianfa. An evolution model on the set of the populations of neurons. *Int. J. Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2003, 4(3): 203 ~ 208
- 19 P A Tass, T Fieseler, J Dammers, K Dolan, P Morosan, M Majtanik, F Boers, A Muren, K Zilles, and G R Fink. Synchronization tomography: a method for three - dimensional localization of phase synchronized neuronal populations in the human brain using magnetoencephalography. *Physics Review Letters*, 2003, 90: 088101
- 20 王如彬, 张志康, 余婧. 关于注意与记忆的神经动力学机制. 力学学报, 2006, 38(6): 816 ~ 824 (Wang Rubin, Zhang Zhikang, Yu Jing. Mechanism of neurodynamics on attention and Memory. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2006, 38(6): 816 ~ 824 (in Chinese))
- 21 Wang Rubin, Zhang Zhikang, Yu Jing. A neural model on cognitive process. *Lecture Notes in Computer Science*, 2006, 3971: 50 ~ 59
- 22 Wang Rubin, Jiao Xianfa. Phase coding on the large - scaled neuronal population subjected to stimuli. *Lecture Notes in Computer Science*, 2006, 3610: 228 ~ 236
- 23 Erol Basar. Brain function and oscillators. I: Brain oscil-

- lators. Principles and Approaches. Springer – Verlag, Berlin, 1998
- 24 Schaal S, Sternad D, Osu R, Kawato M; Rhythmic arm movement is not discrete. *Nature Neuroscience*, 2004, 7: 1137 ~ 1144
- 25 Walter J. Freeman. Neurodynamics. Springer – Verlag, London, 2000
- 26 黄秉宪. 脑的高级功能与神经网络. 北京:科学出版社, 2000 (B. Huang. Advanced Brain Function and Neural Networks. Beijing: Science Press, 2000 (in Chinese))
- 27 John G. Nicholls, A. Robert Martin, Bruce G. Wallace, From Neuron to Brain. Sinauer Associates, Inc. Publishers, 1992

DYNAMIC CODING OF PHASE ON MULTI – POPULATIONS OF NEURAL OSCILLATORS *

Wang Rubin¹ Zhang Zhikang¹ Xie Zhigan² Jiao Xianfa³

(1. Institute for Cognitive Neurodynamics, School of Information Science and Engineering,
East China University of Science and Technology, Meilong 130, Shanghai 200237, China)

(2. School of Information Science, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

Abstract The neural dynamics model of motor cognition was studied by using stochastic phase resetting dynamics. The mutual interaction, phase coding and evolution of average number density with time were obtained for perception neuronal population, inter – neuronal population and motor neuronal population under coupling condition by numerical simulation. The response of neural network dynamics in both spontaneous and external stimuli was discussed. By use of numerical simulation, it is attested to (1) the hypothesis presented by W. J Freeman that the response of cortex dynamics can not be the encoded information from external stimulation; (2) the neural coding possesses property of the rhythm coding in the system of serial neural networks; (3) neural inhibition possesses important action in modulation of nerve center system.

Key words biological neural networks, phase coding, rhythm coding, perceptive neuron, interneuron, motor neuron, population of neuronal oscillators