

漂浮基柔性空间机械臂姿态与关节协调运动的 Terminal 滑模控制*

郭益深 陈力

(福州大学机械工程及自动化学院,福州 350002)

摘要 讨论了载体位置无控、姿态受控情况下,具有外部扰动的漂浮基柔性空间机械臂载体姿态与各关节协调运动的控制问题.基于假想模态法、系统动量守恒关系及拉格朗日方法,建立了漂浮基柔性空间机械臂系统的动力学方程,并将其转化为系统控制状态方程.以此为基础,根据 Terminal 滑模控制技术,给出了系统相关 Terminal 滑模面的数学表达式,在此基础上提出了具有外部扰动情况下漂浮基柔性空间机械臂载体姿态与各关节协调运动的 Terminal 滑模控制方案.提出的控制方案不但确保了闭环系统滑模阶段的存在性,同时通过 Terminal 滑模函数的适当选取,还保证了输出误差在有限时间内的收敛性.此外,由于确保了无论何种情况下系统初始状态均在 Terminal 滑模面上,从而消除了其它滑模控制方法常有的到达阶段,使得闭环系统具有全局鲁棒和稳定性.一个平面两杆漂浮基柔性空间机械臂的系统数值仿真,证实了方法的有效性.

关键词 漂浮基柔性空间机械臂, 外部扰动, Terminal 滑模面, 协调运动, Terminal 滑模控制

引言

作为执行太空任务的一种重要工具,空间机械臂将在未来代替宇航员完成对远轨道失效卫星的捕捉、维修,飞船与空间站的交会、对接,以及空间站的在轨组装等作业任务.因此其相关的运动学、动力学与控制问题引起了国内外专家、学者的广泛注意^[1-8].考虑到空间机械臂一般具有自身质量较小、手臂长、负载大、微重力等特点,机械臂结构带有柔性,因此,对柔性空间机械臂系统运动学、动力学控制的研究是非常重要的.但是值得注意的是,已有空间机械臂系统的研究大部分是针对刚性臂的空间机械臂系统,而针对柔性臂的空间机械臂系统的研究相对较少.文献[9]利用虚拟刚性机械臂的概念,提出了两种柔性空间机械臂轨迹跟踪的控制方法:伪分解加速度控制法、伪分解加速度与降阶模型混合控制法.文献[10,11]基于假想模态法分别对柔性空间单臂、双臂机器人系统进行动力学建模,并利用逆动力学控制算法对该动力学模型实现轨迹跟踪控制.上述文献虽然均对柔性空间机械臂的控制问题进行了研究,但是都未考虑外部干扰对系统的影响.

在柔性空间机械臂所处的环境中,外部扰动是不可避免的;如机械臂关节间摩擦力矩、噪声及液体姿态控制燃料的晃动和质量变化等.而滑模控制由于具有对外部扰动的良好鲁棒性,被认为是解决上述问题的一种有效控制方法.在普通的滑模控制中,通常都选择一个线性的滑动超平面,使系统到达滑动模态后,跟踪误差渐近地收敛到零,其中渐近收敛的速度可以通过选择滑模面参数矩阵来任意调节.尽管如此,无论何种状态下它们的跟踪误差都不会在有限时间内收敛至零.近年来,为了获得更好的收敛性能,一些学者提出了一种 Terminal 滑模控制策略^[12-15],该策略在滑动超平面的设计中引入了非线性函数,从而使得在滑模面上跟踪误差能够在有限时间内收敛到零.

本文基于 Terminal 滑模控制技术,讨论了具有外部扰动情况下漂浮基柔性空间机械臂载体姿态与各关节协调运动的控制问题.基于假想模态法、系统动量守恒关系及拉格朗日方法,建立了漂浮基柔性空间机械臂的系统动力学方程,并将其转化为系统控制状态方程.以此为基础,根据 Terminal 滑模控制技术,给出了系统相关 Terminal 滑模面的数学表达式,在此基础上提出了具有外部扰动情况下

漂浮基柔性空间机械臂载体姿态与各关节协调运动的 Terminal 滑模控制方案. 提出的控制方案不但确保了闭环系统滑模阶段的存在性, 同时通过 Terminal 滑模函数的适当选取, 还保证了输出误差在有限时间内的收敛性. 此外, 由于确保了无论何种情况下系统初始状态均在 Terminal 滑模面上, 从而消除了其它滑模控制方法常用的到达阶段, 使得闭环系统具有全局鲁棒和稳定性. 一个平面两杆漂浮基柔性空间机械臂的系统数值仿真, 证实了方法的有效性.

1 系统描述

不失一般性, 考虑如图 1 所示作平面运动的漂浮基柔性空间机械臂系统. 设系统由位置不受控制、姿态受控的刚性载体 B_0 , 刚性臂 B_1 及柔性臂 B_2 各分体组成. 建立平动的惯性坐标系 $(O - XY)$, 以及各分体 B_i 的主轴连体坐标系 $(O_i - x_i y_i)$ ($i = 0, 1, 2$); 其中 O_0 与 B_0 的质心 O_{c0} 重合, O_1, O_2 分别为联结 B_0 与 B_1 、 B_1 与 B_2 的圆柱铰中心. x_0 轴与 $O_0 O_1$ 轴重合, x_1 轴为分体 B_1 的对称轴, x_2 是机械臂 B_2 未变形时的对称轴, 且运动中始终与柔性臂首末连线重合. 设 O_0 沿 x_0 轴与 O_1 的距离为 d_0 , B_1 沿 x_1 轴的长度为 l_1 ($i = 1, 2$), 分体 B_1 的质心沿 x_1 轴与 O_1 的距离为 d_1 , 各分体 B_i 的质量和中心惯量张量分别为 m_i, J_i ($i = 0, 1$), 且柔性连杆线密度为 ρ ; C 为系统的总质心, r_c 为系统总质心相对于惯性坐标系原点的位置向量. 柔性臂视为悬臂梁模型, 其弹性形变基于假想模态法描述为

$$v = \sum_{i=1}^n \varphi_i(x_2) \delta_i(t),$$

其中 $\varphi_i(x_2)$ 、 $\delta_i(t)$ 分别为模态函数向量和模态坐标向量, 为保留模态数, 此处取二阶模态, 即 $n = 2$.

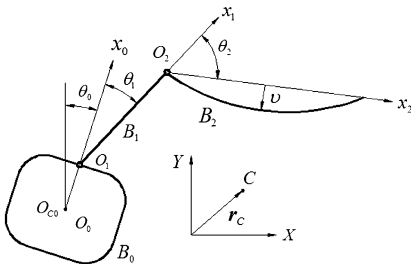


图1 漂浮基柔性空间机械臂系统

Fig. 1 A free-floating flexible space manipulator system

控的柔性空间机械臂系统为无外力作用的无根多体系统, 系统满足动量守恒关系. 不失一般性, 设系统的初始动量为零. 若将载体相对于惯性坐标系 Y 轴的姿态转角 θ_0 , 机械臂各杆的相对转角 θ_i ($i = 1, 2$) 及柔性臂的模态坐标向量 $\delta_i(t)$ ($i = 1, 2$) 取为系统广义坐标 $q = (\theta_0, \theta_1, \theta_2, \delta_1, \delta_2)^T$, 则由系统动量守恒关系及拉格朗日第二类方程, 可以得到载体位置无控、姿态受控柔性空间机械臂如下形式的二阶系统动力学方程

$$D\ddot{q} + h + Kq = (\tau^T \quad 0^T)^T + (f^T(t) \quad 0^T)^T \quad (1)$$

式中, $D \in R^{5 \times 5}$ 为系统对称、正定质量矩阵; $h \in R^{5 \times 1}$ 为包含科氏力、离心力的列阵; $\tau = (\tau_0, \tau_1, \tau_2)^T$ 为载体姿态与机械臂各关节铰控制力矩组成的 3 阶列阵; K 为系统的刚度矩阵, $K = \text{diag}(0, 0, 0, K_1, K_2) \in R^{5 \times 5}$, $K_i = \int_0^{l_i} EI \varphi_i''^T \varphi_i'' dx_2$ ($i = 1, 2$), 其中 EI 为柔性臂抗弯刚度; $f(t) \in R^{3 \times 1}$ 为外部干扰信号, 如关节间摩擦力矩、噪声及液体姿态控制燃料的晃动和质量变化等. 外部干扰信号 $f(t)$ 满足如下条件:

$$|f_i(t)| \leq F_i(t) \quad (i = 1, 2, 3) \quad (2)$$

其中, $f_i(t)$ 为 $f(t)$ 的元素; $F_i(t)$ 为非负函数, 且为列向量 $F(t) \in R^{3 \times 1}$ 的元素.

将广义坐标分块为: $q = (p_a^T, p_p^T)^T$, 其中刚性广义坐标 $p_a = (\theta_0, \theta_1, \theta_2)^T$, 柔性广义坐标 $p_p = (\delta_1, \delta_2)^T$, 相应地, 式(1)表达的动力学方程可分块写为

$$\begin{bmatrix} D_{aa} & D_{ap} \\ D_{pa} & D_{pp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{p}_a \\ \ddot{p}_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} h_a \\ h_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{aa} & K_{ap} \\ K_{pa} & K_{pp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_a \\ p_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau + f(t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

即

$$D_{aa}\ddot{p}_a + D_{ap}\ddot{p}_p + h_a + K_{aa}p_a + K_{ap}p_p = \tau + f(t) \quad (4)$$

$$D_{pa}\ddot{p}_a + D_{pp}\ddot{p}_p + h_p + K_{pa}p_a + K_{pp}p_p = 0 \quad (5)$$

由于 D_{pp} 为对称、正定矩阵且可逆, 则有式(5)可得柔性振动加速度为:

$$\ddot{p}_p = -D_{pp}^{-1}(D_{pa}\ddot{p}_a + h_p + K_{pa}p_a + K_{pp}p_p) \quad (6)$$

将式(6)代入式(4), 有

$$\begin{aligned} & (D_{aa} - D_{ap}D_{pp}^{-1}D_{pa})\ddot{p}_a + h_a + K_{aa}p_a + K_{ap}p_p - \\ & D_{ap}D_{pp}^{-1}(h_p + K_{pa}p_a + K_{pp}p_p) = \tau + f(t) \end{aligned} \quad (7)$$

上式可简写为

$$M\ddot{p}_a + N = \tau + f(t) \quad (8)$$

式中, $M = D_{aa} - D_{ap}D_{pp}^{-1}D_{pa}$, $N = h_a + K_{aa}p_a + K_{ap}p_p -$

忽略微弱的重力梯度, 载体位置无控、姿态受

$$D_{ap}D_{pp}^{-1}(h_p + K_{pa}p_a + K_{pp}p_p).$$

若矩阵 M 可逆,式(8)的系统动力学方程也可变化写为

$$\dot{p}_a = M^{-1}\{-N + f(t) + \tau\} \quad (9)$$

式(9)显然是一个二阶的多输入多输出非线性系统.为了方便系统控制器设计,令 $x_1 = p_a, x_2 = \dot{p}_a$,同时设系统的状态变量为: $X = [x_1^T \ x_2^T]^T$,则式(9)可写为如下状态空间形式

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = M^{-1}\{-N + f(t) + \tau\} \end{cases} \quad (10)$$

2 Terminal 滑模控制器设计

Terminal 滑模控制是通过设计一种动态、非线性滑模面方程来实现的,即在保证滑模控制稳定性的基础上,使系统状态在指定的有限时间内达到对期望状态的完全跟踪.本节将采用 Terminal 滑模控制技术,通过设计适当的控制律,使式(10)表达的漂浮基柔性空间机械臂的系统状态 $X = [x_1^T \ x_2^T]^T$,在有限时间内实现对期望状态 $X_d = [x_{1d}^T \ x_{2d}^T]^T$ 的跟踪.

2.1 切换面的设计

为此,定义系统误差向量

$$E = X - X_d = [e^T \ \dot{e}^T]^T \quad (11)$$

其中, $e = [e_1, e_2, e_3]^T = x_1 - x_{1d} = p_a - p_{ad} \in R^{3 \times 1}$, $p_{ad} = (\theta_{0d}, \theta_{1d}, \theta_{2d})^T$ 为柔性空间机械臂载体姿态转角及机械臂各关节铰在关节空间的期望运动轨迹, \dot{e} 为 e 的相应导数;则 $E \in R^{6 \times 1}$ 为柔性空间机械臂载体姿态角及机械臂各关节角的位置及速度误差.

设计如下滑模面方程

$$S(X, t) = ZE - W(t) \quad (12)$$

式中, $Z = [Z_1 \ Z_2] \in R^{3 \times 6}$, $Z_i = \text{diag}(z_{i1} \ z_{i2} \ z_{i3})$, $z_{ij}(i = 1, 2; j = 1, 2, 3)$ 是正常数; $W(t) = ZP(t)$, $P(t) = [p(t)^T \ \dot{p}(t)^T]^T \in R^{6 \times 1}$. 令 $p(t) = [p_1(t) \ p_2(t) \ p_3(t)]^T \in R^{3 \times 1}$,且 $p_i(t)(i = 1, 2, 3)$ 满足下面的假设.

假设 $p_i(t): R_+ \rightarrow R, p_i(t) \in C^2[0, \infty), \dot{p}_i(t), \ddot{p}_i(t) \in L^\infty$. 对于某个常数 $T > 0, p_i(t)$ 是在时间段上 $[0, T]$ 有界的,并且 $p_i(0) = e_i(0), \dot{p}_i(0) = \dot{e}_i, \ddot{p}_i(0) = \ddot{e}_i(0)$. 此处, $C^2[0, \infty)$ 表示定义在 $[0, \infty)$ 的所有二阶可微的连续函数, $e_i(i = 1, 2, 3)$ 为 e 的元素.

则由上面关于函数 $p_i(t)$ 的假设, $p_i(t)$ 可选取为如下形式

$$p_i(t) = \begin{cases} e_i(0) + \dot{e}_i(0)t + \frac{1}{2}\ddot{e}_i(0)t^2 + [\frac{a_{00}}{T^3}e_i(0) + \frac{a_{01}}{T^2}\dot{e}_i(0) + \frac{a_{02}}{T}\ddot{e}_i(0)]t^3 + [\frac{a_{10}}{T^5}e_i(0) + \frac{a_{11}}{T^4}\dot{e}_i(0) + \frac{a_{12}}{T^3}\ddot{e}_i(0)]t^4 + [\frac{a_{20}}{T^6}e_i(0) + \frac{a_{21}}{T^5}\dot{e}_i(0) + \frac{a_{22}}{T^4}\ddot{e}_i(0)]t^5 \\ \text{if } 0 \leq t \leq T \\ 0 \text{ if } T \leq t \end{cases} \quad (13)$$

其中,参数 $a_{il}(i = 0, 1, 2; l = 0, 1, 2)$ 是通过假设中的条件求得的.首先,由(13)式可得 $\dot{p}_i(t), \ddot{p}_i(t)$ 的表达式;再根据假设,函数 $p_i(t)$ 是一个在时刻二阶可微的连续函数,当 $t = T$ 时,函数 $p_i(t), \dot{p}_i(t)$ 和 $\ddot{p}_i(t)$ 的值均为零;因此我们可以得到如下三个三元一次方程组:

$$\begin{cases} a_{00} + a_{10} + a_{20} = -1 \\ 3a_{00} + 4a_{10} + 5a_{20} = 0 \\ 6a_{00} + 12a_{10} + 20a_{20} = 0 \end{cases}, \begin{cases} a_{01} + a_{11} + a_{21} = -1 \\ 3a_{01} + 4a_{11} + 5a_{21} = -1 \\ 6a_{01} + 12a_{11} + 20a_{21} = 0 \end{cases}, \begin{cases} a_{02} + a_{12} + a_{22} = -0.5 \\ 3a_{02} + 4a_{12} + 5a_{22} = -1 \\ 6a_{02} + 12a_{12} + 20a_{22} = -1 \end{cases}.$$

最终,由上述三个方程组可解出

$$\begin{cases} a_{00} = -10 \\ a_{10} = 15 \\ a_{20} = -6 \end{cases}, \begin{cases} a_{01} = -6 \\ a_{11} = 8 \\ a_{21} = -3 \end{cases}, \begin{cases} a_{02} = -1.5 \\ a_{12} = 1.5 \\ a_{22} = -0.5 \end{cases}.$$

从而就确定了上述二阶系统的 Terminal 滑模面.

2.2 Terminal 滑模控制器设计

在滑模控制中,控制输入应该使系统所有的状态轨迹都收敛到 $S(X, t) = 0$ 的滑模面上,即控制律应该保证误差从任意状态收敛到零.因此,我们设计如下 Terminal 滑模控制律,以保证 $S(X, t)$ 在有限时间趋近于零

$$\tau = -M\{-M^{-1}N - \dot{x}_{1d} - \ddot{p}(t) + Z_2^{-1}Z_1(\dot{e} - \dot{p}(t))\} - M \frac{Z_2^T S}{\|Z_2^T S\|} \{\|HF(t)\| + K\} \quad (14)$$

式中, K 为正常数; $H \in R^{3 \times 3}$ 且其元素为 $H_{ij} = |B_{ij}|(i = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3)$,其中 B_{ij} 为矩阵 $B = M^{-1}$ 的元素.

稳定性分析:选择如下正定函数 V 为准 Lyapunov 函数:

$$V = \frac{1}{2}S^T S \quad (15)$$

计算 V 的全导数 \dot{V} , 并利用式(10)和式(12), 得到

$$\begin{aligned} \dot{V} = S^T \dot{S} = S^T \{ Z \dot{E} - Z \dot{P}(t) \} = S^T \{ Z_2 [\ddot{e} - \ddot{p}(t)] + \\ Z_1 [\dot{e} - \dot{p}(t)] \} = S^T \{ Z_2 [\dot{x}_1 - \dot{x}_{1d} - \dot{p}(t)] + \\ Z_1 [\dot{e} - \dot{p}(t)] \} = S^T \{ Z_2 [\dot{x}_2 - \dot{x}_{1d} - \dot{p}(t)] + \\ Z_1 [\dot{e} - \dot{p}(t)] \} = S^T \{ Z_2 [M^{-1} \{ -N + f(t) + \\ \tau \} - \dot{x}_{1d} - \dot{p}(t)] + Z_1 [\dot{e} - \dot{p}(t)] \} \leq S^T Z_2 \{ - \\ M^{-1}N - \dot{x}_{1d} - \dot{p}(t) + Z_2^{-1} Z_1 [\dot{e} - \dot{p}(t)] \} + \\ S^T Z_2 M^{-1} \tau + \| S^T Z_2 \| \| M^{-1} f(t) \| \end{aligned} \quad (16)$$

将控制输入式(14)代入式(16), 可得

$$\dot{V} \leq \| S^T Z_2 \| \| M^{-1} f(t) \| - \frac{S^T Z_2 Z_2^T S}{\| Z_2^T S \|^2} \{ \| HF(t) \| + K \} \quad (17)$$

由于 $S^T Z_2 Z_2^T S = \| Z_2^T S \|^2$; 则有

$$\dot{V} \leq \| Z_2^T S \| \| M^{-1} f(t) \| - \| Z_2^T S \|^2 \{ \| HF(t) \| + K \} \quad (18)$$

由式(2)可知 $\| M^{-1} f(t) \| \leq \| HF(t) \|$, 因此由上式可得

$$\dot{V} \leq -K \| Z_2^T S \|^2 < 0 \quad (|S| \neq 0) \quad (19)$$

最终, 根据假设及 Terminal 滑模面方程(12), 得到

$$\begin{aligned} S(X, 0) = ZE(0) - W(0) = Z[E(0) - P(0)] = \\ Z \{ [e(0)^T \quad \dot{e}(0)^T]^T - [p(0)^T \quad \dot{p}(0)^T]^T \} = 0 \end{aligned} \quad (20)$$

即: 对于系统的任何初始状态, 其均在滑模面上, 而无一般滑模控制的到达阶段, 因此相应的闭环控制系统具有全局鲁棒和稳定性。

由于系统具有全局鲁棒性, 即 $S(X, t) = 0$ 或 $E(t) = P(t)$; 故通过合理选择 Terminal 滑模面中的函数 $P(T) = 0$, 即可实现 $E(T) = 0$; 从而保证跟踪误差在有限时间 T 内收敛至零。

此外, 为了降低上述控制过程中的抖动, 我们

采用连续函数向量 S_δ , 代替 $\frac{Z_2^T S}{\| Z_2^T S \|^2}$, 即

$$S_\delta = \frac{Z_2^T S}{\| Z_2^T S \|^2 + \delta}, \delta = \delta_0 + \delta_1 \| e \| \quad (21)$$

其中 δ_0, δ_1 为两个正常数。

3 仿真算例

以图1所示, 作平面运动的漂浮基两杆柔性空间机械臂系统为例。系统的真实模型参数分别为:

$$m_0 = 60.0 \text{ kg}, m_1 = 6.0 \text{ kg}; \rho = 3.0 \text{ kg/m}; d_0 = 0.5 \text{ m}, \\ l_1 = 2.0 \text{ m}, l_2 = 2.0 \text{ m}, d_1 = 1.0 \text{ m}, d_2 = 1.0 \text{ m}; J_0 = 30.0 \text{ kg} \cdot \text{m}^2,$$

$J_1 = 3.0 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, J_2 = 3.0 \text{ kg} \cdot \text{m}^2; EI = 2000 \text{ N} \cdot \text{m}^2$. 利用上面的滑模面方程(12)和 Terminal 滑模控制律(14), 进行系统控制仿真。

设柔性空间机械臂载体姿态的期望运动规律为:

$$\theta_{0d} = \pi/3 + 0.5 \sin(\pi t/5), \quad \text{单位: rad.}$$

同时, 机械臂各关节铰在关节空间的期望运动轨迹为:

$$\theta_{1d} = -\pi/6 + 1.5 \cos(\pi t/5),$$

$$\theta_{2d} = \pi/3 + 1.5 \sin(\pi t/5), \quad \text{单位: rad.}$$

系统的外部扰动设为:

$$f(t) = 10.0 [(\sin(\pi t) - \cos(\pi t)), \cos(\pi t), \sin(\pi t)]^T \quad \text{单位: N} \cdot \text{m.}$$

控制器的相应参数选为:

$$K = 80.0, F = [20.0, 20.0, 20.0]^T, Z_1 = \text{diag}[30.0, 30.0, 30.0], \\ Z_2 = \text{diag}[3.0, 3.0, 3.0], \delta_0 = 0.03, \delta_1 = 30.0, T = 2.0.$$

系统运动的初始值为: $\theta_0(0) = \pi/3, \theta_1(0) = \pi/3, \theta_2(0) = \pi/3$, 单位均为(rad); 仿真过程全部耗时: $t = 15.0 \text{ s}$ 。

图2(a, b, c)为采用上述滑模面方程(12)和 Terminal 滑模控制律(14)得到的柔性空间机械臂载体姿态角及各关节角的实际运动轨迹(虚线)与期望运动轨迹(实线)的比较; 图3(a, b)为柔性臂模态变量的变化曲线图; 图4为跟踪轨迹误差图。由于设定控制参数 T 为 2.0, 因此漂浮基柔性空间机械臂载体姿态与各关节角的跟踪误差在 $t = 2.0 \text{ s}$ 时基本收敛至零。

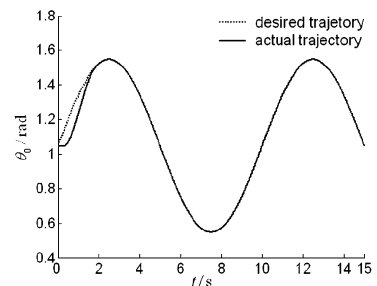
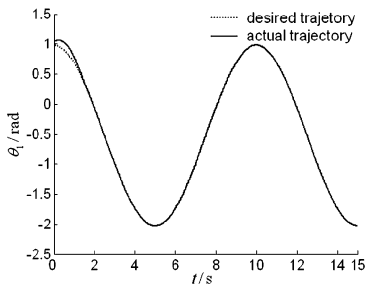
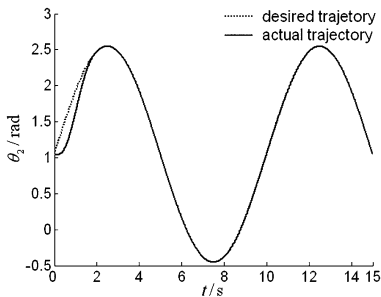
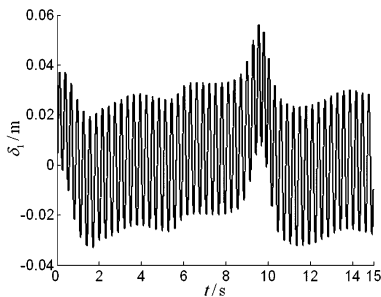
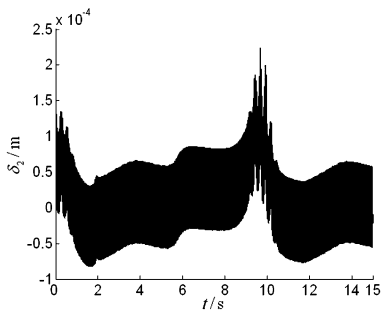


图2(a) 载体姿态角 θ_0 的轨迹跟踪图

Fig. 2(a) Trajectory tracking of the base's attitude θ_0

从图2和图4的仿真结果可以看出, 本文所采用的 Terminal 滑模控制方案可有效地控制柔性空间机械臂的载体姿态与机械臂各关节协调地完成期望运动, 同时保证跟踪误差在有限的时间内收敛至零。

图2(b) 关节角 θ_1 的轨迹跟踪图Fig. 2(b) Trajectory tracking of the joint angle θ_1 图2(c) 关节角 θ_2 的轨迹跟踪图Fig. 2(c) Trajectory tracking of the joint angle θ_2 图3(a) 模态坐标变量 δ_1 的变化曲线图Fig. 3(a) Curve of the mode coordinate δ_1 图3(b) 模态坐标变量 δ_2 的变化曲线图Fig. 3(b) Curve of the mode coordinate δ_2

4 结论

本文采用 Terminal 滑模控制技术,对具有外部扰动的漂浮基柔性空间机械臂载体姿态与各关节协调运动的控制问题,进行了滑模控制方案设计. Terminal 滑模函数的选取及控制律的设计使得提

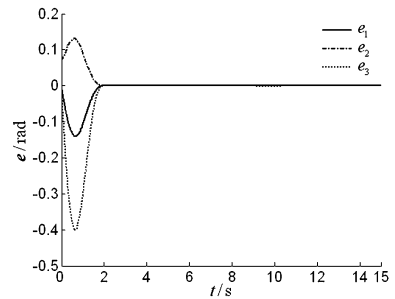


图4 轨迹跟踪误差图

Fig. 4 Tracking error

到的控制方案消除了惯常滑模控制的到达阶段,令闭环控制系统具有全局鲁棒性和稳定性. 系统数值仿真,证实了方法的有效性. 此外,虽然本文针对的是平面二维情况,但经简单的矢量运算推演,上述控制方法可以很容易的推广到三维一般情况.

参 考 文 献

- Evans L. Canadian space robotics on board the international space station. CCToMM Symposium on Mechanisms, Machines, and Mechatronics, Montreal, Canada; Canadian Space Agency, 2005; 26 ~ 27
- Parlaktuna O, Ozkan M. Adaptive control of free-floating space manipulators using dynamically equivalent manipulator model. *Robotics and Autonomous Systems*, 2004, 46(3): 185 ~ 193
- Dubowsky S, Papadopoulos E. The kinematics, dynamics, and control of free-flying and free-floating space robotic systems. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1993, 9(5): 531 ~ 543
- Papadopoulos E, Dudowsky S. On the nature of control algorithms for free-floating space manipulators. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1991, 7(6): 750 ~ 758
- 刘延柱. 航天器姿态动力学. 北京: 国防工业出版社, 1995 (Liu Yanzhu. Spacecraft attitude dynamics. Beijing: National Defence Industry Press, 1995 (in Chinese))
- 李俊峰, 王照林. 带空间机械臂的充液航天器姿态动力学研究. 宇航学报, 1999, 20(2): 81 ~ 86 (Li Junfeng, Wang Zhaolin. Study on attitude dynamics of liquid filled spacecraft with manipulators. *Journal of Astronautics*, 1999, 20(2): 81 ~ 86 (in Chinese))
- 尤超蓝, 洪嘉振. 空间交会对接过程的动力学模型与仿真. 动力学与控制学报, 2004, 2(2): 23 ~ 28 (You Cholan, Hong Jiazhen. Dynamical model and simulation of rendezvous and docking procedure. *Journal of Dynamics and*

- Control*, 2004, 2(2): 23 ~ 28 (in Chinese))
- 8 陈力. 参数不确定空间机械臂系统的鲁棒自适应混合控制. 控制理论与应用, 2004, 21(4): 512 ~ 516 (Chen Li. Robust and adaptive composite control of space manipulator system with uncertain parameters. *Control Theory & Application*, 2004, 21(4): 512 ~ 516)
 - 9 Murotsu Y, Tsujio S, Senda K, et al. Trajectory control of flexible manipulators on a free-floating space robot. *IEEE Control Systems*, 1992, 12(3): 51 ~ 57
 - 10 洪在地, 负超, 陈力. 柔性臂漂浮基空间机器人建模与轨迹跟踪控制. 机器人, 2007, 29(1): 92 ~ 96 (Hong Zaidi, Yun Chao, Chen Li. Modeling and trajectory tracking control of a free-floating space robot with flexible manipulators. *Robot*, 2007, 29(1): 92 ~ 96 (in Chinese))
 - 11 苏文敬, 吴立成, 孙富春, 等. 空间柔性双臂机器人系统建模. 控制与仿真研究. 2003, 15(8): 1098 ~ 1100 (Su Wenjing, Wu Licheng, Sun Fuchun, et al. Dynamics modeling, control and simulation for flexible dual-arm space robot. *Journal of System Simulation*, 2003, 15(8): 1098 ~ 1100 (in Chinese))
 - 12 Feng Y, Yu X H, Man Z H. Non-singular terminal sliding mode control of rigid manipulators. *Automatica*, 2002, 38(12): 2159 ~ 2167
 - 13 Yu X H, Man Z H. Model reference adaptive control systems with terminal sliding modes. *International Journal of Control*, 1996, 64(6): 1165 ~ 1176
 - 14 胡剑波, 时满宏, 庄开宇, 等. 一类非线性系统的 Terminal 滑模控制. 控制理论与应用, 2005, 22(3): 495 ~ 498 (Hu Jianbo, Shi Manhong, Zhuang Kaoyu, et al. Terminal sliding mode control for a class of nonlinear systems. *Control Theory & Application*, 2005, 22(3): 495 ~ 498 (in Chinese))
 - 15 刘金琨. 滑模变结构控制 MATLAB 仿真. 北京: 清华大学出版社, 2005 (Liu Jinkun. Matlab Simulation of Sliding Mode Control. Beijing: Tsinghua University Press, 2005 (in Chinese))

TERMINAL SLIDING MODE CONTROL OF COORDINATED MOTION OF FREE-FLOATING FLEXIBLE SPACE MANIPULATOR*

Guo Yishen Chen Li

(College of Mechanical Engineering, Fuzhou University, Fuzhou 350002, China)

Abstract The control problem of coordinated motion of a free-floating flexible space manipulator with external disturbance was discussed. With the assumed mode method, the relationship of system linear momentum conversation and the Lagrangian approach, the dynamic equation of the free-floating flexible space manipulator was established and then inverted to the state equation for control design. Based on the above results and the terminal sliding mode control (SMC) technique, a mathematical expression of the terminal sliding surface was proposed, and then the terminal SMC scheme of coordinated motion between the base's attitude and the manipulator's joints of the free-floating flexible space manipulator with external disturbance was developed. This proposed control scheme not only guarantees that the sliding phase of the closed-loop system exists, but also ensures that the output tracking error converges to zero in finite time. In addition, because the initial state of system is always at the terminal sliding surface, the control scheme can eliminate the reaching phase of SMC and guarantee the global robustness and stability of the closed-loop system. A planar free-floating flexible space manipulator with two links was simulated to verify the feasibility of the proposed control scheme.

Key words free-floating flexible space manipulator, external disturbance, terminal sliding surface, coordinated motion, terminal sliding mode control

Received 28 July 2008, revised 16 December 2008.

* The project supported by the National Natural Science Foundation of China (10372022, 10672040) and by the Natural Science Foundation of Fujian Province, China (E0410008)