

# 一种滑模观测器的多故障诊断方法\*

何静<sup>1,2</sup> 邱静<sup>1</sup> 张昌凡<sup>2</sup>

(1. 国防科技大学机电工程与自动化学院,长沙 410073)(2. 湖南工业大学电气与信息工程学院,株洲 412008)

**摘要** 针对非线性系统的执行器故障及传感器故障,提出一种鲁棒多故障检测方法. 首先,对可能发生的每种执行器故障分别构造模型,并设计相应的滑模观测器用于残差生成,从而实现执行器故障检测. 然后,设计一种算法,利用简单滤波器将传感器故障转换为执行器故障,从而直接利用执行器故障检测的方法实现传感器故障的检测,将执行器故障的检测方法推广到执行器、传感器故障同时存在的情况. 最后,通过在单关节机械手中的仿真应用验证了所提方法的有效性.

**关键词** 故障检测, 残差生成, 滑模观测器, 奉献观测器

## 引言

随着现代自动化技术水平的不断提高,各类工程系统的复杂性大大增加,系统的可靠性和安全性已成为保障经济效益和社会效益的一个关键因素,因此,故障诊断理论与方法的研究得到了迅速的发展,其中多故障检测方法的研究近年来受到了工程界的重视. 这里的“多故障”具有两个方面的含义,即:多个同类故障同时发生,或是发生多种类型的故障(例如传感器故障和执行器故障). 基于解析模型方法的状态观测器法,在多故障检测中得到应用<sup>[1-4]</sup>,而奉献观测器法则是其中较成熟的多故障诊断方法之一. 大量的数学仿真和实验证明该方法具有多故障检测能力<sup>[5]</sup>,但由于存在一些不足之处,如要求系统单个输出的输出矩阵满足能观性条件等,该方法在工程实际中有时难以实现.

首先介绍奉献观测器的基本构成,然后提出一种基于滑模变结构的多个执行器故障检测与隔离方法,并将结果推广到传感器故障检测. 最后将提出的方法在单关节机械手系统中加以应用,并进行总结.

## 1 系统描述

考虑如下非线性系统

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax(t) + f(x, u, t) + Ef_a + Dd(x, u, t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Gf_s(x, u, t) \end{aligned} \quad (1)$$

式中  $x(t) \in R^n$  为不可测状态向量;  $u(t) \in R^m$  为可测

输入向量;  $y(t) \in R^p$  为可测输出向量;  $f(x, u, t) \in R^n$  为已知非线性函数;  $d(x, u, t) \in R^r$  为未知有界非线性函数,代表系统未知输入扰动以及系统建模误差,统称为系统未知输入扰动,  $D \in R^{n \times r}$  为已知的扰动分布矩阵;  $f_a(x, u, t) \in R^{q_a}$  为未知有界非线性函数,代表系统执行器故障,  $E \in R^{n \times q_a}$  为已知的执行器故障分布矩阵;  $f_s(x, u, t) \in R^{q_s}$  为未知有界非线性函数,代表系统传感器故障,  $G \in R^{n \times q_s}$  为已知传感器故障分布矩阵;  $A, B, C$  均为已知矩阵,  $A \in R^{n \times n}, B \in R^{n \times m}, C \in R^{p \times n}$ .

奉献观测器是线性系统中一种较成熟的故障诊断方法,大量的数学仿真和实验证明该方法对于多个传感器故障具有很强的故障定位能力. 为此,首先分析基于奉献观测器的线性系统传感器故障检测方法. 此时式(1)变为

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Gf_s(x, u, t) \end{aligned} \quad (2)$$

**假设 1** 第  $j$  个传感器无故障时,  $f_{sj}(x, u, t) = 0$ ; 发生故障时,  $f_{sj}(x, u, t)$  为非零函数. 其中  $f_{sj}(x, u, t)$  为  $f_s(x, u, t)$  第  $j$  行的行向量,代表第  $j$  个传感器故障 ( $j = 1, 2, \dots, p$ ).

为了对系统进行故障检测,采用如图 1 所示奉献观测器设计方法.

图 1 所示方法的不足之处,一是在于要求系统单个输出的输出矩阵满足能观性条件,而此条件在工程实际中有时难以满足. 二是仅考虑了线性系统的故障诊断<sup>[6]</sup>. 该方法的关键在于  $P$  个观测器的

选择,若系统所受干扰较小,可考虑采用 Luenberger 观测器,若所受干扰较大,可采用自适应观测器、卡尔曼滤波器等,但这些观测器均主要应用于线性系统中,使得其在实际应用中受到限制.本文中采用滑模观测器构成奉献观测器,并将其推广应用到传感器故障和执行器故障同时存在的非线性系统之中.为此,还须做如下假设:

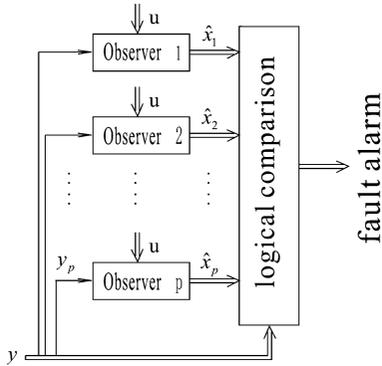


图 1 奉献观测器结构图  
Fig.1 Block diagram of dedicated observer

假设 2  $E$  为列满秩矩阵.

假设 3  $(A, C)$  是可观的.

假设 4 系统的故障和未知输入扰动都是有界函数,则存在已知的大于 0 的方程  $\gamma_{1i}, \gamma_2$  使得  $\|f_{ai}\| \leq \gamma_{1i}, \|d\| \leq \gamma_2, f_{ai}$  为  $f_a$  的第  $i$  行行向量 ( $i = 1, 2 \dots q_a$ ), 代表第  $i$  种执行器故障.

假设 5  $f(x, u, t)$  为满足 Lipschitz 条件的非线性函数. 则存在一个正的 Lipschitz 常数  $\gamma_3$  使得  $\|f(x, u, t) - f(y, u, t)\| \leq \gamma_3 \|x - y\|$

假设 6 由假设 3, 则存在矩阵  $L$  使如下  $A_0$  为稳定矩阵

$$A_0 = A - LC$$

并且存在以下 Lyapunov 方程

$$A_0^T P + PA_0 = -Q$$

式中  $P, Q$  为对称正定矩阵

假设 7  $P, F_1, F_2$  选择满足如下等式

$$PE = C^T F_1^T, PD = C^T F_2^T$$

## 2 执行器故障检测

在考虑执行器故障检测时,首先假设无传感器故障发生,即  $f_s = 0$ , 并且假设任何时刻只有一个执行器故障发生. 对每种故障模型设计滑模观测器, 使之产生的残差仅对特定故障敏感, 从而实现多个故障的隔离与识别.

定义 1  $E = [E_1 \dots E_i \dots E_{q_a}]$

式中  $E_i$  为  $E$  第  $i$  列的列向量.

定义 2  $f_a = [f_{a1} \dots f_{ai} \dots f_{aq_a}]^T$

同假设 1, 第  $i$  种执行器故障未发生时,  $f_{ai} = 0$ , 否则为非零.

将式(1)写成如下形式

$$\dot{x} = Ax(t) + f(x, u, t) + Dd(x, u, t) +$$

$$Bu(t) + \sum_{j=1}^{q_a} E_j f_{aj}$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (3)$$

基于任何时刻只有一个故障发生的假设, 对可能发生的所有执行器故障情形分别建立故障模型, 当第  $i$  种故障发生时 ( $1 \leq i \leq q_a$ ), 有  $\sum_{j=1, j \neq i}^{q_a} E_j f_{aj} = 0$ .

则由式(3)得到此时针对第  $i$  种故障情形建立的系统故障模型

$$\dot{x} = Ax(t) + f(x, u, t) + Dd(x, u, t) +$$

$$Bu(t) + E_i f_{ai} \quad (4)$$

定义 3 状态误差  $e = \hat{x} - x$ , 输出误差  $e_y = \hat{y} - y$ .

式中, 上标“ $A$ ”代表相应变量的观测值.

由 Walcott - Zak 观测器设计原理<sup>[7]</sup>, 对第  $i$  个故障模型构造观测器

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x}(t) + L(y - \hat{y}) + f(\hat{x}, u, t) +$$

$$Bu(t) + E_i w_1 + Dw_2$$

$$\hat{y} = C\hat{x} \quad (5)$$

式中  $w_1, w_2$  为滑模变结构输出信号, 表达式为

$$w_1 = \begin{cases} -\rho_{1i} \frac{F_1^i e_y}{\|F_1^i e_y\|} & \text{if } e_y \neq 0 \\ 0 & \text{if } e_y = 0 \end{cases} \quad (6)$$

$$w_2 = \begin{cases} -\rho_2 \frac{F_2 e_y}{\|F_2 e_y\|} & \text{if } e_y \neq 0 \\ 0 & \text{if } e_y = 0 \end{cases} \quad (7)$$

式中  $F_1^i$  为  $F_1$  第  $i$  行的行向量.

由式(3)和式(5)得第  $i$  个观测器对应的偏差方程

$$\dot{e} = (A - LC)e + f(\hat{x}, u, t) - f(x, u, t) +$$

$$E_i(w_1 - f_{ai}) - \sum_{j=1, j \neq i}^{q_a} E_j f_{aj} + D(w_2 - d) \quad (8)$$

定理 1 基于前面所作的假设, 对式(8)所示第  $i$  个偏差方程  $e$ , 若滑模变结构参数  $\rho_{1i} > \gamma_{1i}, \rho_2 > \gamma_2$ ,

$\gamma_3 \leq \frac{1}{2} \frac{\lambda_{\min}(Q)}{\lambda_{\max}(P)}$ , 则当发生第  $k = i$  种故障时 ( $1 \leq k \leq q_a$ ),  $e$  将按指数规律收敛到零点; 而发生第  $k \neq i$  种故障时,  $e$  则不收敛到零点.

证明:选取 Lyapunov 函数

$$V = e^T P e \quad (9)$$

(1) 当发生第  $k = i$  种故障时

由式(8)得

$$\dot{e} = (A - LC)e + f(\hat{x}, u, t) - f(x, u, t) + E_i(w_1 - f_{ai}) + D(w_2 - d) \quad (10)$$

对式(9)求导

$$\begin{aligned} \dot{V} = & e^T (A_0^T P + PA_0) e + 2e^T P (f(\hat{x}, u, t) - \\ & f(x, u, t)) + 2e^T P E_i (w_1 - f_{ai}) + 2e^T P D (w_2 - \\ & d) \leq -(\lambda_{\min}(Q) - 2\gamma_3 \|P\|) \|e\|^2 - \\ & 2\|F_1^i e_y\| (\rho_{1i} - \gamma_{1i}) - 2\|F_2 e_y\| (\rho_2 - \gamma_2) \quad (11) \end{aligned}$$

当  $\rho_{1i} > \gamma_{1i}, \rho_2 > \gamma_2, \gamma_3 \leq \frac{1}{2} \frac{\lambda_{\min}(Q)}{\lambda_{\max}(P)}$

有  $\dot{V} \leq 0$

因此  $\lim_{t \rightarrow \infty} e = 0$

(2) 当发生第  $k \neq i$  种故障时

$$\dot{e} = (A - LC)e + f(\hat{x}, u, t) - f(x, u, t) + E_i w_1 - E_k f_{ak} + D(w_2 - d) \quad (12)$$

由假设2,  $E$  为列满秩,  $E_i$  与  $E_k$  线性无关, 因此

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e \neq 0$$

按照上述原则对所有  $q_a$  个故障模型构造  $q_a$  个滑模观测器, 从而构成奉献观测器. 则第  $i$  个 ( $i = 1, 2, \dots, q_a$ ) 故障模型所对应的观测器为

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}^i(t) = & A\hat{x}^i(t) + L(y - \hat{y}^i) + f(\hat{x}^i, u, t) + \\ & Bu(t) + E_i w_1^i + Dw_2^i \\ \hat{y}^i = & C\hat{x}^i \quad (13) \end{aligned}$$

式中

$$w_1^i = \begin{cases} -\rho_{1i} \frac{F_1^i e_y^i}{\|F_1^i e_y^i\| + \delta} & \text{if } e_y^i \neq 0 \\ 0 & \text{if } e_y^i = 0 \end{cases} \quad (14)$$

$$w_2^i = \begin{cases} -\rho_2 \frac{F_2 e_y^i}{\|F_2 e_y^i\| + \delta} & \text{if } e_y^i \neq 0 \\ 0 & \text{if } e_y^i = 0 \end{cases}$$

$$e_y^i = \hat{y}^i - y \quad (15)$$

式中  $\delta$  是为消除滑模抖动而引入的参数, 而  $w_1^i$  用来切断  $f_{ai}$  对系统的影响.  $w_2^i$  用来切断  $d$  对系统的影响.

定义4 残差  $r_i = \|e_y^i\|$  ( $i = 1, 2, \dots, q_a$ )

基于以上分析, 可得故障检测的方法为: 第  $k = i$  种故障发生时, 残差  $r_i$  对故障不敏感且收敛到零点; 第  $k \neq i$  种故障发生时, 残差  $r_i$  对其敏感且不

收敛到零点. 由此可以列出每一种故障发生时所有  $q_a$  个残差各自的状态, 从而构成一个多故障情况下的故障判别规则表, 实现多故障诊断.

当某一时刻发生多个执行器故障时, 基于同样原理对此时所有的故障状态建立模型及相应观测器, 即可实现对同时发生的多个故障进行判别诊断.

### 3 执行器故障和传感器故障检测

现在分析同时考虑执行器故障和传感器故障的情况. 分析处理的方法是将传感器故障等效为执行器故障.

由文献[8], 选择一个如下的新的状态变量  $z$  作为输出信号滤波器.

$$\dot{z} = A_s z + B_s y \quad (16)$$

式中  $z \in R^p$  是滤波器状态向量,  $A_s$  和  $B_s$  是待设计的滤波矩阵,  $A_s \in R^{p \times p}$ ,  $B_s \in R^{p \times p}$ .

把式(1)中的输出方程代入式(16)

$$\dot{z} = A_s z + B_s Cx + B_s G f_s \quad (17)$$

由式(2), (17)得

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = & \begin{bmatrix} A & 0 \\ B_s C & A_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f(x) \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D \\ 0 \end{bmatrix} d + \\ & \begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & B_s G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_a \\ f_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u \\ z = & [0 \quad I_{p \times p}] \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} \quad (18) \end{aligned}$$

定义新状态变量及各相应矩阵为

$$\begin{aligned} \bar{x} = & [x \quad z]^T, \bar{y} = z \\ \bar{A} = & \begin{bmatrix} A & 0 \\ B_s C & A_s \end{bmatrix}, \bar{f}(x) = \begin{bmatrix} f(x) \\ 0 \end{bmatrix}, \bar{f}_a = \begin{bmatrix} f_a \\ f_s \end{bmatrix}, \\ \bar{D} = & \begin{bmatrix} D \\ 0 \end{bmatrix}, \bar{E} = \begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & B_s G \end{bmatrix}, \bar{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}, \\ \bar{C} = & [0 \quad I_{p \times p}] \end{aligned}$$

式中  $\bar{x} \in R^{(n+p)}$ ,  $\bar{y} \in R^p$ ,  $\bar{A} \in R^{(n+p) \times (n+p)}$ ,  $\bar{B} \in R^{(n+p) \times m}$ ,  $\bar{C} \in R^{p \times (n+p)}$

式(18)变换为

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}} = & \bar{A}\bar{x} + \bar{f}(x) + \bar{E}\bar{f}_a + \bar{D}d + \bar{B}u(t) \\ \bar{y} = & \bar{C}\bar{x} \quad (19) \end{aligned}$$

式(19)代表的是一个含执行器故障  $\bar{f}_a$  的系统, 这样, 上述过程将系统中的传感器故障等效为虚拟的执行器故障, 由此可直接将前面所述执行器

故障检测的方法应用到传感器故障检测中. 而输出信号滤波器的参数选取要求使式(19)所代表的系统保持能观性,其选取方法由定理 2 给出.

**定理 2** 若  $(A, C)$  能观,  $B_s$  为满秩矩阵, 则  $(\bar{A}, \bar{C})$  仍然能观.

证明:

$$\begin{bmatrix} \bar{C} \\ \overline{CA} \\ \overline{CA}^2 \\ \overline{CA}^3 \\ \overline{CA}^4 \\ \overline{CA}^5 \\ \vdots \\ \overline{CA}^{n+p-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I_{p \times p} \\ B_s C & A_s \\ B_s CA + A_s B_s C & A_s^2 \\ B_s CA^2 + A_s B_s CA + A_s^2 B_s C & A_s^3 \\ B_s CA^3 + A_s B_s CA^2 + A_s^2 B_s CA + A_s^3 B_s C & A_s^4 \\ B_s CA^4 + A_s B_s CA^3 + A_s^2 B_s CA^2 + A_s^3 B_s CA + A_s^4 B_s C & A_s^5 \\ \vdots & \vdots \\ B_s CA^{n+p-2} + A_s B_s CA^{n+p-3} + A_s^2 B_s CA^{n+p-4} + \dots + A_s^{n+p-2} B_s C & A_s^{n+p-1} \end{bmatrix} \quad (20)$$

对上式进行初等变换, 即分块阵前一行左乘  $(-A_s)$  加到下一行子块. 例如, 最后一行的变换相当于左

乘分块初等矩阵  $\begin{pmatrix} I_{p \times p} & & & & \\ & I_{p \times p} & & & \\ & & \dots & & \\ & & & \dots & \\ & & & & -A_s & I_{p \times p} \end{pmatrix}$  故左乘的这

可逆, 由上述,  $rank(S) =$

$$b_s = \begin{bmatrix} B_s & & & & \\ & B_s & & & \\ & & B_s & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & B_s \end{bmatrix}$$

一系列初等矩阵可逆, 依次类推得式(21).

$rank(c_s)$ .

因为  $S \in R^{[(n+p-1)p] \times n}$ , 即矩阵  $S$  的行数为  $(n+p-1)p$ ,

$$C_1 = \begin{bmatrix} \bar{C} \\ \overline{CA} \\ \overline{CA}^2 \\ \overline{CA}^3 \\ \overline{CA}^4 \\ \overline{CA}^5 \\ \vdots \\ \overline{CA}^{n+p-1} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 & I_{p \times p} \\ B_s C & 0 \\ B_s CA & 0 \\ B_s CA^2 & 0 \\ B_s CA^3 & 0 \\ B_s CA^4 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ B_s CA^{n+p-2} & 0 \end{bmatrix} = B_1 \quad (21)$$

列数为  $n$ , 且  $(A, C)$  能观, 即  $rank \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} = n$

因为若  $A$  可逆, 则  $rank(AB) = rank(B)$ , 故式(21)中  $rank(C_1) = rank(B_1)$ .

故  $rank(S) = n$

由式(21)得

$$rank \begin{bmatrix} \bar{C} \\ \overline{CA} \\ \vdots \\ \overline{CA}^{n+p-1} \end{bmatrix} = n + p$$

定义  $S$  为

即  $(\bar{A}, \bar{C})$  仍然能观, 证毕.

$$S = \begin{bmatrix} B_s C \\ B_s CA \\ B_s CA^2 \\ B_s CA^3 \\ B_s CA^4 \\ \vdots \\ B_s CA^{n+p-2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_s & & & & \\ & B_s & & & \\ & & B_s & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & B_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ CA^3 \\ CA^4 \\ \vdots \\ CA^{n+p-2} \end{bmatrix} =$$

可以看出, 式(16)是一个一阶低通滤波器. 本文从能观性出发, 提出该滤波器参数选取的理论依据, 即只需满足  $B_s$  为满秩矩阵的条件.

### 4 应用验证

考虑如下单关节机械手非线性模型<sup>[9]</sup>

$$\begin{aligned} J_1 \ddot{q}_1 + F_l \dot{q}_1 + k(q_1 - q_2) + mgl \sin q_1 &= 0 \\ J_m \ddot{q}_2 + F_m \dot{q}_2 - k(q_1 - q_2) &= u \end{aligned} \quad (22)$$

因为  $B_s$  为满秩矩阵, 故分块矩阵

式中  $q_1, q_2$  分别为关节位置 and 速度,  $J_1$  为关节

转动惯量,  $J_m$  为电机转动惯量,  $k$  为弹性系数,  $m$  为关节质量,  $g$  为地心引力常数,  $m$  为连杆长度,  $F_l$  为粘性摩擦系数,  $F_m$  为正常数,  $u$  为控制输入力矩信号。

选取状态变量  $x_1 = q_1, x_2 = \dot{q}_1, x_3 = q_2, x_4 = \dot{q}_2$

当搬运不同物体时, 机械手的负载发生变化, 此外关节的摩擦系数等参数也会随时间变化<sup>[10]</sup>。

在此, 将这些因素统一归为未知输入扰动, 用  $d$  表述。假设该机械手分别有  $f_{a1}$  和  $f_{a2}$  两个执行器故障, 则具有未知输入扰动和执行器故障的单关节机械手模型可表述为如下四阶非线性状态方程:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k}{J_l} & -\frac{F_l}{J_l} & \frac{k}{J_l} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k}{J_m} & 0 & -\frac{k}{J_m} & -\frac{F_m}{J_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{mgl}{J_l} \sin x_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{J_m} \end{bmatrix} u + E \begin{bmatrix} f_{a1} \\ f_{a2} \end{bmatrix} + Dd \quad (23)$$

$$y = C \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (24)$$

选取机械手参数分别为:

$$k = 2Nm/\text{rad}, F_m = 1, F_l = 0.5Nm/(\text{rad}/s), J_m = 1Nm^2,$$

$$J_l = 2Nm^2, m = 0.15kg, g = 9.8, l = 0.3m, u = 8\sin(t/3)$$

对应式(1), 相应式(23)、(24)各矩阵为

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -0.25 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, f(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.2205 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \sin x_1,$$

$$E = \begin{bmatrix} 4.4727 & 0 \\ 2.0287 & 0 \\ 1.7000 & 1.7000 \\ 0 & 4.2000 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} -0.0425 \\ -0.0193 \\ 0.0163 \\ 0.0680 \end{bmatrix}$$

选取  $L$  阵, 将  $A_0$  的极点配置在  $-2.1, -1.5, -1.7, -1.9$ , 相应  $L, A_0$  为

$$L = \begin{bmatrix} 3.1500 & 0 & 0 \\ 1.0625 & 1.0000 & 0 \\ 0 & 1.7000 & 1.0000 \\ 1.0000 & -1.0000 & 1.1000 \end{bmatrix},$$

$$A_0 = \begin{bmatrix} -3.1500 & 1.0000 & 0 & 0 \\ -2.0625 & -0.2500 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1.7000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2.1000 \end{bmatrix}$$

选取  $Q$  为单位阵, 由假设 6 求解 Lyapunov 方程为

$$P = \begin{bmatrix} 0.3698 & -0.3223 & 0 & 0 \\ -0.3223 & 0.7107 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2941 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.2381 \end{bmatrix}$$

由假设 7 求解  $F_1, F_2$  为

$$F_1 = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.5000 & 0 \\ 0 & 0.5000 & 1.0000 \end{bmatrix},$$

$$F_2 = [-0.0095 \quad 0.0048 \quad 0.0162]$$

本文提出的故障诊断方法, 对故障形式没有限制, 适用于突变, 缓变或是其它类型故障, 故可采用非线性函数来模拟实际故障。本例中, 分别用一个高频信号和一个低频信号来模拟执行器故障, 设高频故障  $f_{a1}$  在  $t = 5$  秒时产生, 低频故障  $f_{a2}$  在  $t = 10$  秒时产生。故障表达式分别为

$$f_{a1} = \begin{cases} 0 & t < 5 \\ (0.5\sin(15t) + 0.25\sin(10t)) \frac{0.2 \|y\|_2^2}{\|y\|_2 + 0.5} & t \geq 5 \end{cases} \quad (25)$$

$$f_{a2} = \begin{cases} 0 & t < 10 \\ 3\sin(2u) & t \geq 10 \end{cases} \quad (26)$$

针对上述两个故障设计两个相应的观测器来检测发生了哪一种故障。

(1) 对  $f_{a1}$  设计观测器

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}^1(t) &= A\hat{x}^1(t) + L(y - \hat{y}^1) + f(\hat{x}^1, u, t) + \\ & Bu(t) + E_1 w_1^1 + Dw_2^1 \\ \hat{y}^1 &= C\hat{x}^1 \end{aligned} \quad (27)$$

式中

$$w_1^1 = \begin{cases} -\rho_{11} \frac{F_1^1 e_y^1}{\|F_1^1 e_y^1\| + \delta} & \text{if } e_y^1 \neq 0 \\ 0 & \text{if } e_y^1 = 0 \end{cases},$$

$$w_2^1 = \begin{cases} -\rho_2 \frac{F_2 e_y^1}{\|F_2 e_y^1\| + \delta} & \text{if } e_y^1 \neq 0 \\ 0 & \text{if } e_y^1 = 0 \end{cases}$$

$e_y^1 = \hat{y}^1 - y$ , 残差  $r_1 = \|e_y^1\|_2$

(2) 对  $f_{a2}$  故障设计观测器

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}^2(t) &= A\hat{x}^2(t) + L(y - \hat{y}^2) + f(\hat{x}^2, u, t) + \\ &Bu(t) + E_2 w_1^2 + D w_2^2 \\ \hat{y}^2 &= C\hat{x}^2 \end{aligned} \quad (28)$$

式中

$$w_1^2 = \begin{cases} -\rho_{12} \frac{F_1 e_y^2}{\|F_1 e_y^2\| + \delta} & \text{if } e_y^2 \neq 0 \\ 0 & \text{if } e_y^2 = 0 \end{cases},$$

$$w_2^2 = \begin{cases} -\rho_2 \frac{F_2 e_y^2}{\|F_2 e_y^2\| + \delta} & \text{if } e_y^2 \neq 0 \\ 0 & \text{if } e_y^2 = 0 \end{cases}$$

$e_y^2 = \hat{y}^2 - y$ , 残差  $r_2 = \|e_y^2\|_2$

设未知输入扰动  $d$  为幅值不超过 100 的随机噪声, 仿真步距 0.001, 采用算法 *ode45*. 仿真初始条件为  $x_1(0) = 0.5, x_2(0) = 0.2, x_3(0) = 0.1, x_4(0) = 0.1$ . 两个观测器的所有状态变量初值为 0. 仿真设计参数为  $\delta = 0.001, \rho_{11} = 8, \rho_{12} = 3, \rho_2 = 100$ .

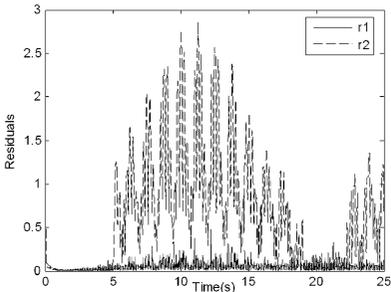


图 2 发生  $f_{a1}$  故障, 未发生  $f_{a2}$  故障, 残差波形图

Fig. 2 Detection of fault  $f_{a1}$  with fault  $f_{a2}$  free

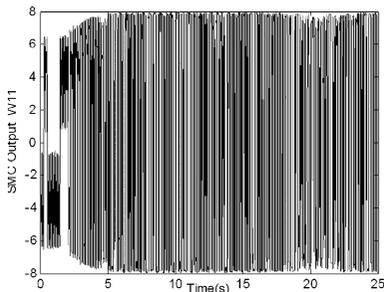


图 3 滑模变结构输出信号  $w_1^1$  波形图

Fig. 3 Sliding mode variable structure output

仿真波形图. 其中图 2 为两个残差  $r_1$  和  $r_2$  的波形图, 图 3 ~ 图 6 分别为 4 个滑模变结构输出信号  $w_1^1, w_1^2, w_2^1, w_2^2$  的波形图, 图 7 为扰动  $d$  的波形图. 图 8 为发生  $f_{a2}$  故障, 未发生  $f_{a1}$  故障时两个残差的波形图. 图 9、图 10 分别为  $f_{a1}$  和  $f_{a2}$  故障同时发生时, 残差  $r_1、r_2$  的仿真波形图.

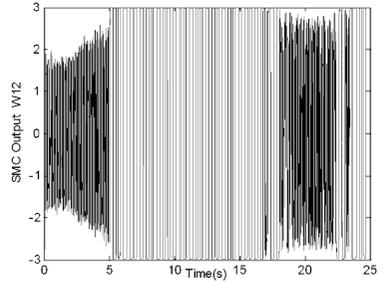


图 4 滑模变结构输出信号  $w_1^2$  波形图

Fig. 4 Sliding mode variable structure output

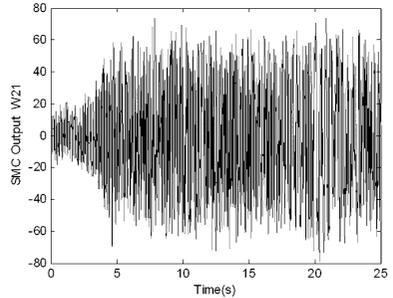


图 5 滑模变结构输出信号  $w_2^1$  波形图

Fig. 5 Sliding mode variable structure output

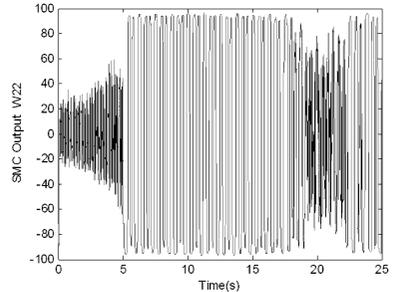


图 6 滑模变结构输出信号  $w_2^2$  波形图

Fig. 6 Sliding mode variable structure output

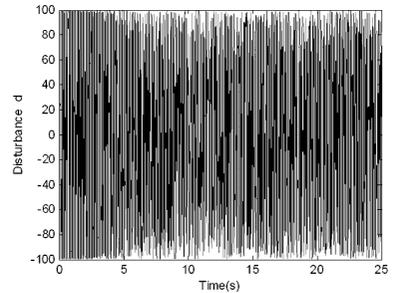
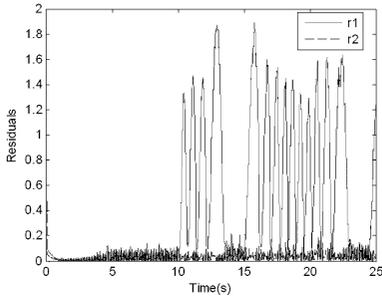
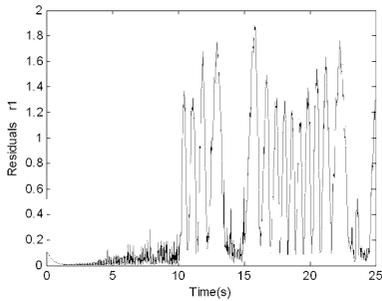
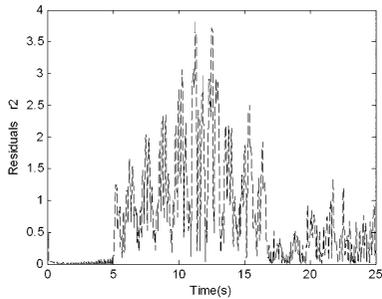
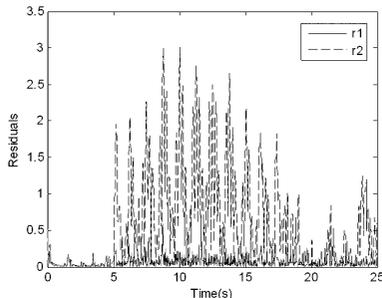


图 7 扰动  $d$  波形图

Fig. 7 Disturbance  $d$

图 2 ~ 图 7 为发生  $f_{a1}$  故障, 未发生  $f_{a2}$  故障时的

图8 未发生 $f_{a1}$ 故障,发生 $f_{a2}$ 故障,残差波形图Fig. 8 Detection of fault  $f_{a2}$  with fault  $f_{a1}$  free图9  $f_{a1}$ 和 $f_{a2}$ 同时发生故障,残差 $r_1$ 波形图Fig. 9 Detection of fault  $f_{a1}$ , fault  $f_{a2}$  simultaneously图10  $f_{a1}$ 和 $f_{a2}$ 同时发生故障,残差 $r_2$ 波形图Fig. 10 Detection of fault  $f_{a1}$ , fault  $f_{a2}$  simultaneously图11  $f_{a1}$ 发生故障, $f_{a2}$ 未发生故障,残差波形图Fig. 11 Detection of fault  $f_{a1}$  with fault  $f_{a2}$  free

为进一步校核所设计故障诊断系统对扰动的鲁棒性,将未知输入扰动 $d$ 改为幅值不超过150的白噪声,相应观测器参数仅将值 $\rho_2$ 改变为150.图11为此种情况下,发生 $f_{a1}$ 故障,未发生 $f_{a2}$ 故障时两个残差的仿真波形图.从图中可看到,虽然与之前

相比未知输入扰动增加了50%,观测器在保证对扰动具有鲁棒性的同时,仍对故障保持灵敏.

从以上仿真结果可看出,若两个残差 $r_1$ 和 $r_2$ 保持在零域,表示没有任何故障发生;当发生 $f_{a1}$ 故障,未发生 $f_{a2}$ 故障时,残差 $r_1$ 维持在零域不变,而 $r_2$ 则发生很大变化;当发生 $f_{a2}$ 故障,未发生 $f_{a1}$ 故障时,残差 $r_2$ 维持在零域不变, $r_1$ 则发生很大变化;当 $f_{a1}$ 和 $f_{a2}$ 故障同时发生,残差 $r_1$ 和 $r_2$ 在故障发生的相应时刻均发生很大变化,由此达到了判别故障源的目的.

上述判别决策规则如表1所示,表中“1”代表 $r_i \neq 0$ ，“0”代表 $r_i = 0$ .

表1 故障诊断决策规则

Table 1 Fault Diagnosis Decision Rules

$r_2$	$r_1$	Fault Decisions
0	0	fault free
0	1	fault $f_{a2}$
1	0	fault $f_{a1}$
1	1	fault $f_{a1}, f_{a2}$ simultaneously

## 5 结论

本文针对具有未知输入不确定性和扰动的非线性系统,提出了一种针对传感器故障和执行器故障同时存在的多故障诊断方法,采用滑模观测器构成奉献观测器,使系统对模型不确定具有鲁棒性,而对故障具有较强的检测与隔离能力.在单关节机械手中的仿真应用,验证了所提方法的有效性,而进一步的研究内容则是如何将该设计方法推广到一般非线性系统中.

## 参 考 文 献

- Frank P M, Ding X. Survey of robust residual generation and evaluation methods in observer-based fault detection systems. *Journal of Process Control*, 1997, 7(6): 403 ~ 424
- Pertew A M, Marquez H J, Zhao Q. LMI-based sensor fault diagnosis for nonlinear Lipschitz systems. *Automatic*, 2007, 43(8): 1464 ~ 1469
- Kallesoe C S, Izadi Zamanabadi R, Vadstrup P, Rasmussen H. Observer-based estimation of stator-winding faults in delta-connected induction motors: A linear matrix inequality approach. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2007, 43(4): 1022 ~ 1031
- Fang M, Tian Y, Guo L. Fault diagnosis of nonlinear system

- based on generalized observer. *Applied Mathematics and Computation*, 2007, 185(2): 1131 ~ 1137
- 5 周东华,叶银忠. 现代故障诊断与容错控制. 北京:清华大学出,2000. (Zhou Donghua, Ye Yinzong. Modern fault diagnosis and fault tolerant control. Beijing: Tsinghua University Press, 2000 (Chinese))
  - 6 闻新. 控制系统和智能故障诊断研究. 北京航空航天大学博士后研究报告,1998( Wen Xin. Study on intelligence fault diagnosis for control systems. Beijing University of Aeronautics and Astronautics Research Report of Post-doctor, 1998(Chinese))
  - 7 Walcott B L, Corless M J, Zak S H. Comparative Study of Nonlinear State-Observation Techniques. *Int. Jour. of Control*, 1987, 45: 2109 ~ 2132
  - 8 Chee Pin Tan, Christopher Edwards. Sliding mode observers for reconstruction of simultaneous actuator and sensor faults. Proceedings of the 42nd IEEE conference on decision and control, USA, 2003: 1455 ~ 1460
  - 9 Xiaodong Zhang, Thomas Parisini, and Marios M. Polycarpou. Sensor bias fault isolation in a class of nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, 50(3): 370 ~ 376
  - 10 王耀南,孙炜. 机器人鲁棒轨迹跟踪控制系统. 动力学与控制学报, 2004, 2(1): 75 ~ 81. (Wang Yaonan, Sun Wei. A robot robust trajectory tracking control system. *Journal of Dynamics and Control*, 2004, 2(1): 75 ~ 81 (Chinese))

## MULTIPLE FAULTS DIAGNOSIS METHOD BASED ON SLIDING MODE OBSERVER \*

He Jing<sup>1,2</sup> Qiu Jing<sup>1</sup> Zhang Changfan<sup>2</sup>

(1. College of Mechatronics and Automation, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

(2. College of Electrical and Information Engineering, Hunan University of Technology, Zhuzhou 412008, China)

**Abstract** This paper presented a robust multiple faults diagnosis scheme for a class of nonlinear systems with actuator faults and sensor faults. First, the corresponding models were constructed for each possible form of actuator fault. A group of sliding mode observers were then designed, which produce residuals used to indicate different faults. With the use of a simple filter, the sensor faults were transformed into actuator faults, which make it possible that fault detection and isolation methods for actuator faults are applied on the situation where actuator faults and sensor faults occur simultaneously. A single-link robotic arm simulation example was used to illustrate the effectiveness of the proposed methodology.

**Key words** fault detection, residual generation, sliding mode observer, dedicated observer