第 6 卷第 3 期 2008 年 9 月
1672-6553/2008/06(3)/284-5

动力学与控制学报
JOURNAL OF DYNAMICS AND CONTROL

Vol. 6 No. 3
Sep. 2008

基于模态空间的海洋平台冰致振动的 H_∞ 控制*

张力　张文首　岳前进

（大连理工大学运载工程与力学学部,大连　116024）

摘要　通过在海洋平台顶部安装主动调谐质量阻尼器(AMD),研究了平台在冰荷载作用下的主导模态 H_∞ 控制. 首先采用 H_∞ 方法与模态空间的平衡降阶法进行控制设计,然后基于虚拟激励法得到了系统冰致振动的解答,并应用此解答进行了广泛的参数研究,确定了平台减振效果最佳时的 H_∞ 控制器最优参数. 通过该应用特例,以评价 H_∞ 控制器的有效性. 结果表明如果 H_∞ 控制器的参数选择合适,则可以显著减小平台的冰致振动响应.

关键词　平衡降阶法，　H_∞ 控制，　模态空间控制，　冰致振动，　海洋平台

引言

钢质导管架式海洋平台通过打桩的方法固定于海底,是目前近海油田开发使用最广泛的一种平台. 导管架平台是由导管腿水平弦杆斜撑等圆管杆件构成的空间刚架结构,其抵抗水平荷载的能力有限. 在我国渤海湾,海冰对桩基导管架平台的作用力是平台设计的主要控制荷载之一. 海冰可导致平台强烈振动,影响人员的生活、工作及设备的正常使用. 传统的单纯增加刚度来降低振动的方法是不经济的,这会使海洋平台的造价过于昂贵,不符合冰区边际油田开发的经济性原则. 结构振动控制方法可以为解决这一问题提供有效的途径.

导管架平台的自由度数较多,但研究表明平台的振动主要由其前几阶模态控制,甚至第一阶模态起主要控制作用. 对于由少数模态控制的结构,采用模态控制法[1,2]无疑是行之有效的. 由于平台结构的物理参数无法精确获得,采用可考虑系统不确定性影响的 H_∞ 算法设计控制器比 LQG 算法更为合适[3,4]. 本文首先将平台模型转换到模态空间,并采用平衡降阶法[5,6]进行降阶,然后用 H_∞ 控制在模态空间中进行控制. 考虑到冰激励的随机性,本文分别在频域和时域进行了求解,最后以渤海湾的 JZ20－2MSW 平台作为计算实例证明了本文方法的有效性.

1　动力方程的建立与降阶

受控导管架平台在海冰作用下的运动方程可写为如下形式

$$M\ddot{x}(t)+C\dot{x}(t)+Kx(t)=Ew_1(t)+Hf(t) \quad (1)$$

式中 $f(t)$ 是 r 阶主动控制力向量,H 是 $n\times r$ 阶位置矩阵,n 为模型阶数,$w_1(t)$ 为海冰冰力,其功率谱密度为 $S_{w_1}(\omega)$,E 是其 n 阶位置向量.

令 $x(t)=\Phi\eta(t)$,其中模态矩阵 Φ 已按质量规一化,由式(1)可得

$$\ddot{\eta}_j(t)+2\xi_j\omega_j\dot{\eta}_j(t)+\omega_j^2\eta_j(t)=\gamma_j w_1(t)+u_j(t)$$
$$j=1,2,\cdots,n \quad (2)$$

式中 γ_j 为 $\gamma=\Phi^TE$ 的第 j 个元素,$u_j(t)=h_jf(t)$ 为第 j 阶模态控制力,其中 h_j 为 $h=\Phi^TH$ 的第 j 行元素. 式(2)的状态空间方程和输出方程为

$$\dot{q}_j(t)=A_jq_j(t)+g_jw_1(t)+b_ju_j(t)$$
$$j=1,2,\cdots,n \quad (3a)$$

$$y(t)=\sum_{j=1}^{n}\begin{bmatrix}c_{1j} & c_{2j}\end{bmatrix}q_j(t) \quad (3b)$$

式中 $q_j(t)=\begin{bmatrix}\eta_j(t)\\ \dot{\eta}_j(t)\end{bmatrix}$,$A_j=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -\omega_j^2 & -2\xi_j\omega_j\end{bmatrix}$,

$g_j=\begin{bmatrix}0\\ \gamma_j\end{bmatrix}$,$b_j=\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}$.

引进变换 $q_j(t)=T_j\tilde{q}_j(t)$,式中 T_j 为非奇异矩阵,$\tilde{q}_j(t)$ 为平衡坐标,则式(3)可变换为下列平衡系统

2008-01-24 收到第 1 稿,2008-04-08 收到第 1 稿.
＊国家 863 基金资助项目(2001AA602015)

$$\dot{\tilde{q}}_j(t)=\tilde{A}_j\tilde{q}_j(t)+\tilde{g}_j w_1(t)+\tilde{b}_j u_j(t)$$
$$j=1,2,\cdots n \tag{4a}$$
$$y(t)=\sum_{j=1}^{n}[\tilde{c}_{1j}\quad \tilde{c}_{2j}]\tilde{q}_j(t) \tag{4b}$$

式(4)所示的模态子系统的可控、可观格拉姆矩阵为 diag$[\sigma_{1j}^2\quad \sigma_{2j}^2]$,其对角线元素代表了相应分量的可控度大小. 如果 $\sigma_{1j}^2=\sigma_{2j}^2=0$,则第 j 个模态既不可控也不可观,忽略这样的模态对系统的输入-输出特性没有影响. 假定按可控度从大到小对式(3)重新排列,取排列后的前 p 阶模态进行控制,忽略后 $n-p$ 个可控度较小的模态,则受控结构就得到了降阶.

由于平台上安装的传感器数量很少,无法精确提取模态坐标,故这里采用模态耦合控制. 考虑到无法精确获得平台结构参数和系统不确定性的影响,控制器采用具有鲁棒性的 H_∞ 算法设计. 按可控度从大到小对式(3)重新排列的降阶模态系统的 H_∞ 控制问题由下式给出:

$$\dot{q}_a(t)=A_{aa}q_a(t)+B_{1a}w(t)+B_{2a}u(t) \tag{5a}$$
$$z=C_{1a}q_a(t)+D_{12}u \tag{5b}$$
$$y=C_{2a}q_a(t)+D_{21}w \tag{5c}$$

式中

$$q_a(t)=[q_1^T(t)\quad q_2^T(t)\quad \cdots\quad q_p^T(t)]^T,$$
$$u(t)=[u_1(t)\quad u_2(t)\quad \cdots\quad u_p(t)]^T,$$
$$A_{aa}=diag[A_1\quad A_2\quad \cdots\quad A_p],$$
$$B_{1a}=[G_a\quad 0],G_a=[g_1^T\quad g_2^T\quad \cdots\quad g_p^T]^T,$$
$$B_{2a}=diag[b_1\quad b_2\quad \cdots\quad b_p],w(t)=\begin{bmatrix}w_1(t)\\ w_m(t)\end{bmatrix},$$

z 为可控输出,y 为测量输出,$w_m(t)$ 为 m 维测量噪声. $B_{1a},C_{1a},D_{12},D_{21}$ 要求满足

$$D_{12}^T[C_{1a}\quad D_{12}]=[0\quad I],\begin{bmatrix}B_{1a}\\ D_{21}\end{bmatrix}D_{21}^T=\begin{bmatrix}0\\ I\end{bmatrix} \tag{5d}$$

这里 I 为单位阵.

降阶模态系统的状态反馈 H_∞ 控制问题的提法是寻找状态反馈 $u=K_cq_a$ 使得闭环系统稳定,并且满足

$$\|G_{zw}\|_\infty=\sup\frac{\|z(t)\|_2}{\|w(t)\|_2}<\gamma \tag{6}$$

式(6)中的 G_{zw} 为 $w(t)$ 到 $z(t)$ 的闭环传递函数,表示为

$$G_{zw}(s)=\begin{bmatrix}A_{aa}+B_{2a}K_c & \vdots & B_{1a}\\ \cdots\cdots & & \cdots\cdots\\ C_{1a}+D_{12}K_c & \vdots & 0\end{bmatrix} \tag{7}$$

由于式(6)的 γ 系人工设定,故这里的 H_∞ 控制问题又称为 H_∞ 次优控制问题. 次优控制器比最优控制器可以具有其它更好的性质,例如较低的带宽.

为了进行模态坐标估计,引入 H_∞ 状态观测器作为模态观测器

$$\dot{\hat{q}}_a=A_{aa}\hat{q}_a+B_{2a}u+K_f(y-C_{2a}\hat{q}_a) \tag{8}$$

式中 K_f 为反馈增益矩阵. 引入 $e(t)=q_a(t)-\hat{q}_a(t)$,得

$$\dot{e}(t)=(A_{aa}-K_fC_{2a})e(t)+(B_{1a}-K_fD_{21})w(t) \tag{9a}$$
$$\Delta y=y-\hat{y}=C_{2a}e \tag{9b}$$

由 $w(t)$ 到 $\Delta y(t)$ 的传递函数为

$$G_{\Delta yw}(s)=\begin{bmatrix}A_{aa}-K_fC_{2a} & \vdots & B_{1a}-K_fD_{21}\\ \cdots\cdots & & \cdots\cdots\\ C_{2a} & \vdots & 0\end{bmatrix} \tag{10}$$

满足 $\|G_{\Delta yw}\|_\infty<\gamma$ 的反馈增益矩阵 K_f 为

$$K_f=QC_{2a}^T \tag{11}$$

式中 Q 为正定对称矩阵,且满足如下矩阵 Riccati 方程

$$A_{aa}Q+QA_{aa}^T+Q(\gamma^{-2}C_{1a}^TC_{1a}-C_{2a}^TC_{2a})Q+B_{1a}B_{1a}^T=0 \tag{12}$$

用估计状态 $\hat{q}_a$ 代替 q_a,可求得

$$u=K_c\hat{q}_a=-B_{2a}^TP\hat{q}_a \tag{13}$$

式中 P 为正定对称矩阵,且满足如下矩阵 Riccati 方程

$$A_{aa}^TP+PA_{aa}+P(\gamma^{-2}B_{1a}B_{1a}^T-B_{2a}B_{2a}^T)P+C_{1a}^TC_{1a}=0 \tag{14}$$

按照式(8)-(12)设计的模态观测器可保证

$$\lim_{t\to\infty}(q_a-\hat{q}_a)=0 \tag{15}$$

实际上,由于模态观测器为一反馈系统,通过将实测值 y 和 $\hat{y}$ 观测器输出的的差负反馈到状态微分处,使 $y-\hat{y}$ 尽快趋于零,从而使 $q_a-\hat{q}_a$ 尽快逼近于零,便可利用 $\hat{q}_a$ 来形成状态反馈了.

模态控制力 $u(t)$ 和控制力 $f(t)$ 具有关系

$$u(t)=\Phi_p^THf(t)=Lf(t) \tag{16}$$

式中 Φ_p 由前 p 列模态组成. 当作动器数 r 等于受控模态数 p 时,有

$$f(t)=L^{-1}u(t) \tag{17}$$

若作动器数 r 小于受控模态数 p,则

$$f(t)=L^{+}u(t) \tag{18}$$

式中 $L^{+}.=(L^{T}L)^{-1}L^{T}$ 式(17)和(18)可统一写为

$$f(t)=L^{+}u(t)=L^{+}K_{c}\hat{q}_{a}(t) \tag{19}$$

2 动力方程的求解

式(1)在模态空间按可控度从大到小排列得到：

$$\begin{Bmatrix}\dot{q}_a(t)\\ \dot{q}_b(t)\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}A_{aa} & 0\\ 0 & A_{bb}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}q_a(t)\\ q_b(t)\end{Bmatrix}+\begin{bmatrix}B_{1a}\\ B_{1b}\end{bmatrix}w(t)+\begin{bmatrix}F_a\\ F_b\end{bmatrix}f(t) \tag{20}$$

将式(19)代入(20)并令 $q_a=\hat{q}_a$，得

$$\dot{q}_a=\Xi q(t)+B_1 w(t) \tag{21}$$

式中 $q(t)=\begin{bmatrix}q_a(t)\\ q_b(t)\end{bmatrix}$，$\Xi=\begin{bmatrix}A_{aa}+F_aL^{+}K_c & 0\\ F_bL^{+}K_c & A_{bb}\end{bmatrix}$，

$B_1\begin{bmatrix}B_{1a}\\ B_{1b}\end{bmatrix}$.

假定冰激励 $w_1(t)$ 和测量噪声 $W_m(t)$ 相互独立，可得谱密度矩阵 $S_{w_1w_m}$

$$S_{\ddot{x}_g w_m}=\begin{bmatrix}S_{w_1} & 0\\ 0 & S_{w_m}I\end{bmatrix} \tag{22}$$

式中 S_{w_1} 为 $w_1(t)$ 的功率谱密度，$S_{w_m}I$ 为 $W_m(t)$ 的功率谱密度矩阵. 注意到

$$S_{w_1w_m}=\begin{bmatrix}\sqrt{S_{w_1}} & 0\\ 0 & \sqrt{S_{w_m}}I\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\sqrt{S_{w_1}} & 0\\ 0 & \sqrt{S_{w_m}}I\end{bmatrix},$$

记 $Z=\begin{bmatrix}\sqrt{S_{w_1}} & 0\\ 0 & \sqrt{S_{w_m}}I\end{bmatrix}$，则可构造下列虚拟激励[7]

$$p_k=L_kS_k(\omega)\exp(i\omega t)\ (k=1,2,\cdots,m+1) \tag{23}$$

式中 L_k 为第 k 个元素为1其余元素为0的列向量，且

$$S_k(\omega)=\begin{cases}\sqrt{S_{w_1}(\omega)} & k=1\\ \sqrt{S_{w_m}} & k=2,3,\cdots,m+1\end{cases} \tag{24}$$

由式(21)和(23)，得第 k 个虚拟激励作用下的方程为

$$\dot{q}_k(t)=\Xi q_k(t)+B_1L_kS_k(\omega)\exp(i\omega t) \tag{25}$$

式(25)的稳态解为

$$q_k=(i\omega I-\Xi)^{-1}B_1L_kS_k(\omega)\exp(i\omega t) \tag{26}$$

求得 q_k 后，由 $x(t)=\Phi\eta(t)$ 就可求得平台结构响应 $x_k(t)$. 由虚拟激励法可知 $x_{kj}(t)$（$x_{kj}(t)$ 为 $x_k(t)$ 的某一分量）的谱密度为

$$S_{x_{kj}x_{kj}}(\omega)=x_{kj}^{*}x_{kj} \tag{27}$$

$x_{kj}(t)$ 的方差为

$$\sigma_{x_{kj}x_{kj}}^{2}=\int_{-\infty}^{+\infty}S_{x_{kj}x_{kj}}(\omega)\mathrm{d}\omega \tag{28}$$

$x_j(t)$ 的方差为

$$\sigma_{x_j}^{2}=\sum_{k=1}^{m+1}\sigma_{x_{kj}}^{2} \tag{29}$$

3 算例

本文以位于渤海辽东湾北部的JZ20－2MSW平台为背景给出导管架平台结构的控制方案，见图1. 平台结构参数为：钢材的弹性模量 $E=2.07\times10^{11}$Pa，波松比，质量密度 $\rho=7800\mathrm{kg/m^3}$. 平台顶层甲板上质量共200吨. 平台实测基频为1.30Hz，实测第一阶模态阻尼比为0.02. 平台有限元模型共96个节点，576个自由度. 阻尼矩阵采用瑞雷阻尼假定 $C=\alpha M+\beta K$，其中 α 和 β 由结构前2阶模态阻尼比确定，前2阶模态阻尼比这里皆取为0.02. 由计算得到平台前5阶自振频率为1.30，1.34，1.99，5.07，5.13Hz. 传感器安装在图中的A、B点，用来测量A、B两点 x 和 y 方向的速度和位移. AMD装置由质量块、弹簧、阻尼器，直线导轨组成. 质量块质量为4吨，安装于平台顶层，可在 x 和 y 两个方向上运动. 作动器最大出力为20kN. 取冰力作用方向为沿 x 轴，其单边冰力功率谱 $S(\omega)$ 表达式为：

$$S(\omega)=\frac{429.5\bar{F}_0^{2}\bar{T}^{-2.5}}{\omega^{3.5}}\exp\left(-17.7\bar{T}^{-0.64}\frac{1}{\omega^{0.64}}\right) \tag{30}$$

式中 $\bar{F}_0$，$\bar{T}$ 分别为平均冰力幅值和平均冰力周期，f 为频率，单位为Hz. $\bar{F}_0$，$\bar{T}$ 的取值根据2000－2001年冬季在渤海现场观测采集到的部分冰力数据为基础求得，$\bar{F}_0=55kN$，$\bar{T}=1.75s$.

表1为计算得到的前8阶模态的 σ_j 值. 从表中可以看到前3阶 σ_j 值较大，故在设计控制器时只考虑前3阶模态而忽略其后与较小的 σ_j 值对应的各阶模态.

表1 各阶模态的 σ_j 值

Table 1 Values of σ_j for different modes

Modes	1	2	3	4	5	6	7	8
σ_j	1.538	1.498	0.923	0.191	0.187	0.118	0.057	0.057

式(5b)的 C_{1a}，D_{12} 通常取如下形式

$$C_{1a}=\begin{bmatrix}Q^{1/2}\\0\end{bmatrix},D_{12}=\begin{bmatrix}0\\R^{1/2}\end{bmatrix}\tag{31}$$

式中 $Q^{1/2}$ 和 $R^{1/2}$ 分别为 Q 和 R 的平方根矩阵,即 $(Q^{1/2})^T(Q^{1/2})=Q$,$(R^{1/2})^T(R^{1/2})=R$. 为使 C_{1a},D_{12}满足式(5d),取 $R^{1/2}=I$. Q 为对称半正定矩阵,这里取 $Q=\mu I$,控制效果取决于 μ 值的选择.

表 2　无控和有控结果比较

Table 2　Comparison of results with control and without control

Top displacement without control (m)	Top displacement with control (m)	Top acceleration without control (m/s^2)	Top acceleration with control (m/s^2)
2.68×10^{-3}	1.07×10^{-3}	0.18	0.063

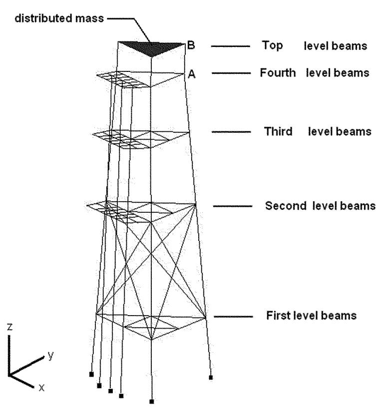

图 1　结构模型简图

Fig. 1　Schematic of structure

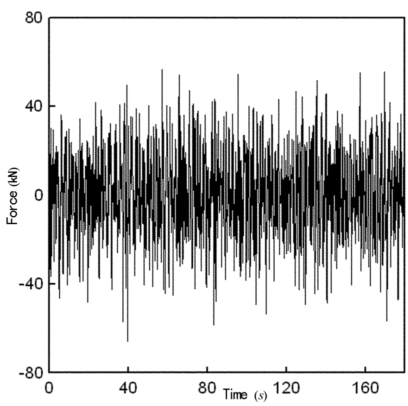

图 2　冰力时程

Fig. 2　Ice force versus time

通过进行参数分析,可以发现,取 μ 值为 10^{10} 时位移和加速度的控制效果最佳. 所以在本算例中,μ 值取为 10^{10}. 表 2 给出了无控和有控时平台的顶层位移和顶层加速度反应标准偏差. 从表中可以看到,顶层位移减小约 60%,顶层加速度减小约 65%.

为了进一步检验本文算法的控制效果,下面根据式(30)的冰力谱,采用下面的三角级数迭加法生成零均值的冰力时程:

$$w_1(t)=\sqrt{2(\Delta\omega)}\sum_{k=1}^{N}\sqrt{S(\omega)}\cos(\omega_k t+\phi_k)\tag{32}$$

式中 $\omega_k=k\Delta\omega$,ϕ_k 为$[0,2\pi]$均匀分布的随机变量. 冰力时程的冰力峰值为 56.8kN,时程记录间距为 0.02s(见图 2). 图 3 是平台的顶层加速度控制效果随时间变化的曲线. 可以看到,无控平台的顶层最大加速度为 0.50m/s^2,而有控时仅为 0.29 m/s^2,减小约 42%. 图 4 为控制力随时间变化曲线. 可以看到,最大控制力约为 1.2kN.

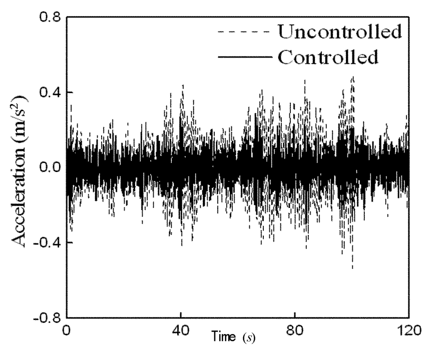

图 3　顶层加速度控制效果曲线

Fig. 3　Control effect on top acceleration versus time

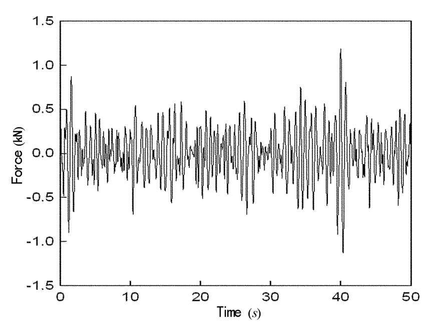

图 4　控制力随时间变化曲线

Fig. 4　Control force response versus time

4　结论

本文将基于模态空间的 H_∞ 控制应用到海洋平台冰致振动响应的主动控制中,并通过算例研究了本文方法的可行性. 本文取前 3 阶模态构造了 H_∞ 控制器和 H_∞ 模态观测器,并利用 *ATMD* 作为控制

装置对海洋平台进行控制,得到了较好的控制效果. 作为一种方法的研究,本文没有考虑对高阶模态进行滤波,也没有对系统的超调量和过程过渡时间等进行研究. 另外,本文算法的实验验证将也是下一步要开展的工作.

参 考 文 献

1 Soong TT. Active structural control: theory and practice. New York:Longman Scientific & Technical,1990

2 顾仲权,马扣根,陈卫东. 振动主动控制. 北京:国防工业出版社,1997(Gu Zhongquan, Ma Kougen, Chen Weidong. Active vibration control. Beijing:National Defence Industry Press,1997(in Chinese))

3 张文首,林家浩,于骁. 海洋平台地震响应的 LQG 控制. 动力学与控制学报,2005,3(3):86 ~ 91(Zhang Wenshou, Lin Jiahao, Yu Xiao. Seismic response of offshore platform with linear quadratic Gaussian controllers. *Journal of Dynamics and Control*, 2005, 3(3): 86 ~ 91 (in Chinese))

4 Zhou KM, Doyle JC, and Glover K. Robust and optimal control. New Jersey: Prentice Hall, 1996

5 Pernebo L, Silverman LM. Model reduction via balanced state space representations. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1982, 27(2): 382 ~ 387

6 胡明华,胡寿松. 平衡降阶方法及其进展. 南京航空学院学报,1990,22(4):92 ~ 101(Hu Minghua, Hu Shousong. Balanced reduction method and its development. *Journal of Nanjing Aeronautical Institute*, 1990, 22(4): 92 ~ 101 (in Chinese))

7 Lin J H, Zhang W S, Li J J. Structural responses to arbitrarily coherent stationary random excitations. *Computers & Structures*, 1994, 50(5): 629 ~ 633

ICE-INDUCED VIBRATION CONTROL OF OFFSHORE PLATFORM WITH H_∞ CONTROLLERS BASED ON MODAL SPACE *

Zhang Li Zhang wenshou Yue qianjin

(*Faculty of Vehicle Engineering and Mechanics*, *Dalian University of Technology*, *Dalian* 116024, *China*)

Abstract H_∞ control of the critical modes of vibration of an offshore platform under ice loads was studied. The control was applied to a platform via an active tuned mass damper (AMD) located at the top of the platform. An algorithm combining the H_∞ method together with balanced reduction scheme in modal space was used for control design. The solution for ice-induced vibration response of the system was derived in terms of pseudo-excitation method. With the derived solution, extensive parametric studies can be carried out. The optimal parameters of H_∞ controllers for achieving the maximum vibration response reduction of the platform can be identified. The effectiveness of H_∞ controllers for this particular application is evaluated. The results show that the ice-induced vibration response of the platform can be considerably reduced if the parameters of H_∞ controllers are selected appropriately.

Key words balanced reduction method, H_∞ control, modal space control, ice-induced vibration, offshore platform

Received 24 January 2008, revised 8 April 2008.

* The project supported by the National "863 Project" (2001AA602015)