

# 紧凑等离子体环整体加速过程的数值计算\*

姜猛<sup>1</sup> 王尚武<sup>2</sup> 吴昌莉<sup>1</sup> 林源根<sup>1</sup>

(1. 北京清河大楼子6, 北京 100085) (2. 国防科技大学光电科学与工程学院, 长沙 410073)

**摘要** 紧凑等离子体环(CT)应用广泛, 可以作为聚变驱动源和脉冲 X 射线源等, 对 CT 加速过程的研究是其应用方面研究的基础. 描述了 CT 加速的基本原理, 基于整体加速模型导出数值模拟方程组, 采用四阶龙格-库塔法数值求解此方程组. 根据 Phillips 实验室 MARAUDER 的参数和 SHIVA-STAR 电容器组参数, 对 CT 在同轴加速器内的加速过程进行了数值模拟, 定量地分析了影响加速效率的各种因素. 计算结果表明: CT 的质量越大、加速器越长, 加速效率越高, 但加速效率存在饱和趋势; 电感和电阻越小, 加速效率越高; 对于一定的电容器初始储能, 电容值较小时加速效率越高.

**关键词** 紧凑等离子体环, 整体模型, 加速效率

## 引言

1958 年, Alfvén、Lindberg 和 Mitlid 三人提出了紧凑等离子体环(Compact Toroids or CT)的概念, 它是一种环形等离子体构形, 由其内部电流所产的极向磁场和环向磁场约束(如图 1), 因而可以被稳定的压缩和加速而具有高能量密度, 所以 CT 可以作为聚变的驱动源、脉冲 x 射线源、高功率微波源等<sup>[1-3]</sup>. CT 应用方面研究的数值模拟, 需要 CT 速度、质量等参数, 而这些参数要由 CT 的加速过程提供. 另外, 通过选择合理的加速参数, 既可以满足应用的要求, 又可以节省能源、提高加速效率, 所以对影响加速过程各种因素的研究也是 CT 研究的一个重要方面.

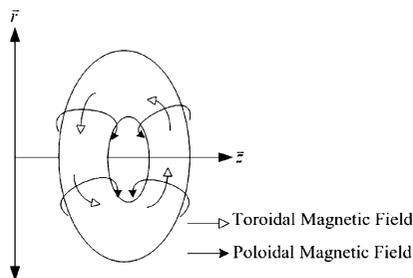


图1 紧凑等离子体环示意图  
Fig. 1 Scheme of compact toroid

对 CT 的研究, 目前比较突出的有 Los Alamos 国家实验室(LANL)、Maryland 大学、Lawrence Liv-

ermore 国家实验室(LLNL)和美国空军的 Phillips 实验室等<sup>[2]</sup>. 上个世纪 80 年代, LLNL 的 RACE<sup>[1]</sup> 就以超过 30% 的效率把 0.5-0.02mg 的 CT 加速到 400-1400km/s; 90 年代, Phillips 实验室的 MARAUDER<sup>[2]</sup> 把 0.1-10mg 的 CT 加速到 MJ 量级, 速度达到 1000km/s 以上; 日本在 90 年代末也有相关实验仪器问世<sup>[4]</sup>, 而我国还处于理论研究的起步阶段.

本文将 CT 等效为一个类似于活塞的整体进行研究, 介绍整体加速 CT 的基本原理, 推导组成整体加速模型的回路方程和动量方程. 将两个方程化为一阶微分方程组, 采用四阶 Runge-Kutta 法求解加速过程的电流、CT 速度等, 进而得出 CT 的动能. 定义加速效率为 CT 动能与电容器初始储能之比, 定量地分析了 CT 质量、加速器长度、加速器内外轴半径比、电路电阻、加速电容值对加速效率的影响.

## 1 加速的基本原理和整体加速模型

紧凑等离子体环(CT)形成后会自行达到稳定的 Wotjer-Taylor 态<sup>[2]</sup>, 这一状态可以在一定程度上抵制等离子体诸多不稳定性, 使得 CT 可以像个活塞一样在加速器内运动. CT 加速的原理<sup>[4]</sup>与电磁加速固体弹丸<sup>[5]</sup>基本相同, 如图 2. 假设 CT 为空心圆柱体, 当开关闭合后, 储能电容  $C_0$  开始放电,

电流通过内轴流过 CT, 经外轴流出, 构成闭合的回路. 流过内轴的电流在加速器内产生一环向磁场, 它与经过 CT 的电流相互作用, 推动 CT 在轴向做加速运动, 从而获得高速度. 因为 CT 本身是良导体, 其在磁场中运动会产生动生电动势, 此电动势会阻碍 CT 的加速运动<sup>[5]</sup>. 电磁加速 CT 是一个复杂的过程, 为此忽略空气阻力及加速器粘滞力等对加速过程的影响.

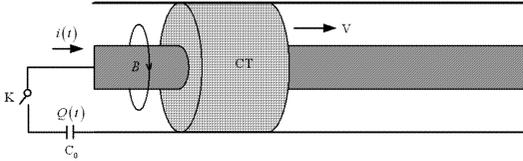


图2 同轴加速紧凑等离子体环的原理图

Fig.2 Principle of accelerating CT in a coaxial accelerator

根据 CT 加速的原理图, 得到同轴加速 CT 的简化电路, 如图 3 所示. 图中  $V_c(t)$  为储能电容  $C_0$  上的电压,  $i(t)$  为回路中的电流,  $R_0$  和  $L_0$  分别为电路固定电阻和电感,  $R'$  和  $L'$  分别为加速器的电阻和电感,  $R_{ct}$  为 CT 的电阻,  $e(t)$  为动生电动势.

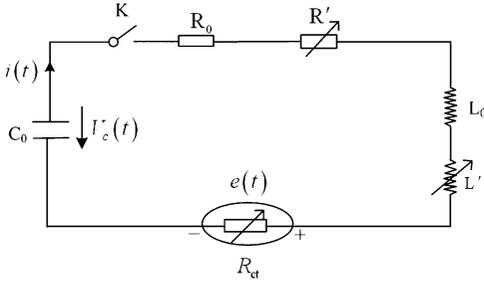


图3 加速紧凑等离子体环的等效电路图

Fig.3 Equivalent circuit of accelerating CT

根据基尔霍夫第二定律, 等效电路的回路方程为<sup>[5]</sup>:

$$-V_c(t) + \frac{d[L(t)i(t)]}{dt} + i(t)R(t) + e(t) = 0 \quad (1)$$

其中:  $V_c(t) = Q(t)/C_0$ ;

$$L(t) = L' + L_0;$$

$$R(t) = R_0 + R' + R_{ct};$$

$$e(t) = \int (v \times B) dr = \theta i(t)v;$$

$R' = \eta x(t)$ ,  $\eta$  为单位长度加速器的电阻,  $x(t)$  为运动距离;

$$L' = \theta x(t), \mu_0 \text{ 为真空磁导率};$$

$$B = \frac{\mu_0 i(t)}{2\pi r} e_\varphi;$$

$$\theta = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{r_{outer}}{r_{inner}} \text{ 为单位长度加速器电感, } r_{inner}、r_{outer}$$

分别为加速器的内外半径.

(1)式两边对时间求导, 并考虑  $i(t) = -dQ/dt$ , 得到计算电流的方程:

$$L(t) \frac{d^2 i(t)}{dt^2} + 2i(t)\theta \frac{dx(t)}{dt} + 3\theta \frac{di(t)}{dt} \frac{dx(t)}{dt} + R(t) \frac{di(t)}{dt} +$$

$$i(t) \frac{dR(t)}{dt} + \frac{i(t)}{C_0} = 0 \quad (2)$$

CT 整体受电磁力

$$F = \int (i(t) \times B) dr = \theta i(t)^2 \quad (3)$$

又由  $F = M \frac{d^2 x(t)}{dt^2}$ , 其中  $M$  为 CT 质量, 则

$$\frac{d^2 x(t)}{dt^2} = \theta i(t)^2 / M \quad (4)$$

式(2)和(4)便是整体加速模型的数值模拟方程组. 将此方程组化为四元一阶微分方程组, 使用龙格-库塔(Runge-Kutta)方法<sup>[6]</sup>求解, 时间步长取 0.1ns.

## 2 计算结果

根据数值模拟方程组, 针对 CT 的质量、加速器长度、加速器内外轴半径比、电阻、储能电容值对加速效率的影响进行定量地分析. 加速器参数选用 Phillips 实验室 MARADUER 的参数<sup>[7]</sup>: 加速器长度 1.2m, 内轴半径 0.448m, 外轴半径 0.625m, CT 电阻 0.01m $\Omega$ , 储能电容选择 SHIVA-STAR<sup>[8]</sup> 电容器组的参数.

### 2.1 CT 质量对加速效率的影响

目前实验中所形成的 CT 质量一般在 mg 量级, 所以针对 1mg—100mg 的质量范围, 计算 CT 质量对加速效率的影响. 储能电容值 440 $\mu$ F, 初始充电电压 58.44kV, 储能 0.75MJ.

图 4 给出了 CT 加速后的速度与 CT 质量的关系, CT 质量越大, 其速度越小. 对于 1mg 的 CT, 速度可以达到 500km/s, 而对于 100mg 的 CT, 速度只有 98km/s. 图 5 给出了加速效率与 CT 质量的关系, 在 CT 质量较小的时候, 随着 CT 质量的增加, 加速效率迅速上升; 当 CT 质量超过 40mg 后, 加速效率上升变得缓慢, 并呈饱和状态; 因为随着 CT

质量的增加,电流峰值变大,导致在电阻上的热能消耗增多,加速效率又有缓慢下降的趋势. 对于此加速参数,只要使 CT 质量达到 10mg 量级即可,超过这个值后,增加 CT 的质量并不能显著提高加速效率,反而会使加速器设计的难度变大.

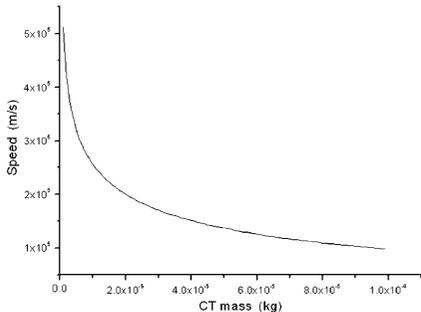


图 4 CT 速度与 CT 质量的关系

Fig. 4 The dependence of CT speed versus CT mass

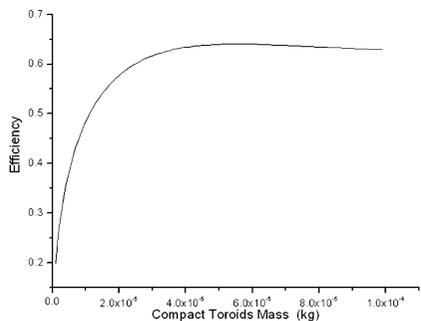


图 5 加速效率与 CT 质量的关系

Fig. 5 The dependence of efficiency versus CT mass

## 2.2 加速器长度对加速效率的影响

众所周知,加速器越长加速就越充分,加速效率越高,但是过长的加速器会给设计制作带来困难,所以存在一个合理加速器长度的选择问题. 选择 CT 质量 10mg, 加速器长度范围 1m - 10m, 其它加速参数不变, 计算加速效率与加速器长度的关系, 如图 6. 在加速器长度比较小的时候, 加速效率随着加速器长度的增大迅速上升, 当长度达到一定

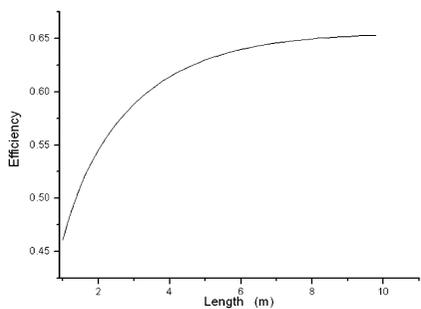


图 6 加速效率与加速器长度的关系

Fig. 6 The dependence of efficiency versus the accelerator length

值后,加速效率上升变得缓慢,这一点与图 5 类似. 对于此加速参数,加速器长度选择 5 - 6m 为宜.

## 2.3 内外轴半径比对加速效率的影响

单位长度加速器的电感和 CT 所受的磁场力均与  $r_{outer}/r_{inner}$  成正比, 增加电感会降低加速效率, 而增加电磁力会提高加速效率, 所以不同的内外轴半径比会影响到加速效果. 取 CT 质量 10mg, 加速器长度 1.2m,  $V_c = 58.44kV$ ,  $C_0 = 440\mu F$ . 从图 7 可以看出, 加速效率随着  $r_{outer}/r_{inner}$  的增加而下降, 说明电感的增加在影响加速效率中占主导作用. 对于加速器的设计, 在满足其它条件的同时, 应尽量减小  $r_{outer}/r_{inner}$  的值.

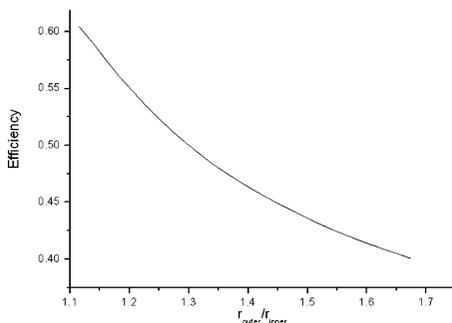


图 7 加速效率与内外轴半径比的关系

Fig. 7 The dependence of efficiency versus  $r_{outer}/r_{inner}$

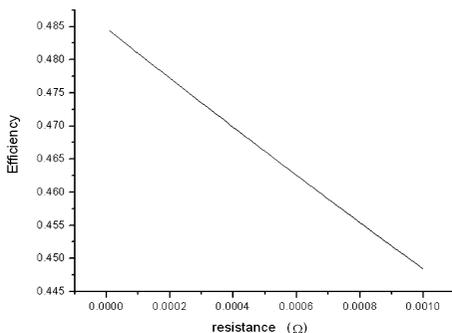


图 8 加速效率与 CT 电阻的关系

Fig. 8 The dependence of efficiency versus CT resistance

## 2.4 电阻对加速效率的影响

在加速过程中,电阻主要来自于 CT 本身和电容器, 加速器电阻与其相比可以忽略. 取加速器长度 1.2m, CT 质量 10mg,  $V_c = 58.44kV$ ,  $C_0 = 440\mu F$ , 只改变电阻的大小, 计算电阻对加速效率的影响, 如图 8. CT 自身电阻的变化范围是 0.01mΩ - 1mΩ, 随着电阻的增加, 加速效率逐渐减小. 因为整个回路中的电阻都不是很大, 在我们计算的范围内, CT 电阻变化了两个量级, 而加速效率只下降了 4%.

## 2.5 电容值对加速效率的影响

文献[8]中给出了 SHIVA - STAR 电容器组的参数,它由 36 个模块组成,电压变化范围为 30 - 120kV. 我们使用这些参数对固定储能的 CT 加速进行计算,观察电容值不同给加速效率带来的影响. 取加速器长度 1.2m,CT 质量 10mg.

表 1 电容对加速效率的影响(初始电容储能 0.75MJ)  
Table 1 The dependence of efficiency versus capacitance  
(initial capacitor energy: 0.75MJ)

Capacitance ( $\mu\text{F}$ )	Voltage (kV)	Time ( $\mu\text{s}$ )	Velocity (km/s)	Kinetic Energy(MJ)	Efficiency (%)
109.8	116.88	4.85	304.87	0.465	61.85
219.6	82.65	5.29	295.52	0.436	58.21
439.2	58.44	5.74	269.54	0.363	48.43
1313	33.80	7.13	221.68	0.246	32.76

从表 1 可以看出,对于固定的初始电容器储能,电容值越小,加速时间越短、加速效率越高. 电容值越小其固定电阻和电感越大,加速效率应该有所下降,但是由于电容较小使得放电变快,加速效率不降反升. 所以对于要把 CT 加速到一定能量的情况,可以根据条件选择较小一点的电容值进行加速.

## 3 小结

分析了紧凑等离子体环加速的基本原理,并描述了处理加速过程的整体加速模型,使用整体加速模型分析了与加速效率相关的各种因素,为加速器设计和 CT 应用的研究提供参考. 计算结果表明:紧凑等离子体环质量越大、加速器越长,加速效率越高,但都有饱和趋势;加速器电感和电阻越小,加速效率越高;对于固定的初始电容器储能,在加速小质量的紧凑等离子体环时,应选择小电容值进行加速. 对于一定的应用目的,根据整体加速模型的计算结果,选择合适的加速参数,既可以满足需要,又可以提高能量利用率.

利用整体加速模型,很快就可以得到紧凑等离子体环加速后的速度、动能等信息,它的优点是计算方便,但它不能提供加速过程中紧凑等离子体环内部电子、离子的温度变化,所以更为复杂的加速

模型还有待于进一步研究.

## 参 考 文 献

- 1 C W Hartman and J H Hammer. New Type of Collective Accelerator. *Phys Rev Lett*, 1982, 5(1): 929 ~ 939
- 2 J. H. Degnan et al. Compact toroid formation, compression, and acceleration. *Phys. Fluids B*, 1993, 5(8): 2938 ~ 2958
- 3 M Nagata et al. Behaviour of compact toroid injected into an external magnetic field. *Nucl. Fusion*, 2001, 41(1): 1687 ~ 1694
- 4 John Marsjall. Performance of a hydromagnetic plasma gun. *Phys Fluid*, 1960, 13(1): 134 ~ 137
- 5 陈国庆,张海燕,王永红,魏新劳,方崇志. 电容器储能型轨道电磁炮的理论分析与动态仿真. 电机与控制学报, 2006, 10(1): 23 ~ 28 (Chen Guoqing, Zhang Haiyan, Wang Yonghong, Wei Xinlao, Fang Chongzhi. The circuit theory analysis and dynamic simulation for the capacitor derived railgun. *Electric Machines and Control*, 2006, 10(1): 23 ~ 28 (in Chinese))
- 6 刘铸永. 离散奇异内积法分析材料分现行柱的动力响应. 动力学与控制学报, 2004, 2(1): 52 ~ 58 (Liu Zhuyong. Discrete singular convolution for the dynamic responses of materially nonlinear pole. *Journal of Dynamics and Control*, 2004, 2(1): 52 ~ 58 (in Chinese))
- 7 J H Degnan et al. Compact toroid formation experiment. *Plasma Science, IEEE Conference Record Abstracts*, 1990, 5: 166
- 8 J D Graham et al. Shiva Star - Marauder Compact Torus System. *The Institute of Electrical and Electronics Engineers*, edited by R. White et al. New York, 1991: 990 ~ 993
- 9 E. L. Ruden, B. W. Mullins, and M. E. Dearborn. Interferometry on the compact toroid formation experiments at Philips Laboratory. *Phys. Fluids B*, 1992, 4(7): 1801 ~ 1805
- 10 陈庆国,王永红,魏新劳,张海燕. 电容驱动型轨道. 电磁炮电磁过程的计算机仿真. 电工技术学报, 2006, 21(4): 68 ~ 71 (Chen Qingguo, Wang Yonghong, Wei Xinlao, Zhang Haiyan. Computer simulation of electromagnetic process in the capacitor driven Rail gun. *Transactions of*

*China Electrotechnical Society*, 2006, 21 (4): 68 ~ 71 (in chinese))

lectromagnetic accelerator. *IEEE Transactions on Magnetics*, 1989, 25(1): 249 ~ 251

11 K. Ikuta. A study of ablation effects for an axisymmetric e-

## NUMERICAL SIMULATION ON WHOLE ACCELERATION PROCESS OF COMPACT TOROIDS \*

Jiang Meng<sup>1</sup> Wang Shangwu<sup>2</sup> Wu Changli<sup>1</sup> Lin Yuangen<sup>1</sup>

(1. Beijing Qinghe Building Zi 6, Beijing 100085, China)

(2. College of Photoelectric Science and Engineering, National University of Defence Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract** There are a variety of applications for compact toroids (CT) including pulse x-rays source, fusion driver etc, and the research of CT acceleration is the foundation of the CT application studies. The theory of CT acceleration was described, based on Whole Acceleration Model, the numerical simulation equations were derived, while the fourth-order Runge-Kutta method was used to calculate these equations. With the parameters of MARADUER in Phillips laboratory and Shiva-Star capacitor set, the CT speedup process in a coaxial accelerator was calculated and the factors affecting acceleration efficiency were analyzed quantitatively. The simulated results show that the efficiency will be improved with the increases of CT mass and accelerator length, but a saturated trend exist, and will be lower with the increases of the resistance, inductance or capacitance for a fix initial energy stored in capacitor.

**Key words** compact toroids, whole acceleration mode, acceleration efficiency