第 6 卷第 2 期 2008 年 6 月
1672-6553/2008/06(2)/181-5
动 力 学 与 控 制 学 报
JOURNAL OF DYNAMICS AND CONTROL
Vol. 6 No. 2
Jun. 2008

剪切模量对梁的磁橡胶约束阻尼特性的影响*

李明[1]　郑慧明[2]　徐江涛[2]　何锃[2]
(1. 武汉工程大学机电工程学院，武汉　430073)(2. 华中科技大学力学系,武汉　430074)

摘要　基于周期耗能相等的原理,将磁橡胶约束阻尼悬臂梁(MRLD)与传统的约束阻尼悬臂梁(CLD)等价,计算 MRLD 的模态损耗因子,研究了阻尼层剪切模量 G_v 对 MRLD 梁阻尼特性的影响. 研究表明,在给定激励位移下,当 G_v 较小时,MRLD 与 CLD 的阻尼一样. 增加 G_v 引起阻尼层滑移,在 G_v 增加的开始阶段,MRLD 表现出比 CLD 更好的阻尼特性,但进一步提高 G_v,MRLD 的阻尼性能开始降低并将低于 CLD. 此外,增加位移激励,使 MRLD 的阻尼大于 CLD 阻尼的有效剪切模量 G_v 的区域向剪切模量小的方向移动;所对应最大阻尼的剪切模量 G_{vopt} 也如此.

关键词　振动，　约束阻尼，　摩擦，　剪切模量

引 言

传统的约束阻尼处理(constrained layer damping，简称 CLD)是控制薄壁结构振动与噪声的一种常用方法. 在 CLD 中,阻尼材料的剪切模量 G_v 对结构的损耗因子有显著的影响,存在一个优化的剪切模量 G_{vopt},当阻尼材料工作在 G_{vopt} 参数下,结构具有最大的阻尼[1];偏离 G_{vopt},结构的阻尼性能会下降. 然而,实际中具有这种剪切模量的材料并不一定存在. 此外,由于四季的气温变化、运行中温度的上升,G_v 在一个较大的范围内波动,因此实际中并不总是能够获得良好的阻尼性能. Hansaka M 等采用磁橡胶约束阻尼(magnetic rubber layer damping，简称 MRLD)[2-4] 控制钢制铁路桥的噪声,达到约 5 分贝的降噪效果,且可在更宽的温域和频域有效[5]. 该方法是将 CLD 的阻尼材料换成磁粉和丁基合成橡胶混合的磁橡胶材料,3mm 厚的磁橡胶与 2mm 厚的钢板间单位面积磁引力 F_m 可达到 4kPa—10kPa[2,3],故通过磁引力容易地将阻尼层吸附在钢制的振动体上,而不是象 CLD 那样通过粘结剂粘结,因此,安装方便. 其耗能机制也与 CLD 有明显的不同,MRLD 通过交界面摩擦耗能和阻尼层剪切耗能联合作用. 如何选择磁橡胶阻尼层的剪切模量,使这种新型结构具有良好的阻尼效果也是人们所关心的,因此本文重点研究磁橡胶剪切模量 G_v 对 MRLD 梁阻尼特性的影响.

2007-08-13 收到第 1 稿,2008-05-15 收到修改稿.
* 国家自然科学基金资助项目(10472035)

1　MRLD 损耗因子计算

图 1 所示为磁橡胶约束阻尼双层夹心悬臂梁模型. 图中约束层与磁橡胶层粘结为一体后,再通过磁引力吸附在钢制振动梁上,上下对称安装. 假设在固定端施加简谐激励位移 $W_0 e^{i\omega t}$.

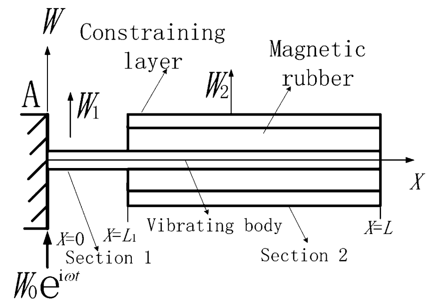

图 1　磁橡胶约束阻尼悬臂梁示意图

Fig. 1　Configuration of a cantilever beam with MRLD

未约束和约束部分的横向位移分别用 W_1、W_2 表示. 当振幅很小时,阻尼层的剪切力 F_r 小于振动体与阻尼层交接面处的摩擦力 F_s,MRLD 实际上就是 CLD. 但当振幅增大时,如图 2 所示,部分区域的阻尼层(如图中 $k-k$ 处)的 F_r 达到 F_s 时(此时滑移区任意点剪应变 $\gamma_0(x)$ 为与 F_s 有关的常数),发生滑移,上阻尼层滑移到 K_1 点,下阻尼层滑移到 K_2 点,滑移距离为 $l(x)$,摩擦力与剪切变形共同耗能. 由于振动时滑移区的大小随外部激励变化、且

同一个周期内的同一点在不同时刻滑移状态不同，此是一个非线性动力学问题. 为了分析方便，下文先求解类似图1但阻尼层与振动体粘结在一起的CLD梁的各点响应 $W_1(x)$、$W_2(x)$、阻尼层剪应变 $\gamma(x)$ 和单位面积剪切力 $F_r(x)$ 等，然后应用周期耗能相等的原理[1]，计算MRLD梁的损耗因子.

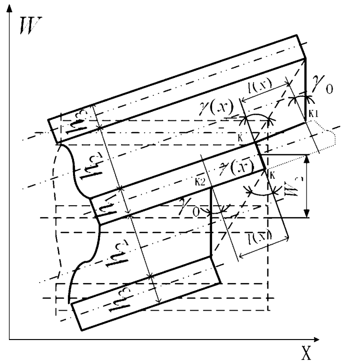

图2 *MRLD* 夹心部分变形

Fig. 2 Deformation of the sandwich section with MRLD

1.1 CLD的响应求解

本文作者建立了附加永磁体对CLD悬臂梁的分析方法[6]. 对本文类似图1所示的阻尼层与振动体粘结在一起的CLD梁，只要令[6]中磁刚度 $k_{mag}=0$ 和磁体质量 $m_{mag}=0$，就与本文的模型一样. 并可假设横向位移(部分1)

$$W_1(x,\omega,t)=\sum_{j=1}^{4}C_je^{k_jx+i\omega t} \tag{1}$$

横向位移(部分2)

$$W_2(x,\omega,t)=\sum_{j=5}^{10}C_je^{k_jx+i\omega t} \tag{2}$$

其中 ω 为激励频率，t 为时间，C_j 为待定系数，k_j 为与波数相关的复数[6].

通过分析夹心部分的变形关系，应用Hamilton原理，便可推导得到夹心部分的运动微分方程及边界条件方程. 并利用夹层部分2与无夹层部分1交界面位移、剪力、弯矩相等关系以及两端边界条件，求得上述假设中的待定系数 $C_j(j=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 10)$ 后，便可求得激励位移为 W_0 频率 ω 为的简谐激励下梁各点的响应 W_1 和 W_2. 进一步求得阻尼层剪应变 $\gamma(x,\omega,t)$，基层与阻尼层的交界面间剪应力

$$F_r(x,\omega,t)=G_v(1+i\beta)\gamma(x,\omega,t) \tag{4}$$

故周期变化的剪应力幅值为

$$F_r(x)=|G_v(1+i\beta)||\gamma(x)|=G_v\sqrt{1+\beta^2}|\gamma(x)| \tag{5}$$

其中 $|\gamma(x)|$ 为阻尼层剪应变的幅值. G_v 为阻尼材料的弹性剪切模量，β 阻尼材料的实际损耗因子.

求得位移响应曲线 $W_2(x,\omega)$ 后，用半功率法即可得到阻尼层损耗因子 β 时，CLD处理梁的第 m 阶模态的频率 f_m 及损耗因子 η_m^{CLD}.

1.2 MRLD梁损耗因子的求解

对任意形式的耗能，当非线性振动不显著时，在简谐激励下的稳态响应也近似简谐振动；阻尼主要对系统的共振峰有影响，而对固有频率影响很小[1]. 在同样的激励下，如果一个振动周期内，MRLD的耗能 E_{MRLD} 等于采用阻尼材料损耗因子为 β^* 的CLD处理的耗能 E_{CLD}，根据周期耗能等效原理[1]，MRLD和CLD结构获得的响应也一样，故可将MRLD和阻尼材料损耗因子为 β^* 的CLD等价，来近似计算MRLD的损耗因子. 为了确定等价的 β^*，采用如下的步骤：首先利用阻尼材料实际损耗因子 β，得到CLD梁的响应及阻尼层剪切力，将得到各点的剪切力幅值与摩擦力比较来确定发生滑移的点，计算其摩擦耗能 $E_{friction}(x)$ 和剪切耗能 $E_{shear0}(x)$，对未滑移的点计算其剪切耗能 $E_{CLD}(x)$. 分别计算出一个振动周期内在该响应幅度下采用MRLD的总耗能 E_{MRLD} 和采用CLD处理的总耗能 E_{CLD} 后，若 $E_{MRLD}=E_{CLD}$，则说明在该激励下MRLD阻尼与采用 *CLD* 的阻尼一样. 若 $E_{MRLD}>E_{CLD}$，说明在该响应幅度下，MRLD的阻尼比采用CLD的要大，MRLD梁的实际响应应该更低一些，故将CLD计算中用到 β 的增加为 $\beta^{(1)}$，以降低CLD的响应，重复上述步骤再计算新的响应下的 E_{MRLD} 和 E_{CLD}，多次循环后，直到MRLD耗能等于损耗因子为 $\beta^{(i)}$ 的CLD耗能，则可认为MRLD梁的阻尼与损耗因子为 $\beta^{(i)}$ 时CLD梁的阻尼相等，$\beta^{(i)}$ 就是要求的 β^*. 若 $E_{MRLD}<E_{CLD}$，说明MRLD的阻尼比采用CLD的要小，将CLD计算中的 β 减小为 $\beta^{(1)}$，直到 $E_{MRLD}=E_{CLD}$.

计算等价CLD梁的阻尼层 x 处微小单元的周期耗能 $E_{CLD}(x)$ 时，利用公式

$$E_{CLD}(x)=\pi\beta^{(i)}G_v|\gamma(x)|^2h_2b\mathrm{d}x \tag{6}$$

式中 $\beta^{(i)}$ 为计算CLD响应所用到的修正的阻尼材料损耗因子，初始值取实际的损耗因子，b 为阻尼层宽度，h_2 为阻尼层厚度.

采用MRLD，发生滑移的阻尼层微小单元的周

期耗能来源于阻尼层的剪切耗能 E_{shear0} 和交界面处的摩擦耗能 $E_{friction}$. 其中

$$E_{shear0} = \pi\beta G_v |\gamma_0(x)|^2 h_2 b\mathrm{d}x \tag{7}$$

$$E_{friction} = 4\mu F_m |l(x)| b\mathrm{d}x = 4\mu F_m (|\gamma(x)| - |\gamma_0(x)|) h_2 b\mathrm{d}x \tag{8}$$

滑移时,单位面积上最大摩擦力

$$F_s = \mu F_m = G_v \sqrt{1+\beta^2} |\gamma_0(x)| \tag{9}$$

因此,任意滑移单元的剪应变幅值为常数,即

$$|\gamma_0(x)| = |\gamma_0| = \frac{F_s}{G_v\sqrt{1+\beta^2}} \tag{10}$$

MRLD 梁中未滑移阻尼层的微小单元的周期耗能计算公式同式(6),但注意其中的 $\beta^{(i)}$ 应取为实际的损耗因子 β. MRLD 处理系统总耗能 E_{MRLD} 为各部分耗能之和.

2　讨论

分析参数:$h_1 = 2\mathrm{mm}, h_2 = 2\mathrm{mm}, h_3 = 2\mathrm{mm}, b = 20\mathrm{mm}, \rho_1 = \rho_3 = 7800\mathrm{kg.\ m^{-3}}$. $E_1 = E_3 = 2.06e11\mathrm{Pa}$. $L = 250\mathrm{mm}, L_1 = 2\mathrm{mm}$. 由于温度和频率对阻尼材料损耗因子影响很大,阻尼材料即使在设计工作温度下,具有较高的阻尼 β,然而,实际运行时发热所导致的阻尼层温度的升高或气温的变化(比如冬天夏天间的季节变化),β 会降低很多. 要在较宽的温域和频域获得较大的阻尼较困难,阻尼材料一般工作在不高的阻尼条件下,故本文选取 $\beta = 0.1$. 选取磁引力 $F_m = 8\mathrm{kPa}$,摩擦系数 $\mu = 0.5$,$\rho_2 = 2800\mathrm{Kg.\ m^{-3}}$.

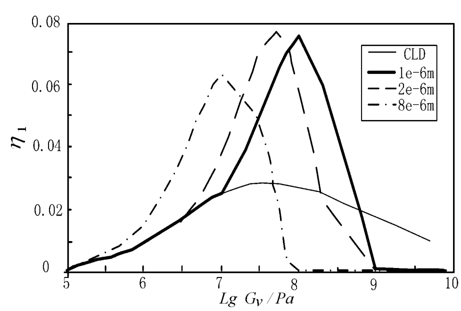

图 3　G_v 与 η_1 的关系

Fig. 3　The relationship between G_v and η_1

图 3 表示的是激励位移 W_0 分别为 $1\mu m, 2\mu m, 8\mu m$ 时,梁的第一阶模态的损耗因子 η_1 随阻尼层剪切模量 G_v 变化的曲线. 图中细实线表示的是 CLD 的变化趋势. 其他为 MRLD 在给定激励位移下(图中右上角的数据表示的是激励位移 W_0)的情况. 对于 CLD,存在一个优化的剪切模量 G_{vopt},约为 $5e7Pa$,偏离此数值,系统阻尼将下降. 对于 MRLD,激励位移为 $1\mu m$ 时,对较小的 G_v 较小,阻尼层未发生滑移,MRLD 与 CLD 的阻尼一样. 随着 G_v 增加,*MRLD* 的损耗因子增加,到达一个峰值后便下降,其峰值阻尼为 CLD 峰值阻尼的 2.8 倍(图中未详细标出,下文同此),进一步提高 G_v,MRLD 的阻尼反而低于 CLD. 对于不同的激励也得到类似的规律. 定义使 MRLD 梁的损耗因子大于 CLD 梁的损耗因子所对应的 G_v 为有效剪切模量. 可发现,增加位移激励,使 MRLD 的阻尼大于 CLD 阻尼的有效剪切模量 G_v 的区域向剪切模量小的方向移动;所对应最大阻尼的剪切模量 G_{vopt} 也如此.

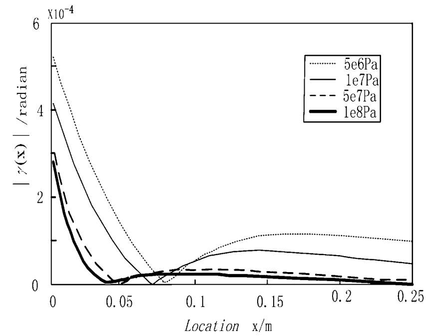

图 4　阻尼层剪应变分布($W_0 = 1\mu m$)

Fig. 4　The shear strain distribution of damping layer($W_0 = 1\mu m$)

图 4 是激励位移为 $1\mu m$ 时,不同 G_v 下,采用 CLD 处理的悬臂梁处于第一阶共振模态时,阻尼层剪应变幅值 $|\gamma(x)|$ 的分布. 在 $x = L_1$ 处剪应变幅值最大,这与文献[6,7]一致,其剪切应力 $F_r = G_v\gamma$ 也最大,如果发生滑移的话,此处应最先出现. 当剪切模量从 5e6Pa 增加到 1e8Pa,$x = L_1$ 处剪应变幅值从 5.2e-4 弧度降低至 2.8 e-4 弧度,剪切应力 F_r 则从 0.26kPa 增加到 28kPa,超过了接触面单位面积上的最大静摩擦力 4kPa,发生滑移. 因此,对于较小的剪切模量,尽管阻尼层的剪应变较大,但其剪切应力 F_r 较小,达不到交界面间的摩擦力,阻尼层未发生滑移,MRLD 实际上就是 CLD. 随着剪切模量的增加,阻尼层剪切力增大,部分区域达到的摩擦力,发生滑移.

图 5a-c 表示 CLD 梁和 MRLD 梁激励位移为 $1\mu m$ 时,一个振动周期内在阻尼层不同点($x = 0.02\mathrm{m} \sim 0.1\mathrm{m}$)单位体积耗能的能量,用耗能密度 J^* 表示,大于 0.1m 的阻尼层耗能密度相对于图中

位置的耗能要低得多,故图中未画出. 图中 CLD 表示 CLD 阻尼层的各点耗能密度, MRLDF 表示 MRLD 滑移引起的摩擦耗能密度, MRLDS 表示 MRLD 阻尼层各点剪切耗能密度, MRLD 表示 MRLD 梁各点总的耗能密度. 当 $G_v=2e7\mathrm{Pa}$,耗能密度如图 5a 所示,滑移区域摩擦耗能占主导作用,且比 CLD 的耗能大,从图 3 可以得到其损耗因子是 CLD 的 1.4 倍(图中未详细标出). 继续增大 $G_v=7e7\mathrm{Pa}$,图 5b 表明,滑移区域耗能与 CLD 耗能差增加,从图 3 也可以得到其损耗因子是 CLD 的 2.5 倍. 进一步增大 G_v,将发现 MRLD 相对于 CLD 的阻尼放大比下降. 图 5c 给出了 $G_v=4e8\mathrm{Pa}$ 的分布图,从图中可看出,滑移区摩擦耗能增加,但 CLD 耗散能量增加的更大,MRLD 滑移区摩擦耗能没有 CLD 耗散的能量多,其损耗因子是 CLD 的 0.77 倍,故其阻尼性能反而不如 CLD.

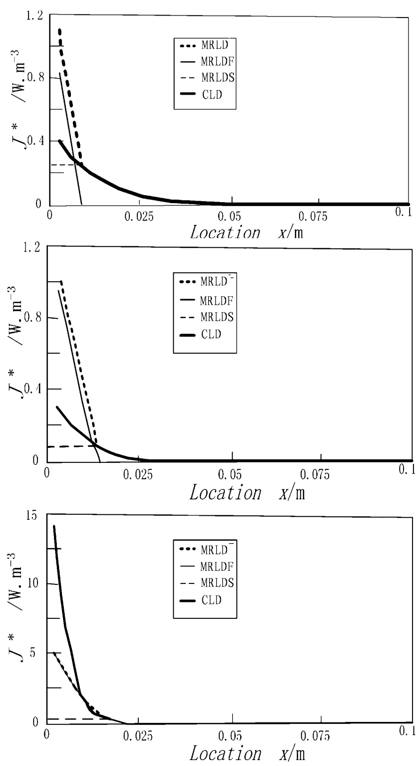

图 5 耗能密度分布:(a)$G_v=2e7Pa$,(b)$G_v=7e7Pa$,(c)$G_v=4e8Pa$

Fig. 5 The distribution of the energy dissipation density: (a)$G_v=2e7\mathrm{Pa}$,(b)$G_v=7e7\mathrm{Pa}$,(c)$G_v=4e8\mathrm{Pa}$

以上通过耗能的具体数值比较,给出了 G_v 对 MRLD 的阻尼性能影响的解释. 对于不同模态的数值分析,也可得到类似的结论. 下文通过本文提出的模型来进一步证明图 3 中所揭示的规律.

假设在给定激励 W_0 下,阻尼层某微单元 A 发生滑移,则 $\left|\dfrac{\gamma_0}{\gamma(x)}\right|<1$.

定义该微单元 MRLD 与 CLD 的耗能比

$$k=\frac{E^A_{MCLD}}{E^A_{CLD}}=\frac{4\mu F_m[\,|\gamma(x)|-|\gamma_0|\,]h_2b\mathrm{d}x-\pi\beta G_v|\gamma_0|^2h_2b\mathrm{d}x}{\pi\beta G_v|\gamma(x)|^2h_2b\mathrm{d}x}\tag{11}$$

利用(9)式得

$$k=\frac{4\sqrt{1+\beta}|\gamma_0|[\,|\gamma(x)|-|\gamma_0|\,]+\pi\beta|\gamma_0|^2}{\pi\beta|\gamma(x)|^2}=\left|\frac{\gamma_0}{\gamma(x)}\right|^2\left(1-\frac{4\sqrt{1+\beta^2}}{\pi\beta}\right)+\frac{4\sqrt{1+\beta^2}}{\pi\beta}\left|\frac{\gamma_0}{\gamma(x)}\right|\tag{12}$$

对于本文数据,当 $\beta=0.1$ 时,

$$k=-11.796\left|\frac{\gamma_0}{\gamma(x)}\right|^2+12.796\left|\frac{\gamma_0}{\gamma(x)}\right|\tag{13}$$

当 A 点刚发生滑移,$\left|\dfrac{\gamma_0}{\gamma(x)}\right|$趋近于 1. 由(10)式可知 γ_0 是 G_v 的函数,故 k 也是 G_v 的函数.

利用(10),将(13)式对 G_v 求导得

$$\frac{\partial k}{\partial G_v}=\left|\frac{1}{\gamma(x)}\right|\left[-23.5920\left|\frac{\gamma_0}{\gamma(x)}\right|+12.796\right]\left[-\frac{F_s}{G_v^2\sqrt{(1+\beta^2)}}\right]\tag{14}$$

对于(14)式第 2 部分$\left[-23.5920\left|\dfrac{\gamma_0}{\gamma(x)}\right|+12.796\right]$,当 $\gamma(x)$ 一定时,因为$|\gamma_0|=\dfrac{F_s}{G_v\sqrt{(1+\beta^2)}}$,故 G_v 越小,$\left|\dfrac{\gamma_0}{\gamma(x)}\right|$越接近 1(假设滑移已发生),则第 2 部分为负数. 增大 G_v,$\left|\dfrac{\gamma_0}{\gamma(x)}\right|$降低,必将导致第 2 部分为正数. 而(14)式最后一部分$\left[-\dfrac{F_s}{G_v^2\sqrt{(1+\beta^2)}}\right]$总是负数. 因此,随着 G_v 的增加,k 由 G_v 的增函数变为减函数, k 由 1 增加到一个极大值后便下降并可能小于 1. $k>1$ 说明 MRLD 的耗能大于 CLD,其阻尼好于 CLD;$K<1$,情形正相反. 这就是图 3 中曲线出现峰值的根本原因. 此外,增加激励,将使得 $\gamma(x)$ 增加,相当于降低了$\left|\dfrac{\gamma_0}{\gamma(x)}\right|$,故图 3 中的有效区域向剪切模量小的方向移动;所对应最大阻尼的

剪切模量 G_{vopt} 也如此.

3　结论

对于 CLD,存在一个优化的剪切模量 G_{vopt},偏离此数值,系统阻尼将下降. 对于 MRLD,在给定激励位移下,当 G_v 较小时,MRLD 与 CLD 的阻尼一样. 增加 G_v 引起阻尼层滑移,在 G_v 增加的开始阶段,MRLD 表现出比 CLD 更好的阻尼特性,但进一步提高 G_v,MRLD 的阻尼性能开始降低并将低于 CLD. 此外,增加位移激励,使 MRLD 的阻尼大于 CLD 阻尼的有效剪切模量 G_v 的区域向剪切模量小的方向移动;所对应最大阻尼的剪切模量 G_{vopt} 也如此.

参　考　文　献

1　Srinivasan P. Mechanical vibration analysis. Tata, McGran – Hill Publishing Company Limited. New DelHi, 1982

2　Hansaka M, Mifune N. Damping properties of magnetic – vibration – damper. *Inter – noise*, 1994, 94: 693 ~ 696

3　Hansaka M, Mifune N. Study on the vibration damping properties of the damping material applying rubber compounding magnetic powder. *Journal of the Acoustical Society of Japan*, 1998, 19(1): 13 ~ 21

4　Hansaka M, Mamada S, Nishimura A. Prediction of damping property and design for optimization of magnetic rubber damper with constraining layer. *Quarterly Report of RTRI*, 2004, 45(4): 210 ~ 215

5　Sato H, Hansaka, Mifune N. Development of damping properties of magnetic – vibration – damper. *Quarterly Report of RTRI*, 1997, 38(2): 56 ~ 60

6　Zheng Huiming, He Zeng. Influence of permanent magnets on vibration characteristics of a partially covered sandwich cantilever beam. *Journal of Sound and Vibration*, 2004, 274 (3 – 5): 801 ~ 819

7　Kung S, Singh R. Vibration analysis of beams with multiple constrained layer damping patches. *Journal of Sound and Vibration*, 1998, 212: 781 ~ 805

EFFECT OF SHEAR MODULUS ON DAMPING PERFORMANCE OF A BEAM WITH MAGNETIC RUBBER LAYER DAMPING *

Li Ming[1]　Zheng Huiming[2]　Xu Jiangtao[2]　He Zeng[2]

(1. *School of Mechatronics Engineering*, *Wuhan Institute of Technology*, *Wuhan*　430073, *China*)

(2. *Department of Mechanics*, *Huazhong University of Science and Technology*, *Wuhan*　430074, *China*)

Abstract　The modal loss factor η of a cantilever beam with magnetic rubber layer damping (MRLD) was obtained based on the derived equation of the same beam with conventional constrained layer damping (CLD) by equating the dissipation energy by MRLD to that by CLD in a vibrating cycle. The effect of damping layer shear modulus G_v on damping performance of the beam with MRLD was investigated. The results reveal that, under a given displacement excitation W_0, MCLD is the same as CLD for small G_v. Increasing G_v makes damping layers slide, as a result, MRLD shows itself better damping than that of CLD in the beginning, whereas η decreases as G_v continues to rise until η of MRLD is less than that of CLD. Moreover, increasing W_0 makes the valid region of G_v, for which MRLD exceeds CLD in damping property, move to the region of small G_v. So does the corresponding optimal shear modulus G_{vopt} for which the maximal damping can be obtained using MRLD.

Key words　vibration,　constrained damping,　friction,　shear modulus

Received 13 August 2007, revised 15 May 2008.

* The project supported by the National Natural Science Foundation of China (10472035)