

# 智能太阳翼有限元建模与振动控制研究

蒋建平 李东旭

(国防科学技术大学航天与材料工程学院,长沙 410073)

**摘要** 采用空间梁单元和矩形层板单元建立了表面粘贴压电片太阳翼的机电耦合有限元模型. 其中,太阳翼与星体之间的连接架、太阳翼基板间连接铰链按空间梁单元处理;不含压电片的太阳翼基板按普通层板单元处理,而含有压电片的基板按压电层板单元处理. 推导了多点约束关系式处理空间梁单元和板单元公共节点自由度不协调的问题. 利用速度负反馈和线性二次最优调节器设计控制系统,编制有限元分析程序,进行了动力学特性计算和振动控制数值仿真. 结果表明,压电传感/作动器的引入对太阳翼振动频率具有重要影响;利用压电传感/作动器和最优控制系统能够有效抑制太阳翼的振动.

**关键词** 太阳能电池翼, 压电材料, 有限元, 多点约束, 振动控制

## 引言

大型太阳能电池翼具有跨度大、刚度低、阻尼弱的结构特点,导致其动力学特性复杂,低频振动一旦被激起就难以衰减,严重时将影响航天器工作,甚至导致航天任务的失败<sup>[1]</sup>. 因此,必须采取有效措施抑制太阳翼的有害振动. 压电材料具有良好的正逆压电效应,既可作为传感器也可作为作动器,灵敏度高,容易安装,非常适合航天柔性结构振动控制的应用<sup>[2]</sup>.

研究太阳能电池翼的振动控制,首先要解决的问题是建立太阳翼结构精确的动力学模型,获取太阳翼的动力学特性. 太阳能电池翼结构通常包含铝蜂窝夹芯基板、板间连接铰链、与星体的连接机构、电路系统等,很难得到解析模型,因此,其动力学模型通常采用有限元方法建立. 如:金成定等<sup>[3]</sup>采用正交异性板单元和梁单元分析了刚性太阳能电池阵的模式,并与实验结果进行了比较. 关英姿等<sup>[4]</sup>采用有限元方法计算了太阳能电池翼的约束模式和非约束模式. 雷勇军等<sup>[5]</sup>采用分布参数系统的传递函数方法,建立了太阳电池阵组合基板的模式参数分析的半解析计算模型,并将计算结果与 NASTRAN 有限元软件计算结果进行了比较. 但在关于太阳翼振动控制研究的文献中,大多数都是将太阳能电池翼简化为柔性梁<sup>[6][7]</sup>或柔性板<sup>[8][9]</sup>结构,再利

用简化模型的模式获得低阶控制模型. 这种思路虽然便于振动控制系统的设计,但是忽略了铰链等连接结构的影响,其动力学特性与实际结构存在较大差异.

近年来,利用压电材料实现柔性结构的振动抑制得到了广泛的关注<sup>[10][11]</sup>. Gi Dennaro<sup>[12]</sup>利用压电材料作为传感器和作动器,解决了卫星姿态机动过程中太阳能电池翼的振动控制问题. 但是忽略了压电材料的机电耦合效应以及对太阳翼动力学特性的影响. 胡庆雷等<sup>[13]</sup>采用了同样的模型设计了卫星姿态机动过程中姿态控制和太阳翼振动抑制的控制器. Zhi - cheng Qiu 等<sup>[14]</sup>将太阳能电池翼简化为悬臂板,研究了压电传感器和作动器的最优配置和鲁棒控制系统设计问题,并进行了相应的实验研究. 但也没有考虑压电材料的机电耦合效应以及对结构刚度、质量的贡献. 事实上,压电材料(如 PZT)的刚度一般比太阳能电池翼基板的刚度大,压电传感器和作动器的引入,对太阳能电池翼动力学特性具有重要影响.

具有快速姿态机动能力和高姿态稳定精度要求的卫星,对太阳能电池翼振动控制精度要求很高. 针对含压电传感器、作动器的智能太阳翼,采用空间梁单元描述连接架和板间铰链,压电层板单元描述含压电材料的太阳翼基板,建立了智能太阳翼的机电耦合有限元动力学模型. 并利用罚函数法引

入多点约束,处理梁单元与板单元公共节点自由度不协调的问题.根据压电传感器的输出信号,设计了速度负反馈控制和二次型最优控制器,编制相应的有限元分析程序,进行了智能太阳翼动力学特性计算和振动控制数值仿真.

### 1 智能太阳翼结构

含压电传感器、作动器的智能太阳翼结构如图1所示.它由根部连接铰链、连接架、板间连接铰链、压电片和太阳翼基板构成.基板由上下两层碳纤维/环氧树脂复合材料面板和中间的铝蜂窝夹芯组成.为便于建立智能太阳翼的有限元模型,作如下处理:

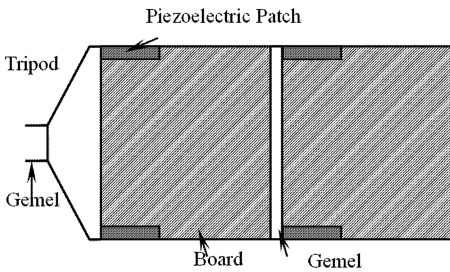


图1 智能太阳翼结构

Fig.1 Smart Solar Array Structures

- 1) 所有连接机构,包括根部铰链、板间铰链和连接架,均采用空间梁单元处理,每个梁单元节点具有6个自由度.空间梁单元的刚度矩阵和一致质量矩阵可参见相关文献,这里不再列出.
- 2) 连接机构上的附加结构只考虑质量的贡献,按非结构质量引入空间梁单元质量矩阵.
- 3) 太阳翼基板根据经典层板理论,利用矩形层板单元进行网格划分,每个板单元节点具有5个自由度.
- 4) 只考虑太阳翼悬臂状态下的约束模态,即根部铰链端点的6个自由度均固定.

太阳翼整体坐标系的原点位于太阳翼根部铰链端点连线的中点,x轴指向太阳翼展开方向,y轴与x轴形成的坐标平面与太阳翼平面重合,z轴和x、y轴构成右手坐标系.

### 2 压电层合板单元

考虑在太阳能电池翼基板表面粘贴压电片,图2为一典型的压电层合板单元.假设:1) 结构仅发生小变形,满足线性应变位移关系;2) 压电材料与基体结构之间为理想粘贴,忽略粘贴层的影响;3) 压电材料沿z轴极化,忽略压电层中平面内电场分

量.

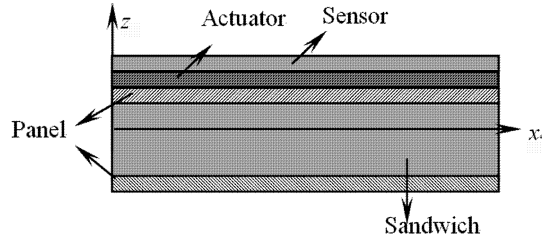


图2 压电层合板单元

Fig.2 Piezoelectric laminated plate element

太阳翼基板长度和宽度方向的尺寸远大于厚度方向尺寸,基于经典层板理论,第k层的位移场可表示为

$$\begin{aligned}
 u_1^k(x, y, z) &= u(x, y) - z \frac{\partial w}{\partial x} \\
 u_2^k(x, y, z) &= v(x, y) - z \frac{\partial w}{\partial y} \\
 u_3^k(x, y, z) &= w(x, y)
 \end{aligned} \tag{1}$$

其中,  $u = \{u_1^k, u_2^k, u_3^k\}^T$  为第k层上一点的位移矢量; $u, v, w$  分别为层板中面的位移分量. 则应变矢量表示为

$$\boldsymbol{\varepsilon}^k = \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_x^k \\ \boldsymbol{\varepsilon}_y^k \\ \boldsymbol{\gamma}_{xy}^k \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_{,x} - zw_{,xx} \\ v_{,y} - zw_{,yy} \\ u_{,y} + v_{,x} - 2zw_{,xy} \end{Bmatrix} = \boldsymbol{\varepsilon}_0 - z\boldsymbol{\kappa} \tag{2}$$

基板各层材料的线性本构关系表示为

$$\begin{Bmatrix} \boldsymbol{\sigma}_x^k \\ \boldsymbol{\sigma}_y^k \\ \boldsymbol{\tau}_{xy}^k \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{c}_{11} & \bar{c}_{12} & \bar{c}_{16} \\ \bar{c}_{12} & \bar{c}_{22} & \bar{c}_{26} \\ \bar{c}_{16} & \bar{c}_{16} & \bar{c}_{66} \end{bmatrix}^k \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_x^k \\ \boldsymbol{\varepsilon}_y^k \\ \boldsymbol{\gamma}_{xy}^k \end{Bmatrix} \Rightarrow \boldsymbol{\sigma}^k = \mathbf{C}^k \boldsymbol{\varepsilon} \tag{3}$$

而压电层的线性本构关系为

$$\begin{Bmatrix} \boldsymbol{\sigma}_1^k \\ \boldsymbol{\sigma}_2^k \\ \boldsymbol{\tau}_{xy}^k \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{c}_{11} & \bar{c}_{12} & \bar{c}_{16} \\ \bar{c}_{12} & \bar{c}_{22} & \bar{c}_{26} \\ \bar{c}_{16} & \bar{c}_{16} & \bar{c}_{66} \end{bmatrix}^k \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_x^k \\ \boldsymbol{\varepsilon}_y^k \\ \boldsymbol{\gamma}_{xy}^k \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{e}_{31} \\ \bar{e}_{32} \\ \bar{e}_{36} \end{bmatrix}^k \mathbf{E}_3^k \tag{4}$$

$$\mathbf{D}_3^k = [\bar{e}_{31} \quad \bar{e}_{32} \quad \bar{e}_{36}]^k \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_x^k \\ \boldsymbol{\varepsilon}_y^k \\ \boldsymbol{\gamma}_{xy}^k \end{Bmatrix} + \bar{\chi}_{33}^k \mathbf{E}_3^k \tag{5}$$

压电层中电势沿厚度方向的线性分布模型曾得到广泛的应用<sup>[15]</sup>,但是这种模型忽略了压电层中的诱导电势<sup>[11]</sup>. Bisegna 和 Maceri<sup>[16]</sup>通过精确的三维解析计算后指出,沿压电层厚度方向的电势为抛物线型分布,在压电理论中应该包含这种高阶电势.因此,本文采用在传统线性电势分布模型的基础上增加二次分布项,即压电层中电势分布为

$$\phi^k(\tilde{z}_k) = \frac{1}{2}(1 + \tilde{z}_k)\varphi_i^k + (1 - \tilde{z}_k^2)\varphi_m^k \quad (6)$$

式中,  $\varphi_i^k$  为第  $k$  层上下表面电极间的电势差,  $\varphi_m^k$  为第  $k$  层中面电势,  $\tilde{z}_k$  为第  $k$  层归一化坐标, 即

$$\tilde{z}_k = \frac{2}{h_k}(z - \frac{z_k^b + z_k^t}{2}) \quad (7)$$

其中  $z_k^b, z_k^t$  分别为第  $k$  层下表面和上表面位置.

根据电场电势关系, 得到压电层中的电场

$$E_3^k = -\frac{\varphi_i^k}{h_k} + \frac{4\tilde{z}_k}{h_k}\varphi_m^k \quad (8)$$

取压电层板单元节点自由度向量为

$$u^e = [\delta_1^T \quad \delta_2^T \quad \delta_3^T \quad \delta_4^T]^T \quad (9)$$

其中,  $\delta_i^T = [u_i \quad v_i \quad w_i \quad w_{y_i} \quad -w_{x_i}]$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ).

利用平板单元和弯曲板单元型函数作为压电层板单元的插值函数, 利用节点自由度和插值函数可将任意点的位移和应变矢量表示为

$$u = Nu^e \quad \varepsilon = Bu^e \quad (10)$$

利用双线性型函数对电势自由度进行插值, 得到

$$\phi^k(\tilde{z}_k) = N_\varphi^k \varphi_k^e \quad E_3^k = B_\varphi^k \varphi_k^e \quad (11)$$

压电层合板单元的机电耦合动力学方程可通过 Hamilton 原理来推导. Hamilton 方程为<sup>[15]</sup>

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T - U + W) dt \quad (12)$$

其中,  $t_1, t_2$  分别为积分开始和结束时刻;  $T, U$  和  $W$  分别表示总动能、总势能和外力的总功.

体积为  $\Omega$  的压电层合板单元的动能为

$$T = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \rho \dot{u}^T \dot{u} d\Omega \quad (13)$$

式中,  $\dot{u}$  表示速度矢量,  $\rho$  为质量密度; 而总势能包括应变势能和电势能, 即

$$U = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (\varepsilon^T \sigma - E^T D) d\Omega \quad (14)$$

外力和电作动力所作的总功为

$$W = \int_{\Omega} u^T f_b d\Omega + \int_{S_u} u^T f_s dS + \sum_i u_i^T f_i - \int_{S_\phi} \phi q dS \quad (15)$$

式中  $u$  为位移矢量;  $f_b, f_s, f_i$  分别为体积力、表面力和集中力;  $q$  为表面电荷密度;  $S_u, S_\phi$  分别为力载荷和电载荷作用面积.

将材料本构关系式(3)~(5)和式(10)(11)代入到 Hamilton 方程(12), 经过推导得到压电层合板单元的动力学方程为

$$M^e \ddot{u}^e + K^e u^e + K_{\varphi\varphi}^e \varphi^e - F_u^e = 0$$

$$K_{\varphi u}^e u^e - K_{\varphi\varphi}^e \varphi^e - Q^e = 0 \quad (16)$$

各矩阵定义如下

单元质量矩阵:

$$M^e = \sum_{i=1}^n \int_{\Omega_i} \rho_i N^T N^e d\Omega$$

弹性刚度矩阵:

$$K^e = \sum_{i=1}^n \int_{\Omega_i} B^T C_i B d\Omega$$

机电耦合刚度矩阵:

$$K_{\varphi u}^e = \sum_{i=1}^{n_p} \int_{\Omega_i} B^T e_i^T B_\varphi^k d\Omega$$

电刚度矩阵:

$$K_{\varphi\varphi}^e = \sum_{k=1}^{n_p} \int_{\Omega_k} B_\varphi^{kT} \chi_k B_\varphi^k d\Omega$$

外载荷矢量:

$$F_u^e = \int_{\Omega} N^T f_b d\Omega + \int_{S_u} N^T f_s dT + \sum_i N^T f_i$$

压电作动矢量:

$$Q^e = (\int_{S_1} N_\varphi^1 q_1 dS, \dots, \int_{S_{n_p}} N_\varphi^{n_p} q_{n_p} dS)^T$$

其中  $n$  为结构总铺层数,  $n_p$  为压电层数,  $q_i$  为作用于压电层表面的电荷密度.

将空间梁单元、压电层板单元的刚度矩阵和质量矩阵进行组集, 并将电势自由度按传感器和作动器划分, 得到整个系统的有限元动力学方程组

$$M\ddot{u} + Ku + K_{ua}\varphi_a + K_{ua}\varphi_s = F$$

$$K_{au}u - K_{aa}\varphi_a = Q$$

$$K_{su}u - K_{ss}\varphi_s = 0 \quad (17)$$

对上式进行自由度缩聚, 并引入结构阻尼矩阵得

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + \bar{K}u = F + K_{ua}\varphi_a \quad (18)$$

以及传感器输出方程

$$\varphi_s = K_{ss}^{-1} K_{su}u \quad (19)$$

式中, 刚度矩阵  $\bar{K} = K + K_{ua}K_{aa}^{-1}K_{au} + K_{us}K_{ss}^{-1}K_{su}$  包含了压电传感器和作动器机电耦合的贡献.

### 3 多点约束

基于直线假设的层板单元节点不存在法向转角自由度, 因此每个板单元节点只有 5 个自由度; 而空间梁单元每个节点具有 6 个自由度. 这样在梁单元和板单元公共节点处, 法向转角在公共节点处不连续. 本文建立了一种多点约束的处理方式, 将公共节点( $q$ )的自由度利用若干相关节点( $i, j, k$ )自由度的加权平均来表示.

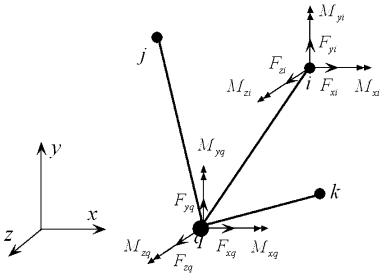


图3 多点约束单元

Fig. 3 Multi-point constrained element

设各节点的坐标均定义在总体坐标系中. 根据各节点的坐标,可以得到各连接点( $i$ )与节点( $q$ )之间的距离  $L_i$  (参考图3)

$$\begin{cases} \Delta x_i = x_i - x_q \\ \Delta y_i = y_i - y_q \\ \Delta z_i = z_i - z_q \end{cases} \quad L_i = (\Delta x_i^2 + \Delta y_i^2 + \Delta z_i^2)^{1/2} \quad (20)$$

特征长度  $L_c$  定义为所有长度  $L_i$  的平均值,即

$$L_c = \sum_{i=1}^c L_i / c \quad (21)$$

其中,  $c$  为关联点的个数.

定义平衡矩阵为

$$S_i^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\Delta z_i & \Delta y_i & 1 & 0 & 0 \\ \Delta z_i & 0 & -\Delta x_i & 0 & 1 & 0 \\ -\Delta y_i & \Delta x_i & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (22)$$

设载荷  $P_i = [F_{xi}, F_{yi}, F_{zi}, M_{xi}, M_{yi}, M_{zi}]^T$  作用在节点  $i$  上,则节点  $q$  上的等效载荷为

$$P_{qout} = \sum_{i=1}^c S_i^T \times P_i \quad (23)$$

同样,利用平衡矩阵也可以将作用于节点  $q$  的载荷  $P_{qin}$  按权重 ( $W_i = \text{diag}(L_c^2 w_1, \dots, L_c^2 w_6)$ ) 分配到各节点  $i$ ,得到各节点上的载荷列阵

$$P_i = W_i \times S_i \times X \times P_{qin} \quad (24)$$

式中,  $X$  为待定系数矩阵.

令  $P_{qout} = P_{qin}$ , 根据式和,即得到

$$X = \left[ \sum_{i=1}^c S_i^T \times W_i \times S_i \right]^{-1} \quad (25)$$

设节点  $q$  的位移矢量为  $u_q$ , 节点  $i$  的位移矢量为. 则载荷  $P_{qin}$  在位移  $u_q$  下做功应等于各载荷  $P_i$  在位移  $u_i$  下做功之和,即有

$$P_{qin}^T \times u_q = \sum_{i=1}^c P_i^T \times u_i = P_{qin}^T \times \sum_{i=1}^c G_g^i \times u_i \quad (26)$$

式中,  $G_g^i = [W_i \times S_i \times X]^T$ .

于是得到节点  $q$  自由度与其连接点自由度的关系

$$u_q = \sum_{i=1}^c G_g^i \times u_i = G_g \times u_i \quad (27)$$

即得到相应的多点约束方程

$$[I_{qq} - G_g] \times \begin{bmatrix} u_q \\ u_i \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow R \times u_c = 0 \quad (28)$$

为便于编制有限元程序,采用罚函数法引入多点约束关系. 具体方法可参考文献[17].

## 4 控制系统设计

### 4.1 速度负反馈控制

根据传感器输出方程,得到传感器输出变化速率为

$$\dot{\varphi}_s = K_{ss}^{-1} K_{su} \dot{u} \quad (29)$$

设反馈增益矩阵为  $G$ , 得到作动器输入信号为

$$\varphi_a = -G \dot{\varphi}_s = -G K_{ss}^{-1} K_{su} \dot{u} \quad (30)$$

因此,闭环控制系统的动力学方程为

$$M \ddot{u} + (C + K_{uu} G K_{ss}^{-1} K_{su}) \dot{u} + \bar{K} u = F \quad (31)$$

### 4.2 二次型最优控制

首先将动力学方程组转换到状态空间得到

$$\dot{x} = Ax + B \varphi_a \quad \varphi_s = Cx \quad (32)$$

设计最优控制器<sup>[18]</sup>

$$\varphi_a = -Kx \quad (33)$$

使如下控制性能指标达到最小

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x^T Q x + \varphi_a^T R \varphi_a) dt \quad (34)$$

其中,  $Q, R$  为正定权矩阵. 式中的控制增益矩阵由如下 Riccati 方程确定

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (35)$$

求解 Riccati 方程,得到控制增益矩阵为

$$K = R^{-1}B^T P \quad (36)$$

## 5 数值仿真

以图1所示的太阳能电池翼结构为例,该电池翼由两块基板通过铰链连接后,然后用连接架与星体固接,展开状态下长约4.83米.

### 5.1 特征值计算

首先利用 MSC. Nastran 软件和本文有限元模型对不含压电片太阳翼进行了模态分析. 其中, Nastran 有限元模型采用 CQUAD4 单元和 CBAR2

单元建模. 梁单元与板单元之间的节点自由度采用 RBE3 多点约束方式进行协调. 表 1 给出了本文有限元模型和 Nastran 有限元模型计算的太阳翼前 6 阶振动频率. 本文模型与 Nastran 软件的计算结果基本一致. 一阶弯曲和二阶弯曲频率的差异最大, 仅为 2.4% 和 2.68%. 因此, 本文的计算模型和多点约束处理方法是正确的.

表 1 太阳翼前 6 阶振动频率 (Hz)

Table 1 The lowest 6 frequencies of the solar array (Hz)

Mode	Nastran	Present	Error
Bending 1	0.243	0.2488	2.4%
Bending 1	0.243	0.2488	2.4%
Swaying 1	0.728	0.7279	-0.01%
Twisting 1	1.3725	1.3845	0.87%
Bending 2	1.398	1.4355	2.68%
Bending 3	3.8217	3.8429	0.55%
Twisting 2	4.2275	4.2598	0.76%

考虑含四对压电传感/作动器智能太阳翼, 每个压电片的长度为基板宽度的 1/4. 研究两种配置方案: 一是将四片压电片配置在第一块基板根部的上下边缘; 二是将四片压电片配置在两块基板根部的上下边缘 (如图 1). 压电作动器选用 PZT-5H 材料, 传感器采用 PVDF, 厚度均为 1mm.

表 2 智能太阳翼前 6 阶振动频率 (Hz)

Table 2 The lowest 6 frequencies of the smart solar array (Hz)

Mode	Present	Case 1	Error	Case 2	Error
Bending 1	0.2488	0.2736	9.97%	0.2627	5.59%
Swaying 1	0.7279	0.7192	-1.2%	0.709	-2.59%
Twisting 1	1.3845	1.4076	1.67%	1.3358	-3.52%
Bending 2	1.4355	1.4268	-0.6%	1.4707	2.45%
Bending 3	3.8429	3.7165	-3.29%	3.78	-1.64%
Twisting 2	4.2598	3.8999	-8.45%	4.1527	-2.51%

利用本文模型计算智能太阳翼的前 6 阶振动频率如表 2 所示. 压电传感器和作动器的引入改变了太阳翼的振动频率. 两种配置方案下太阳翼一阶弯曲频率分别增加了 9.97% 和 5.59%. 方案一的一阶扭转频率也略有增加 (1.67%), 虽然方案二一阶扭转频率下降了 3.52%, 但二阶弯曲频率增加了 2.45%. 相比之下, 方案二对太阳翼频率的影响分布比较均匀, 方案一则大幅提高了一阶弯曲频率, 有助于改善太阳翼的低阶振动特性. 总之, 对含有压电传感/作动器的太阳翼结构, 包含机电耦合对结构刚度的贡献, 才能获取准确的太阳翼动力

学特性.

## 5.2 振动控制

设智能太阳翼根部铰链固支, 结构比例阻尼系数取为  $\alpha = 0.075$ ,  $\beta = 0.00954$ . 采用速度负反馈和二次型最优控制器, 分析智能太阳翼在初位移 (末端 0.1m) 扰动下的振动抑制效果. 以第一种压电传感/作动器配置方案的智能太阳翼为例, 采用速度负反馈控制下的智能太阳翼末端点位移曲线和作动器控制电压曲线如图 4 所示; 二次型最优控制作用下变形曲线和电压曲线如图 5 所示.

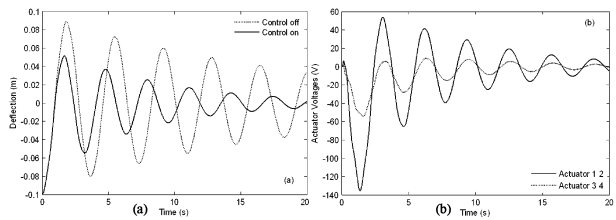


图 4 速度负反馈控制作用下智能太阳翼末端位移 (a) 及作动器电压 (b) 变化曲线

Fig. 4 Tip deflection (a) and actuators' voltages (b) of the smart solar array with negative velocity feedback controller

从图中可以看出, 采用简单的速度负反馈控制策略在 20 秒内不能完全抑制太阳翼的振动, 且控制电压峰值接近 140V; 采用线性二次型最优控制器 (LQR), 能够在约 15 之内就请完全抑制了太阳翼的振动, 控制电压峰值小于 80V. 两种方案都表明接近太阳翼根部的作动器控制电压更高.

## 6 结论

通过对含有压电传感/作动器智能太阳翼结构的动力学建模, 动力学特性分析和振动控制的研究, 得到如下结论:

- 1) 建立精确的智能太阳翼模型需要考虑压电传感/作动器机电耦合对结构刚度的贡献;
- 2) 采用多点约束方式可以很好的处理空间梁单元与板单元公共节点自由度的不协调问题, 可将该方法推广应用到其它单元节点自由度协调问题的处理.
- 3) 压电传感/作动器在太阳翼表面的配置位置、数目等, 对结构动力特性和振动控制效果均有重要的影响. 应根据具体情况进行配置优化.
- 4) 采用速度负反馈和线性二次型最优控制器 (LQR) 均能抑制太阳翼的初位移扰动, 但 LQR 的

控制效果明显优于简单的速度负反馈。

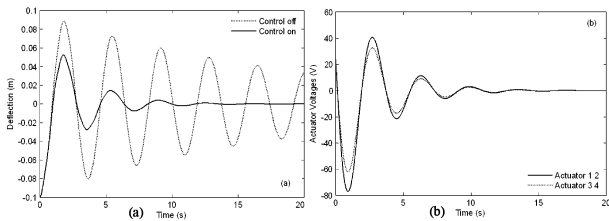


图5 最优控制作用下智能太阳翼  
末端位移(a)及作动器控制电压(b)曲线

Fig. 5 Tip deflection (a) and actuators' voltages (b) of  
the smart solar array with LQR controller

## 参 考 文 献

- 李东旭. 大型挠性结构分散化振动控制 - 理论与方法. 长沙: 国防科技大学出版社, 2002 (Li Dongxu. Decentralized vibration control of large flexible structures - theory and methods. Changsha: National University of Defense Technology Press, 2002 (in Chinese))
- 黄文虎, 王心清, 张景绘等. 航天柔性结构振动控制的若干新进展. 力学进展, 1997, 27 (1): 5 ~ 18 (Huang Wenhui, Wang Xingqing, Zhang Jinghui et al. Some advances in vibration control of aerospace flexible structures. *Advances in Mechanics*, 1997, 27 (1): 5 ~ 18 (in Chinese))
- 金咸定, 陆鑫森, 成学明. 太阳能电池阵的模式分析. 宇航学报, 1991, 3: 58 ~ 62 (Jin Xianding, Lu Xinsen, Chen Xueming. The modal analysis of a solar array. *Journal of Astronautics*, 1991, 3: 58 ~ 62 (in Chinese))
- 关英姿, 林晓晖, 赵钧, 刘墩. 大型太阳帆板展开状态动态特性研究. 强度与环境, 2000, 3: 21 ~ 26 (Guan Yingzi, Lin Xiaohui, Zhao Jun, et al. The research on dynamic characteristics of large deployed solar pane. *Structure and Environment Engineering*, 2000, 3: 21 ~ 26 (in Chinese))
- 雷勇军, 李东旭, 唐国金. 太阳能电池阵组合基板模式参数分析的半解析模型. 国防科技大学学报, 2003, 25 (1): 12 ~ 16 (Lei Yongjun, Li Dongxu, Tang Guojin. Semi-analytical model for modal characteristics of combined panels of solar array. *Journal of National University of Defense Technology*, 2003, 25 (1): 12 ~ 16 (in Chinese))
- 蒋建平, 李东旭. 压电复合梁高阶有限元模型与主动振动控制研究. 动力学与控制学报, 2007, 5 (2): 141 ~ 146 (Jiang Jianping, Li Dongxu. Research on high order finite element model and active vibration control for piezoelectric composite beams. *Journal of Dynamics and Control*, 2007, 5 (2): 141 ~ 146 (in Chinese))
- 耿云海, 杨涤, 荆武兴. 挠性飞行器姿态机动的振动抑制. 振动工程学报, 2000, 13 (4): 655 ~ 659 (Geng Yunhai, Yang Di, Jing Wuxing. Vibration reduction of attitude control for flexible spacecraft. *Journal of Vibration Engineering*, 2000, 13 (4): 655 ~ 659 (in Chinese))
- Matsuno F, Hatayama M, Senda H et al. Modeling and Control of a Flexible Solar Array Paddle as a Clamped - Free - Free - Free Rectangular Plate. *Automatica*, 1996, 32 (1): 49 ~ 58
- Ijar M. da Fonseca, Peter M. Bainumb, Adenilson R. daSilvac. Structural control interaction for an LSS attitude control system using thrusters and reaction wheels. *Acta Astronautica*, 2007, 60: 865 ~ 872
- Saravanos D A, Heyliger P R. Mechanics and computational models for laminated piezoelectric beams, plates and shells. *Applied Mechanics Review*, 1999, 52 (10): 305 ~ 319
- Benjeddou A. Advances in piezoelectric finite element modeling of adaptive structural elements; a survey. *Computers and Structures*, 2000, 76: 347 ~ 363
- Di Gennaro S. Active vibration suppression in flexible spacecraft attitude tracking. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 1998, 21 (3): 400 ~ 408
- 胡庆雷, 马广富. 挠性航天器姿态机动控制的主动振动抑制. 振动工程学报, 2005, 18 (3): 375 ~ 380 (Hu Qinglei, Ma Guangfu. Active vibration suppression of flexible spacecraft integrating piezoceramics with pseudo rate modulated thrusters during attitude maneuvers. *Journal of vibration Engineering*, 2005, 18 (3): 375 ~ 380 (in Chinese))
- Zhi - cheng Qiu, Xian - min Zhang, Hong - xin Wu, et al. Optimal placement and active vibration control for piezoelectric smart flexible cantilever plate. *Journal of Sound and Vibration*, 2007, 301: 521 ~ 543
- Wang S Y. A finite element model for the static and dynamic analysis of a piezoelectric bimorph. *International Journal of Solids and Structures*, 2004, 41: 4075 ~ 4096
- Bisegna P, Maceri F. An Exact Three - dimensional Solution for Simply Supported Rectangular Piezoelectric Plate. *Journal of Applied Mechanics*, 1996, 63: 628 ~ 638
- 曲圣年. 组合结构有限元分析的罚单元法. 固体力学学报, 1982, 4: 555 ~ 559 (Qu Shengnian. A penalty - element method in finite element analysis for composite structures. *Acta Mechanica Solida Sinica*, 1982, 4: 555 ~ 559 (in Chinese))
- L M Hocking. Optimal Control; an introduction to the theory and applications, Oxford: Clarendon, 1991

# RESEARCH ON FINITE ELEMENT MODELING AND VIBRATION CONTROL FOR SMART SOLAR ARRAY

Jiang Jianping Li Dongxu

(College of Aerospace and Material Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract** The finite element model coupled with the mechanical and electrical response of the solar array with piezoelectric sensors and actuators was presented. The tripod and the joints of the solar array were modeled using the 3D beam element, and the panels of the solar array with piezoelectric sensors and actuators were modeled using the piezoelectric laminated plate element. The multi-point constrained relations have been derived, which can deal with the inconsistent problem of the degree of freedom for the common nodes of the plate element and the 3D beam element. The analysis program of the finite element model has been coded. The negative velocity feedback controller and the linear quadratic regulator (LQR) were employed to investigate their effectiveness in suppressing the vibrations of the smart solar array. Numerical examples on vibration frequencies analysis and the vibration control have been developed. The piezoelectric sensors/actuators will influence the dynamic characteristics of the solar array significantly. The vibration of the smart solar array can be suppressed effectively with LQR controller.

**Key words** solar array, piezoelectric structures, finite element, multi-point constrained, vibration control