

# 空间多体机械系统耦合动力学的键合图法\*

王中双 徐长顺 陈集

(齐齐哈尔大学机械工程学院, 齐齐哈尔 161006)

**摘要** 为提高多能域耦合空间多体系统动力学分析的效率及可靠性,提出了键合图法.从能量守恒的基本原理出发,讨论了键合图中的多通口元件 MTF 所具有的特性.以此为基础阐述了建立空间多体机械系统键合图模型的一般方法及其动力学原理.将运动副约束反力视做未知势源加在系统键合图模型相应的 0-结处,有效地解决了微分因果关系及非线性结型结构所带来的十分困难的代数问题,推导出便于计算机自动生成的系统状态方程及运动副约束反力方程的统一公式,实现了计算机自动建模与仿真.实际算例表明了所述方法的有效性.

**关键词** 空间多体机械系统, 耦合动力学, 键合图, 动力学原理

## 引言

随着多体系统向着高速度、高精度、轻质量的方向发展,对于其动态特性的研究及改善具有十分重要的意义.该问题从理论上讲没有什么困难<sup>[1-2]</sup>,但在实际应用中,用手工列写系统动力学方程及运动副约束反力方程既复杂又易出错.因此,如何使这一过程在计算机上自动地进行是十分值得研究的问题.以分析力学为基础的解决该类问题的方法<sup>[1-3]</sup>对于多种能量形式并存的系统具有局限性.键合图理论<sup>[4]</sup>为该类问题提供了颇具特色的解决途径,但尚需做进一步的研究.对空间多体机械系统,构件间的运动几何约束导致其系统键合图模型具有微分因果关系,构件上任意一点与其质心的非线性速度关系,使其键合图模型具有非线性结型结构<sup>[4]</sup>.由此所产生的代数环给在计算机上自动建模与仿真带来了相当大的代数困难,无法直接应用 ENPORT、CAMP 和 TUTSIM 等软件<sup>[5]</sup>.为解决上述问题,目前有三种典型的方法:(1) Karnopp 和 Margolis 将虚拟的容性元件加在铰接点处<sup>[4]</sup>.该方法使得系统状态变量的数目增加,降低了仿真效率.同时,人为地导致系统动力学方程刚性问题的产生或加重其病态程度.(2)文献[6]提出了拉格朗日键合图方法.该方法仅限于纯机械能域,并且无法直接确定运动副反力.(3)文献[7-10]提出并扩展了向量键合图的方法.该方法

非常适用于三维机械系统的建模,并且表达形式简洁.但如何直接用于多能域系统尚需做进一步的研究.本文在标准键合图理论框架下所给出的方法,有效地解决了上述问题.

## 1 键合图基本元件 MTF 的性质

图 1 表示键合图中的二通口转换器 TF,其中转换器的模数  $m$  可以是常量,也可以是变量.当转换器的模数  $m$  是变量时,称之为可调转换器,用 MTF 来表示.左边输入键的势和流分别为  $e_1, f_1$ ,右边输出键的势和流分别为  $e_2, f_2$ .由键合图基本理论<sup>[4]</sup>知, $e_1, f_1$  和  $e_2, f_2$  分别表示输入和输出瞬时功率.由于 MTF 是一个理想的功率转换器,则瞬时输出功率应等于瞬时输入功率.

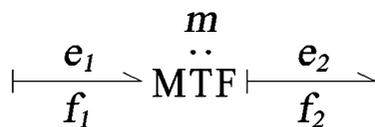


图 1 二通口转换器

Fig. 1 Two-port transformer

$$e_1 \cdot f_1 = e_2 \cdot f_2 \tag{1}$$

由图 1 所示的因果关系<sup>[4]</sup>知

$$\left. \begin{aligned} e_1 &= me_2 \\ f_2 &= mf_1 \end{aligned} \right\} \tag{2}$$

式中,  $m$  为转换器的模数.由此可知:对于二通口转

2008-07-28 收到第 1 稿,2008-12-14 收到修改稿.

\* 黑龙江省自然科学基金(E200523),黑龙江省教育厅海外学人基金(1151hz020)资助项目

换器 MTF,只要知道输入流和输出流的关系,就可以确定相应势的关系,反之亦然.

由文献[4]知:多通口转换器和二通口转换器一样,是体现输入、输出瞬时能量守恒的理想元件.如图2所示,在其输入和输出侧有许多不同的通口.如定义向量:

在输入侧

$$e_{in} = [e_{1i} \ e_{2i} \ \dots \ e_{ni}]^T, f_{in} = [f_{1i} \ f_{2i} \ \dots \ f_{ni}]^T$$

在输出侧

$$e_{out} = [e_{1o} \ e_{2o} \ \dots \ e_{mo}]^T, f_{out} = [f_{1o} \ f_{2o} \ \dots \ f_{mo}]^T$$

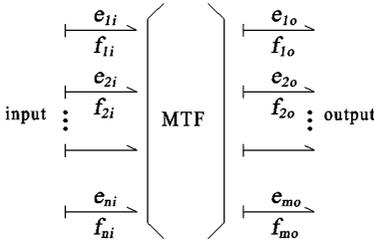


图2 多通口转换器

Fig.2 Multiport transformer

由能量守恒原理知

$$e_{in}^T f_{in} = e_{out}^T f_{out} \quad (3)$$

设转换器 MTF 的转换矩阵为  $T$ ,即

$$f_{out} = T f_{in} \quad (4)$$

将式(4)代入式(3)得:

$$e_{in}^T f_{in} = e_{out}^T T f_{in} \quad (5)$$

将式(5)两边同时转置得:

$$f_{in}^T e_{in} = f_{in}^T T^T e_{out} \quad (6)$$

比较式(6)两边易得

$$e_{in} = T^T e_{out} \quad (7)$$

由式(4)、式(7)知:对于多通口转换器 MTF 来说,已知输入流向量和输出流向量的转换关系,可由式(7)确定相应的势向量的转换关系,反之亦然.这一性质对建立和理解空间多体机械系统键合图模型至关重要.

## 2 空间多体机械系统键合图模型

图3为空间运动刚体  $i$ ,坐标基  $e^r(OXYZ)$  为全局坐标系,坐标基  $e^b(O_i X_i Y_i Z_i)$  为固结在质心  $C_i$  处的连体基,其坐标轴为惯性主轴.  $F_i$  为所有外力的合力,  $\tau_i^b$  为所有外力矩的合力矩在连体基中的表示.  $F_{A_i}$ 、 $F_{B_i}$  分别为铰接点  $A_i$ 、 $B_i$  处的约束反力向量,构件间的约束形式可以是旋转铰、万向节、球

铰、棱柱铰、圆柱铰、螺旋铰及组合铰,其运动约束方程详见文献[2].

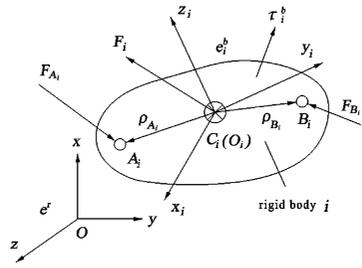


图3 空间运动构件

Fig.3 The body undergoing spatial motion

由多体系统运动学<sup>[2]</sup>得:

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_{A_i}^r \\ \dot{Y}_{A_i}^r \\ \dot{Z}_{A_i}^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{X}_{C_i}^r \\ \dot{Y}_{C_i}^r \\ \dot{Z}_{C_i}^r \end{bmatrix} - A_i^{rb} \rho_{A_i}^b \omega_i^b \quad (8)$$

式中,  $\omega_i^b = [\omega_{ix}^b \ \omega_{iy}^b \ \omega_{iz}^b]^T$  为刚体的角速度矢在连体基  $e_i^b$  上的表示. 在  $e^r$  中,铰接点  $A_i$  相对质心  $C_i$  的位置矢量  $\rho_{A_i}^b = [\rho_{A_{ix}}^b \ \rho_{A_{iy}}^b \ \rho_{A_{iz}}^b]$ . 在  $e_i^b$  中,铰接点  $A_i$  相对质心  $C_i$  的位置矢量  $\rho_{A_i}^b = [\rho_{A_{ix}}^b \ \rho_{A_{iy}}^b \ \rho_{A_{iz}}^b]^T$ . 设  $A_i^{rb}$  为描述刚体姿态的方向余弦阵,且

$$A_i^{rb} = \begin{bmatrix} A_{i11} & A_{i12} & A_{i13} \\ A_{i21} & A_{i22} & A_{i23} \\ A_{i31} & A_{i32} & A_{i33} \end{bmatrix}$$

由文献[2]知,  $A_i^{rb}$  阵中的各元素可用多种形式的刚体姿态坐标来表示.

式中

$$\tilde{\rho}_{A_i}^b = \begin{bmatrix} 0 & -\rho_{A_{iz}}^b & \rho_{A_{iy}}^b \\ \rho_{A_{iz}}^b & 0 & -\rho_{A_{ix}}^b \\ -\rho_{A_{iy}}^b & \rho_{A_{ix}}^b & 0 \end{bmatrix}$$

同理可得:

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_{B_i}^r \\ \dot{Y}_{B_i}^r \\ \dot{Z}_{B_i}^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{X}_{C_i}^r \\ \dot{Y}_{C_i}^r \\ \dot{Z}_{C_i}^r \end{bmatrix} - A_i^{rb} \rho_{B_i}^b \omega_i^b \quad (9)$$

式中

$$\tilde{\rho}_{B_i}^b = \begin{bmatrix} 0 & -\rho_{B_{iz}}^b & \rho_{B_{iy}}^b \\ \rho_{B_{iz}}^b & 0 & -\rho_{B_{ix}}^b \\ -\rho_{B_{iy}}^b & \rho_{B_{ix}}^b & 0 \end{bmatrix}$$

式(8)、式(9)所表示的速度关系可以用图4所示

的键合图来表示. 其中  $m_{c_i}$  表示构件  $i$  的质量,  $J_{ixx}$ 、 $J_{iyy}$ 、 $J_{izz}$  分别为刚体相对主轴连体基  $e_i^b$  的主惯量矩.  $F_{ix}^r$ 、 $F_{iy}^r$ 、 $F_{iz}^r$  ( $i=1, 2, \dots, N$ ) 分别表示所有外力合力在全局坐标系  $e^r$  ( $OXYZ$ ) 的  $X$ 、 $Y$  及  $Z$  方向的分量,  $F_{A_{ix}}^r$ 、 $F_{A_{iy}}^r$ 、 $F_{A_{iz}}^r$ 、 $F_{B_{ix}}^r$ 、 $F_{B_{iy}}^r$ 、 $F_{B_{iz}}^r$  ( $i=1, 2, \dots, N$ ) 分别表示构件  $i$  两端  $A_i$ 、 $B_i$  运动副约束反力在全局坐标系  $e^r$  ( $OXYZ$ ) 的  $X$ 、 $Y$  及  $Z$  方向的分量,  $\tau_{ix}^b$ 、 $\tau_{iy}^b$ 、 $\tau_{iz}^b$  分别表示所有外力矩的合力矩矢量在连体基  $e_i^b$  坐标轴上的分量. 对照图4各0-结的流和关系,各可调转换器 MTF 的模数  $r_{i,j}$  可以由式(8)、式(9)直接求得.

对图4构件  $i$  键合图模型所对应的1-结求势和得构件  $i$  的动力学方程,与直接对图3应用牛顿-欧拉动力学方程<sup>[2]</sup>所得的结果是一致的.

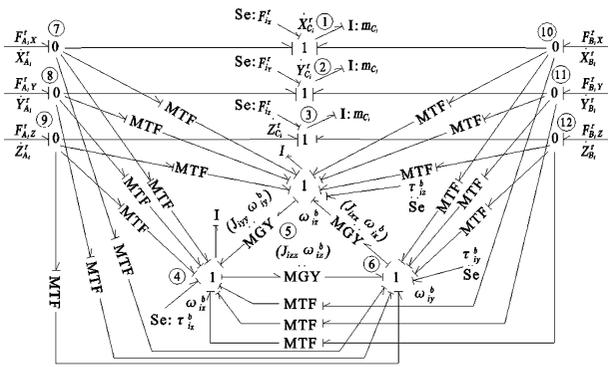


图4 空间运动刚体键合图模型

Fig.4 The bond graph model for the rigid body undergoing spatial motion

将图4所示的空间运动构件键合图模型按照一定的运动约束关系<sup>[2]</sup>组合起来,便可以建立空间多体机械系统的键合图模型. 将其与其它子系统组合起来(例如:驱动电机键合图模型),可以建立完全的空间多体机械系统的键合图模型.

由单个空间运动构件的键合图模型图4知,其输入为势变量  $F_{A_{ix}}^r$ 、 $F_{A_{iy}}^r$ 、 $F_{A_{iz}}^r$ ,其输出为流变量  $\dot{X}_{B_i}^r$ 、 $\dot{Y}_{B_i}^r$ 、 $\dot{Z}_{B_i}^r$ ,所有贮能元件皆为积分因果关系. 当将其与其它运动构件的键合图按照文献<sup>[2]</sup>所述的运动约束关系组合起来时,就不能保持该输入输出关系,从而导致其部分贮能元件具有微分因果关系<sup>[4]</sup>. 由于多体系统键合图中的转换器模数 MTF 是其姿态坐标的非线性函数,从而又构成了非线性的结型结构. 这给直接应用标准键合图法<sup>[4]</sup>进行系统计算机辅助动力学分析带来了较大的代数困难. 为此,将运动副约束反力视做未知外界势源加在系统键合图模型相应的0-结处,可以完全消除系统键

合图模型中的微分因果关系. 有关这一点,详见下文实际算例.

### 3 系统状态方程的统一公式

机械系统可根据构成它的基本元件的作用划分为不同形式的能量场,如图5所示. 独立储能场是由含积分因果关系的惯性元件 I 和容性元件 C 所组成. 设系统独立储能场中对应独立运动的能量变量向量  $X_{i_1}$ ,非独立运动的能量变量向量  $X_{i_2}$ ,相应的共能量变量向量分别为  $Z_{i_1}$ 、 $Z_{i_2}$ .  $X_{i_1}$ 、 $X_{i_2}$  分别为  $m_1$  维、 $m_2$  维列向量,其中  $X_{i_1}$  为系统的状态变量. 耗散场的输入、输出向量分别为  $D_{in}$ 、 $D_{out}$ ,皆为  $L$  维列向量. 外界源输入向量  $U = [U_1 \ U_2]^T$ ,其中  $U_1$  为  $m_s$  维列向量,表示作用在系统上的已知源输入; $U_2$  为  $m_2$  维列向量,表示视为外界源输入的运动副约束反力, $m_2$  为系统的约束数目.

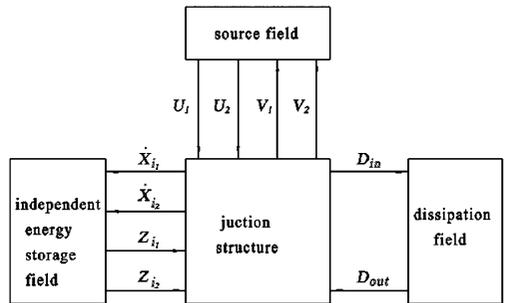


图5 机械系统基本场

Fig.5 Basic field of mechanical system

独立储能场方程

$$Z_{i_1} = F_{i_1} X_{i_1} \tag{10}$$

$$Z_{i_2} = F_{i_2} X_{i_2} \tag{11}$$

式中,  $F_{i_1}$ 、 $F_{i_2}$  分别为  $m_1 \times m_1$  及  $m_2 \times m_2$  常数方阵.

阻性场方程

$$D_{out} = R D_{in} \tag{12}$$

式中,  $R$  为  $L \times L$  方阵.

由图5知,系统的结型结构方程可写成如下形式:

$$\dot{X}_{i_1} = J_{i_1 i_1} Z_{i_1} + J_{i_1 i_2} Z_{i_2} + J_{i_1 L} D_{out} + J_{i_1 u_1} U_1 + J_{i_1 u_2} U_2 \tag{13}$$

$$\dot{X}_{i_2} = J_{i_2 i_1} Z_{i_1} + J_{i_2 i_2} Z_{i_2} + J_{i_2 L} D_{out} + J_{i_2 u_1} U_1 + J_{i_2 u_2} U_2 \tag{14}$$

$$D_{in} = J_{L i_1} Z_{i_1} + J_{L i_2} Z_{i_2} + J_{L L} D_{out} + J_{L u_1} U_1 + J_{L u_2} U_2 \tag{15}$$

由系统键合图内部结型结构的约束关系(即对  $m_2$  个约束反力所对应的0-结求流和)得:

$$0 = J_{C i_1} Z_{i_1} + J_{C i_2} Z_{i_2} + J_{C L} D_{out} + J_{C u_1} U_1 \tag{16}$$

式(13)~式(16)中各系数矩阵为结型矩阵,皆为

构件姿态坐标的函数.

由机构运动分析得:

$$Z_{i2} = T_L Z_{i1} \quad (17)$$

则由式(10)、(11)及式(17)得:

$$X_{i2} = F_{i2}^{-1} T_1 F_{i1} X_{i1} \quad (18)$$

由式(10)~式(18)经代数处理得:当考虑各运动副的阻尼时,  $\det(T_{CU2}) \neq 0$  则:

$$\left. \begin{aligned} \dot{X}_{i1} &= (T_{i11} - T_{i12} T_{cu2}^{-1} T_{ci1}) X_{i1} + (T_{i12} - T_{i12} T_{cu2}^{-1} T_{ci1}) \times \\ &\quad F_{i2}^{-1} T_L F_{i1} X_{i1} + (T_{i1u1} - T_{i1u2} T_{cu2}^{-1} T_{ci1}) U_1 \\ U_2 &= (-1) T_{cu2}^{-1} (T_{ci1} X_{i1} + T_{ci2} F_{i2}^{-1} T_L F_{i1} X_{i1} + T_{cu1} U_1) \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

当忽略各关节的阻尼时,  $J_{CL} = 0$ ,

$$\left. \begin{aligned} \dot{X}_{i1} &= T_{i11} X_{i1} + T_{i11} F_{i2}^{-1} T_L F_{i1} X_{i1} + T_{i1u1} U_1 + T_{i1u2} U_2 \\ U_2 &= A_4^{-1} [(A_1 + A_2 F_{i2}^{-1} T_L F_{i1}) X_{i1} + A_3 U_1 + J_{cu1} \dot{U}_1] \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

式中

$$\begin{aligned} T_{i11} &= [J_{i11} + J_{i1L} R (I_1 - J_{LL} R)^{-1} J_{Li1}] F_{i1} \\ T_{i12} &= [J_{i12} + J_{i1L} R (I_1 - J_{LL} R)^{-1} J_{Li2}] F_{i2} \\ T_{i1u1} &= J_{i1L} R (I_1 - J_{LL} R)^{-1} J_{LU1} + T_{i1u1} \\ T_{i1u2} &= T_{i1u2} + J_{i1L} R (I_1 - J_{LL} R)^{-1} J_{LU2} \\ T_{i21} &= [J_{i21} + J_{i2L} R (I_1 - J_{LL} R)^{-1} J_{Li1}] F_{i1} \\ T_{i22} &= [J_{i22} + J_{i2L} R (I_1 - J_{LL} R)^{-1} J_{Li2}] F_{i2} \\ T_{i2u1} &= T_{i2u1} + J_{i2L} R (I_1 - J_{LL} R)^{-1} J_{LU1} \\ T_{i2u2} &= T_{i2u2} + J_{i2L} R (I_1 - J_{LL} R)^{-1} J_{LU2} \\ T_{Ci1} &= J_{Ci1} F_{i1} + J_{CL} R (I_1 - J_{LL} R)^{-1} J_{Li1} F_{i1} \\ T_{Ci2} &= J_{Ci2} F_{i2} + J_{CL} R (I_1 - J_{LL} R)^{-1} J_{Li2} F_{i2} \\ T_{Cu1} &= J_{Cu1} + J_{CL} R (I_1 - J_{LL} R)^{-1} J_{LU1} \\ T_{Cu2} &= J_{CL} R (I_1 - J_{LL} R)^{-1} J_{LU2} \\ A_1 &= J_{Ci2} F_{i1} + J_{Ci2} F_{i2} T_{i21} + J_{Ci1} F_{i1} T_{i11} \\ A_2 &= J_{Ci2} F_{i2} T_{i22} + J_{Ci2} F_{i2} + J_{Ci1} F_{i1} T_{i12} \\ A_3 &= J_{Ci1} F_{i1} T_{i1u1} + J_{Ci2} F_{i2} T_{i2u1} + J_{Cu1} \\ A_4 &= (-1) [J_{Ci2} F_{i2} T_{i2u2} + J_{Ci1} F_{i1} T_{i1u2}] \end{aligned}$$

式中,  $I_1$  为  $L \times L$  单位阵.

对于形如式(20)的系统状态方程, 给定系统状态变量  $X_{i1}$  的初值, 由式(20b)求得约束反力向量  $U_2$ , 代入到式(20a)中去. 对于形如式(20a)的一阶常微分方程组, 有许多行之有效的数值解法, 本文采用基于 *MATLAB* 命令的修正变步长 RKF 法求解<sup>[11]</sup>. 对于形如式(19)的一阶常微分方程组, 采用相同的解法求得系统状态变量  $X_{i1}$ , 同时可以求得约束反力向量  $U_2$ .

## 4 实例

图6为3自由度转动关节机器人, 全局坐标系  $O_0 X_0 Y_0 Z_0$ , 坐标系  $X_{P_i} Y_{P_i} Z_{P_i}$  ( $i=2,3$ ) 为固联在各杆件质心处并与其惯性主轴相重合的连体基, 坐标系  $O_i X_i Y_i Z_i$  ( $i=1,2,3$ ) 为固联在各杆件上的动系, 其轴与各杆轴线相重合. 其结构参数如表1所示.  $O_2 C_2 = C_2 O_3 = L_{2G_1} = L_{2G_2} = 0.25m$ ,  $O_3 C_3 = C_3 O_4 = L_{3G_1} = L_{3G_2} = 0.25m$ . 设各杆件质心的绝对坐标为  $({}^0 X_{C_i}^0, {}^0 Y_{C_i}^0, {}^0 Z_{C_i}^0)$  ( $i=2,3$ ). 各关节永磁式直流驱动电机固定在机架上, 通过传动齿轮在各关节处驱动相应杆件, 每个电机仅直接驱动一个杆件. 电机参数如下: 电枢线圈电感  $L_a = 0.2H$ , 电阻  $r_a = 10\Omega$ , 输出转子转动惯量  $J_a = 2.064 \times 10^{-3}$ , 阻尼系数  $R_b = 4.1208 \times 10^{-4} N \cdot m / rad \cdot s^{-1}$ , 换能系数  $T_a = 0.15729 N \cdot m / A$ , 减速器传动比  $1/20$ , 电机输入电压  $V_T = 240$  (V), 电枢线圈初始电流  $i_a(0) = 0$  ( $i=1,2,3$ ).

表1 三自由度机器人结构参数

Table 1 The structural parameters of robot with three degree of freedom

bar	length	mass	$J_{xx}$	$J_{yy}$	$J_{zz}$
(i)	(m)	(kg)	( $kg \cdot m^2$ )	( $kg \cdot m^2$ )	( $kg \cdot m^2$ )
1	0.4	3	—	0.1	—
2	0.5	5	0.1177	$1.03 \times 10^{-3}$	0.1177
3	0.5	5	0.1177	$1.03 \times 10^{-3}$	0.1177

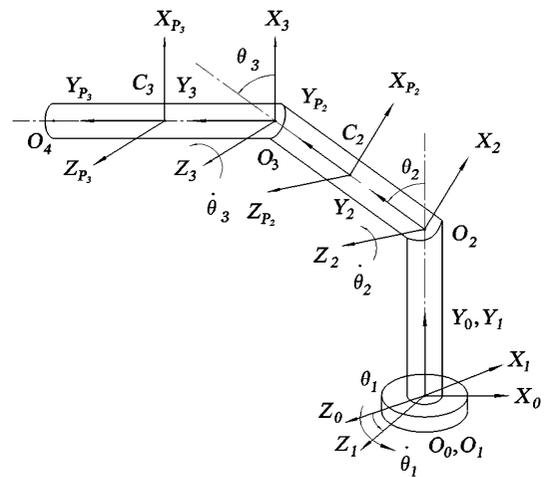


图6 自由度转动关节机器人

Fig. 6 The robot with three freedom revolving joints

图7为三个电机驱动的自由度机器人系统标准键合图模型, I、II、III部分分别为关节  $O_1$ 、 $O_2$ 、 $O_3$  处的永磁式直流驱动电机键合图模型<sup>[4]</sup>, 这里忽略传动齿轮的质量. 减速齿轮输出轴的力矩恰



统一公式,具有规则化的特点,便于计算机自动生成,可以提高多能域耦合空间多体机械系统动态仿真的效率及可靠性,具有更广的应用范畴道。

## 参 考 文 献

- 1 洪嘉振,龙超蓝.刚柔耦合系统动力学研究进展.动力学与控制学报,2004,6(2):1~6(Hong jiazhen,Long chaolan. Advances in dynamics of rigid-flexible coupling system. *Journal of Dynamics and Control*,2004,6(2):1~6(in Chinese))
- 2 洪嘉振.计算多体系统动力学.北京:高等教育出版社,2003:202~319(Hong jiazhen. Computational dynamics of multibody systems. Beijing:The Advanced Education Press,2003:202~319(in Chinese))
- 3 陈立平,张云清,任卫群等.机械系统动力学分析及 ADAMS 应用教程.北京:清华大学出版社,2005:1~364(Chen liping,Zhang yunqing, Ren weiqun, et al. Mechanical system dynamics and ADAMS application course. Beijing:Tsinghua University Press,2005:1~364(in Chinese))
- 4 Karnopp D C, Margolis D L, Rosenberg R C. System dynamics; modeling and simulation of mechatronic systems. New York: Wiley,2000:1~496
- 5 Jenny M D, Marisol D, Claude B, et al. A survey of bond graphs: theory, applications and programs. *Journal of the Franklin Institute*,1991,328:565~606
- 6 张尚才.工程系统的键合图模拟和仿真.北京:机械工业出版社,1993:154~162(Zhang shangcai. Bond graph simulation for engineering system. Beijing: China Machine Press,1993:154~162(in Chinese))
- 7 Sass L, Mcphee J, Fiset P, et al. A comparison of different methods for modelling electromechanical multibody systems. *Multibody System Dynamics*,2004,12(2):209~250
- 8 Zeid A, Overholt J L. Singularly perturbed bond graph models for simulation of multibody systems. *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*,1995,117(3):401~410
- 9 Jinhee Jang, Changsoon, Han. Proposition of modeling for constrained mechanical systems based on the vector bond graph. *J. Franklin Inst.*,1998,335(3):451~469
- 10 Cacho R, Felez J, Vera C. Deriving simulation models from bond graphs with algebraic loops the extension to multibond graph systems. *Journal of The Franklin Institute*,2000,337:579~600
- 11 姜健飞,胡良剑,唐俭.数值分析及其 MATLAB 实验.北京:科学出版社,2004:136~166(Jiang jianfei, Hu liangjian, Tang jian. Numerical analysis and MATLAB experiment. Beijing: Science Press,2004:136~166(in Chinese))

# A BOND GRAPH METHOD FOR THE COUPLING DYNAMICS OF SPATIAL MULTIBODY MECHANICAL SYSTEMS\*

Wang Zhongshuang Xu Changshun Chen Ji

(School of Mechanical Engineering, Qiqihar University, Qiqihar 161006, China)

**Abstract** In order to increase the efficiency and reliability of the dynamic analysis for spatial multibody mechanical systems containing the coupling of multi-energy domains, a method based on bond graph was introduced. From the viewpoint of energy conserving, the peculiar property of bond graph multiport element MTF was discussed. Based on this, the procedure of modeling spatial multibody mechanical systems by bond graphs and its dynamic principle were described. To overcome the algebraic difficulty brought by differential causality and nonlinear junction structure, the constraint forces at joints can be considered as unknown effort sources and added to the corresponding 0-junctions of the system bond graph model. The unified formulae of system state space equations and constraint forces at joints were derived, which could be easily generated on a computer in a complete form. As a result, the automatic modeling and simulation on a computer were realized. The validity of the procedure was illustrated by a practical example.

**Key words** spatial multibody mechanical system, coupling dynamics, bond graph, dynamic principle

Received 28 July 2008, revised 14 December 2008.

\* The project supported by the Natural Science Research Foundation of Heilong Jiang Province (E200523) and the Science Research Foundation of Heilongjiang Province Office of Education for Scholar abroad (115hz020)