

斜拉索主参数共振的稳定性分析*

赵跃宇^{1,2} 王涛¹ 康厚军¹

(1. 湖南大学力学与航空航天学院, 长沙 410082) (2. 湖南大学土木工程学院, 长沙 410082)

摘要 研究轴向激励下斜拉索的主参数共振的稳定性问题. 考虑拉索垂度和几何非线性的影响, 导出了拉索在轴向激励下的非线性参数振动方程. 利用多尺度方法研究了斜拉索的主参数共振问题, 并对其稳态解的稳定性作了较详细的分析. 对斜拉索的主参数共振进行了数值模拟, 得到了不同阻尼、初始条件及激励幅值作用下拉索的时程曲线. 结果表明: 斜拉索的固有频率与外激励参数对斜拉索稳态解的个数及其稳定性都存在直接影响, 从而对斜拉索的参数设计起到了指导作用.

关键词 多尺度法, 参数共振, 稳定性, 分叉

引言

1982年 Kovacs 第一次用参数激励来说明拉索振动的机理, 认为斜拉索产生大幅振动的原因与参数激励密切相关, 随后国内外很多学者对参激振动展开了广泛而深入的研究. Pint oda^[1,2] 等的研究表明当桥面的振动频率与拉索的固有频率的比值接近 1 或 2 时, 桥面的小幅振动将会引起拉索的大幅振动, 亢战、钟万颀^[3] 将拉索与桥面的耦合振动简化为一个两自由度的非线性振动系统, 用精细的时程积分方法进行了数值分析, 得出了当拉索的局部自振频率与桥面的某一低阶频率的比值落在某一区间时, 将会发生严重的参数共振, 陈水生和孙丙楠等人也对拉索轴向激励下的面内参数振动作了较详细的分析, 利用谐波平衡法得到了产生参数共振的最小激励幅值, 并对瞬态与稳态索的内力变化作了分析. 赵跃宇、蒋丽忠、王连华^[4,5,6] 等人建立了索—梁组合结构的力学模型, 利用多尺度方法分析了拉索的参数振动以及可能出现的内共振, 分叉和混沌现象. 文献[7]研究了悬索的超谐波共振, 并讨论了其中存在的非周期运动. 文献[8-10]研究了索与梁的非线性动力学特性. 但是, 大多数学者很少甚至没有对稳态运动的稳定性进行分析. 从很大程度上讲, 工程中对平衡位置稳定性及运动状态的稳定性的研究具有十分重要的意义, 在某些情况下, 确定系统在其平衡位置上是否稳定或

研究所出现的运动状态的稳定性, 比研究运动状态本身的正确性还重要.

本文将采用斜拉索受轴向激励的力学模型, 利用多尺度方法对拉索的参数振动方程进行分析, 并对拉索稳态运动的稳定性作了较详细的讨论, 最后对拉索的主参数共振进行数值模拟, 得出不同阻尼, 初始条件以及激励幅值作用下拉索的时程曲线.

1 斜拉索参数振动的数学模型

在能体现问题本质的前提下, 建立斜拉索的力学模型时作以下基本假定:

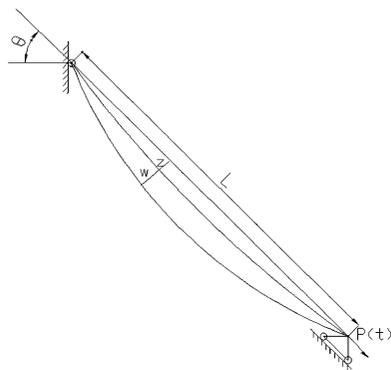


图1 斜拉索参数振动模型

Fig. 1 The model of parametric vibration of cable

- 1) 不计拉索的抗弯刚度、抗扭刚度及抗剪刚度;
- 2) 索的本构关系服从胡克定律并且各点受力

均匀;

3) 认为索的重力垂度曲线为抛物线.

建立如图1所示的力学模型,并设拉索的端部激励

$$P(t) = X \cos(\Omega t) \quad (1)$$

由牛顿定律建立拉索的运动微分方程

$$\frac{\partial}{\partial s} \left[T \frac{\partial(z+w)}{\partial s} \right] = m\ddot{w} - mg \cos\theta \quad (2)$$

其中 z 表示拉索平衡位置时重力位移, w 为偏离平衡位置的动位移, T 为索的切向拉力, m 为索单位长度的质量, \ddot{w} 表示动位移对时间的二阶导数, s 为索的弧长坐标, 考虑拉索的重力平衡以及小垂度, 公式(2)可以表示为:

$$(H+h) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + h \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = m\ddot{w} \quad (3)$$

H 表示索的初始弦向张力, h 为索的弦向动拉力, 考虑索的端部位移, 垂度, 及几何非线性时, h 可以表示为:

$$h = \frac{EA}{L} \left[X \cos(\Omega t) + \int_0^l z_x w_x dx + \int_0^l \frac{1}{2} w_x^2 dx \right] \quad (4)$$

由基本假定3)可以设 z 的方程为:

$$z = (mgl \cos\theta / 2H) (x - x^2/l) \quad (5)$$

取拉索的振动模态为标准弦的振动模态

$$w = \sum_{n=1}^N W_n(t) \sin(n\pi x/l) \quad (6)$$

取一阶振动模态, 并计 $W_1 = W$, 将(4)、(5)和(6)式代入(3)式可得:

$$\begin{aligned} & \frac{\pi^2}{l^2} \left[H + \frac{EA}{l} (X \cos\Omega t + W 2lmg \cos\theta / \pi H + \right. \\ & \left. W^2 \frac{\pi^2}{4l}) \right] W \sin(\pi x/l) + (EA mg \cos\theta / Hl) \times \\ & (X \cos\Omega t + W 2lmg \cos\theta / \pi H + W^2 \frac{\pi^2}{4l}) + \\ & m \sin(\pi x/l) \ddot{W} = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

采用迦辽金方法, 并考虑模态阻尼, 可以得到广义的马休方程:

$$\begin{aligned} & \ddot{W} + f_3 \dot{W} + (\omega_1^2 + f_3 \cos\Omega t) W + f_1 W^2 + \\ & f_2 W^3 + f_4 \cos\Omega t = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

其中:

$$\omega_1^2 = \omega_0^2 \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{2}{\pi} \right)^4 \lambda^2 \right]$$

$$\omega_0^2 = \pi^2 H / ml^2$$

$$f_1 = 3\pi EA g \cos\theta / Hl^2$$

$$f_2 = \pi^4 EA / 4ml^4$$

$$f_3 = \pi^2 EAX / ml^3$$

$$f_4 = 4EA g X \cos\theta / \pi Hl$$

$$f_5 = \delta \omega_1 / \pi$$

$$\lambda^2 = [mgl \cos\theta / H]^2 l / (Hl_e / EA)$$

$$l_e = l \left[1 + \frac{1}{8} (mgl \cos\theta / H)^2 \right]$$

平方非线性是由于考虑了初始垂度引起的, 而立方非线性则是由于考虑了拉索的轴向变形引起的.

2 多尺度法分析

为了便于求解, 我们引进小参数 ε , 使方程具有如下形式:

$$\begin{aligned} \ddot{W} + \omega_1^2 W = & -\varepsilon^2 \alpha_3 \cos\Omega t W - \varepsilon^2 \alpha_5 \dot{W} - \varepsilon \alpha_1 W^2 - \\ & \varepsilon^2 \alpha_2 W^3 - \varepsilon^2 \alpha_4 \cos\Omega t \end{aligned} \quad (9)$$

设方程具有如下形式的解:

$$\begin{aligned} W = & W_0(T_0, T_1, T_2) + \varepsilon W_1(T_0, T_1, T_2) + \\ & \varepsilon^2 W_2(T_0, T_1, T_2) \end{aligned} \quad (10)$$

其中 $T_n = \varepsilon^n t$, $n = 0, 1, 2$, 并使 $\Omega = 2\omega_1 + \varepsilon^2 \sigma$, 其中 σ 为解谐参数

按照 ε 的幂次进行整理, 可以得到下列方程:

$$\varepsilon^0 \text{ 阶: } \frac{\partial^2 W_0}{\partial T_0^2} + \omega_1^2 W_0 = 0 \quad (11)$$

$$\varepsilon^1 \text{ 阶: } \frac{\partial^2 W_1}{\partial T_0^2} + \omega_1^2 W_1 = -\alpha_1 W_0^2 - 2 \frac{\partial^2 W_0}{\partial T_0 \partial T_1} \quad (12)$$

$$\varepsilon^2 \text{ 阶: } \frac{\partial^2 W_2}{\partial T_0^2} + \omega_1^2 W_2 = -2 \frac{\partial^2 W_0}{\partial T_0 \partial T_2} - 2 \frac{\partial^2 W_1}{\partial T_0 \partial T_1} -$$

$$\frac{\partial^2 W_0}{\partial T_1^2} - \alpha_5 \frac{\partial W_0}{\partial T_0} - \alpha_3 W_0 \cos\Omega t - 2\alpha_1 W_0 W_1 -$$

$$\alpha_2 W_0^3 - \alpha_4 \cos\Omega t \quad (13)$$

ε^0 阶的通解可以表示为:

$$\begin{aligned} W_0 = & A(T_1, T_2) \exp(i\omega_1 T_0) + \\ & \bar{A}(T_1, T_2) \exp(-i\omega_1 T_0) \end{aligned} \quad (14)$$

将(14)式代入(12)式, 可得:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 W_1}{\partial T_0^2} + \omega_1^2 W_1 = & (-2i\omega_1 \frac{\partial A}{\partial T_1}) \exp(i\omega_1 T_0) - \\ & \alpha_1 [A^2 \exp(2i\omega_1 T_0) + A \bar{A}] + cc \end{aligned} \quad (15)$$

消去长期项, 可得(12)式的特解:

$$W_1 = \frac{\alpha_1 A^2}{3\omega_1^2} \exp(2i\omega_1 T_0) - \frac{2\alpha_1}{\omega_1^2} A \bar{A} +$$

$$\frac{\alpha_1 \bar{A}^2}{3\omega_1^2} \exp(-2i\omega_1 T_0) \quad (16)$$

其中

$$A = A(T_2)$$

将(14),(16)式代入(13)式可得:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 W_2}{\partial T_0^2} + \omega_1^2 W_2 = & (-2i\omega_1 A' - \alpha_5 i\omega_1 A - \\ & \frac{\alpha_3 \bar{A} \exp(i\sigma T_2)}{2} + \frac{(10\alpha_1^2 - 9\alpha_2 \omega_1^2) \bar{A} A^2}{3\omega_1^2}) \times \\ & \exp(i\omega_1 T_0) - (\frac{\alpha_3}{2} A) \exp(3i\omega_1 T_0) - \\ & \frac{\alpha_4}{2} \exp(i\Omega T_0) + cc \end{aligned} \quad (17)$$

消去长期项,必须使 $\exp(i\omega_1 T_0)$ 的系数等于零,可得:

$$\begin{aligned} -2i\omega_1 A' - \alpha_5 i\omega_1 A - \frac{\alpha_3 \bar{A} \exp(i\sigma T_2)}{2} + \\ \frac{(10\alpha_1^2 - 9\alpha_2 \omega_1^2) \bar{A} A^2}{3\omega_1^2} = 0 \end{aligned} \quad (18)$$

设 $A = \frac{1}{2} \alpha \exp(i\beta)$, 其中 α, β 均为实数,分离实部虚部可得到下式:

$$\begin{aligned} -a\omega_1 \beta' + \frac{\alpha_3 a}{4} \cos(\sigma T_2 - 2\beta) - \\ \frac{(10\alpha_1^2 - 9\alpha_2 \omega_1^2)}{24\omega_1^2} a^3 = 0 \end{aligned} \quad (19)$$

$$\omega_1 a' + \frac{\alpha_3 \omega_1 a}{2} + \frac{\alpha_3 a}{4} \sin(\sigma T_2 - 2\beta) = 0 \quad (20)$$

设 $\gamma = \sigma T_2 - 2\beta$ 上式可化为:

$$a' = -\frac{\alpha_5}{2} a - \frac{\alpha_3 a}{4\omega_1} \sin\gamma \quad (21)$$

$$a\gamma' = a\sigma - \frac{\alpha_3 a}{2\omega_1} \cos\gamma + \frac{(10\alpha_1^2 - 9\alpha_2 \omega_1^2)}{12\omega_1^3} a^3 \quad (22)$$

初始时刻如果有 $\sin\gamma < -\frac{2\alpha_5 \omega_1}{\alpha_3}$, 那么不论初始时刻 a 多么小,只要它不为零,则能量就将通过参数激励输入系统,导致的生长,然而这种生长将伴随着相位 γ 的变化,因此也就改变了能量输入系统的速率,当输入能量的速率和由粘性效应而被耗散的能量的速率精确平衡时,系统达到稳态运动,因此系统响应将被非线性限制为一有限值.

3 稳态解的稳定性分析

稳态运动发生在 $a' = \gamma' = 0$, 对于非平凡的情

形它们对应于下列方程组的解:

$$\sin\gamma = -\frac{2\alpha_5 \omega_1}{\alpha_3} \quad (23)$$

$$\cos\gamma = -\frac{2\omega_1 \sigma}{\alpha_3} - \frac{9\alpha_2 \omega_1^2 - 10\alpha_1^2}{6\omega_1^2 \alpha_3} a^3 \quad (24)$$

平方相加后可得:

$$\begin{aligned} a = \left[\frac{12\omega_1^3 \sigma}{9\alpha_2 \omega_1^2 - 10\alpha_1^2} \pm \frac{6\omega_1^2}{9\alpha_2 \omega_1^2 - 10\alpha_1^2} (\alpha_3^2 - 4\alpha_5^2 \omega_1^2)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (25)$$

由(25)式可知,要想存在稳态解,必须为正,即 $\alpha_3^2 - > 4\alpha_5^2 \omega_1^2$, 此式表明联系激励幅值的参数 α_3 必须大于联系系统阻尼的参数 $2\alpha_5 \omega_1$, 从而才能产生持续不断的运动,当 $9\alpha_2 \omega_1^2 - 10\alpha_1^2 > 0$ 时,如果上述条件同时被满足,当 $|\sigma| < \frac{1}{2\omega_1} (\alpha_3^2 - 4\alpha_5^2 \omega_1^2)^{\frac{1}{2}}$ 时有一个稳态解,而当 $\sigma > \frac{1}{2\omega_1} (\alpha_3^2 - 4\alpha_5^2 \omega_1^2)^{\frac{1}{2}}$ 存在两个稳态解;当 $9\alpha_2 \omega_1^2 - 10\alpha_1^2 < 0$ 时,如果上述条件同时被满 $|\sigma| < \frac{1}{2\omega_1} (\alpha_3^2 - 4\alpha_5^2 \omega_1^2)^{\frac{1}{2}}$ 有一个稳态解,当 $\sigma < -\frac{1}{2\omega_1} (\alpha_3^2 - 4\alpha_5^2 \omega_1^2)^{\frac{1}{2}}$ 时,存在两个稳态解. 上述各种情况下的稳态解如果是稳定的,我们就能够通过改变拉索参数的方法在实验中观察到它们.

方程组(21),(22)的线性化方程的系数矩阵:

$$[A] = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{\alpha_3 a_0}{4\omega_1} \cos\gamma_0 \\ -\frac{9\alpha_2 \omega_1^2 - 10\alpha_1^2}{6\omega_1^3} a_0 & -\alpha_5 \end{pmatrix}$$

其中下标 0 代表稳态值,矩阵 $[A]$ 的特征方程为:

$$\begin{aligned} \lambda^2 + \alpha_5 \lambda - \frac{\alpha_3 (9\alpha_2 \omega_1^2 - 10\alpha_1^2) a_0^2}{24\omega_1^4} \\ \cos\gamma_0 = 0 \end{aligned} \quad (26)$$

特征方程的根可以表示为如下形式:

$$\begin{aligned} \lambda_{12} = -\frac{\alpha_5}{2} \pm \left[\frac{\alpha_5^2}{4} + \right. \\ \left. \frac{\alpha_3 (9\alpha_2 \omega_1^2 - 10\alpha_1^2)}{24\omega_1^4} a_0^2 \cos\gamma_0 \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (27)$$

由上式可知,当 $9\alpha_2 \omega_1^2 - 10\alpha_1^2 > 0$ 时,如果 $\cos\gamma_0$ 为负,平衡点是稳定的结点或焦点,如果 $\cos\gamma_0$ 为正,则平衡点是鞍点,当 $9\alpha_2 \omega_1^2 - 10\alpha_1^2 < 0$ 时,如果 $\cos\gamma_0$ 为负,则平衡点是鞍点,如果 $\cos\gamma_0$ 为正,平衡点是稳定的结点或焦点. 结合式(23),

(24), (25) 可知存在两个稳态解时, 当 $9\alpha_2\omega_1^2 - 10\alpha_1^2 > 0$ 时, 对于具有较小振幅的解 $\cos\gamma_0$ 是正的, 从而解是不稳定的, 对于具有较大振幅的解 $\cos\gamma_0$ 是负的, 从而解是稳定的, 当 $9\alpha_2\omega_1^2 - 10\alpha_1^2 < 0$ 时, 对于具有较小振幅的解 $\cos\gamma_0$ 是负的, 所以解是不稳定的, 而对于具有较大振幅的解 $\cos\gamma_0$ 则是正的, 从而解是稳定的. 只存在一个稳态解时, 当 $9\alpha_2\omega_1^2 - 10\alpha_1^2 > 0$ 时, $\cos\gamma_0$ 是恒为负的, 当 $9\alpha_2\omega_1^2 - 10\alpha_1^2 < 0$ 时, $\cos\gamma_0$ 是恒为正的, 所以两种情况下解都是稳定的. 而当 $9\alpha_2\omega_1^2 - 10\alpha_1^2 = 0$ 时, 此时系统是结构不稳定的, 系统将在此处出现分叉现象.

4 数值算例

斜拉索的参数如下所示:

$$A = 7.8 \times 10^{-3} \text{ m}^3, L = 200 \text{ m}, \theta = 20^\circ,$$

$$H = 4 \times 10^6 \text{ N}, g = 9.8 \text{ kg/s}^2, \eta = 0.001,$$

$$m = 48.62 \text{ kg/m}, E = 2 \times 10^{11} \text{ Pa}$$

图(2), 图(3) 分别是当 σ 取 -0.02 和 0.8 时, 幅值响应随激励幅值的变化规律.

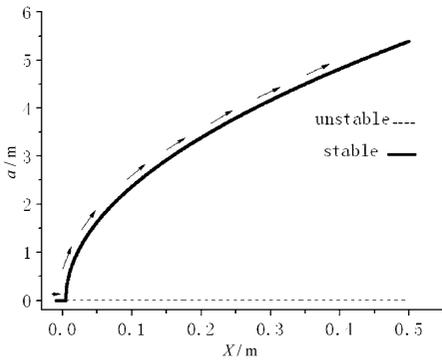


图 2 不同激励幅值下斜拉索的幅值响应(单值)

Fig.2 Variation of response amplitude with excitation amplitude (single solution)

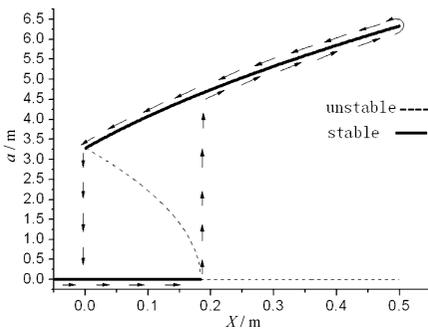


图 3 不同激励幅值下斜拉索的幅响应(多值)

Fig.3 Variation of response amplitude with excitation amplitude (multiple solutions)

正如上述分析的那样, 当 $|\sigma| < \frac{1}{2\omega_1} (\alpha_3^2 - 4\alpha_5^2\omega_1^2)^{\frac{1}{2}}$, 只存在一个非平凡的稳态解, 而当 $\sigma > \frac{1}{2\omega_1} (\alpha_3^2 - 4\alpha_5^2\omega_1^2)^{\frac{1}{2}}$ 时, 存在两个非平凡稳态解, 小解是不稳定的, 大解是稳定的, (注: 本文所选参数使得 $9\alpha_2\omega_1^2 - 10\alpha_1^2 > 0$, 当 $9\alpha_2\omega_1^2 - 10\alpha_1^2 < 0$ 时, 分析类似).

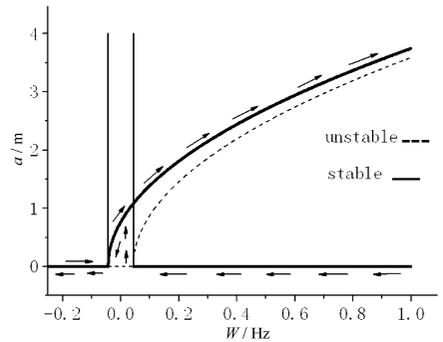


图 4 不同激励频率下斜拉索的幅值响应

Fig.4 Frequency - response curve for the vibration equation of cable

下图表示在不同阻尼, 激励幅值和初始条件下拉索的时程曲线:

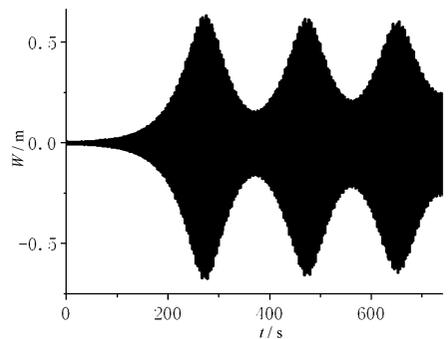


图 5 索的时间历程曲线($\mu = 0.001$)

Fig.5 Time history of cable($\mu = 0.001$)

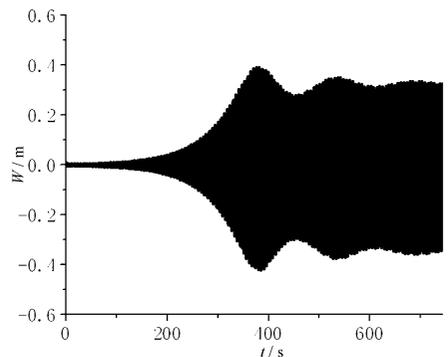


图 6 索的时间历程曲线($\mu = 0.01$)

Fig.6 Time history of cable($\mu = 0.01$)

图5表示阻尼取0.001,初始挠度0.01,初始速度为0,激励幅值取0.01时拉索的时程曲线,而图6仅将阻尼改为0.002时索的时程曲线,图7表示将激励幅值改为0.04m时索的时程曲线,图8表示将初始挠度改为0.1,初始速度改为0.5时拉索的时程曲线.可以看出阻尼与激励幅值在拉索振动中起关键作用,而初始条件对拉索振动的影响可以忽略.

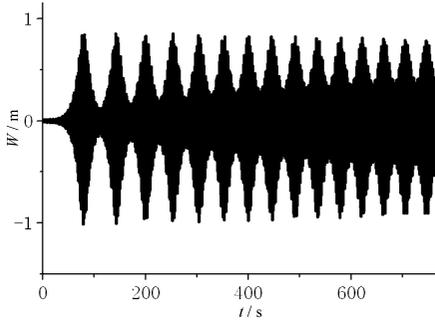


图7 激励幅值为0.04m时索的时间历程曲线
Fig.7 Time history of cable
when the amplitude of excitement is 0.04

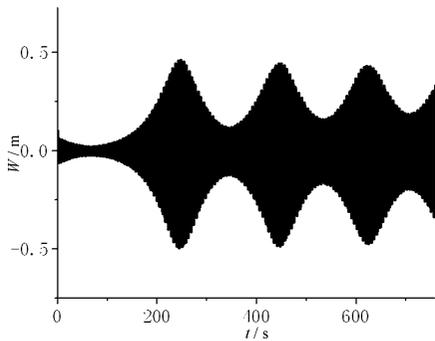


图8 变化初始条件时索的时间历程曲线
Fig.8 Time history of cable
with the variation of initial condition

5 结论

以斜拉索的非线性振动为背景,针对广义的马休方程对稳态解的稳定性进行了详细的讨论,结果表明:拉索的固有参数与外激参数对拉索稳态解的个数及其稳定性都存在直接影响,从而在斜拉索参数的设置方面起到了一定的指导作用,同时发现阻尼,激励幅值在拉索振动中起着关键作用,阻尼越大振幅越小,激励幅值越大,拉索振幅也越大.而初始条件对拉索振动的影响可以忽略.但是本文没有对临界情况即时进行讨论,此时系统的结构不稳定性决定了系统将出现分叉现象.这将是本文研究

的后续工作.

参 考 文 献

- 1 Lilien J L, Pinto da Costa. Vibration amplitudes caused by parametric excitations of cable stayed structures. *Journal of Sound and Vibration*, 1994, 174: 69 ~ 90
- 2 Pinto da Costa, Martins J A C, Branco F, Lilien J L. Oscillation of bridge stay cables induced by periodic motions of deck and /or towers. *Journal of Engineering Mechanics*, 1996, 122(7): 613 ~ 622
- 3 亢战, 钟万勰. 斜拉桥参数共振问题的数值研究. 土木工程学报, 1998, 31(4): 14 ~ 22 (Kang Zhan, Zhong Wanxie. Numerical study on parametric resonance of cable in cable stayed bridges. *China Civil Engineering Journal*, 1998, 31(4): 14 ~ 22 (in Chinese))
- 4 赵跃宇, 蒋丽忠. 索-梁组合结构的动力学建模理论及其内共振分析. 土木工程学报, 2004, 37(3): 69 ~ 72 (Zhao Yueyu, Jiang Lizhong. The dynamical modeling theory and internal resonance of cable-beam composite structure. *China Civil Engineering Journal*, 2004, 37(3): 69 ~ 72. (in Chinese))
- 5 赵跃宇. 大跨径斜拉桥非线性动力学的模型与理论研究. 长沙: 湖南大学, 2000 (Zhao Yueyu. Study of the nonlinear dynamical modeling theory of long-span cable stayed bridges. Changsha: Doctoral dissertation of Hunan university, 2000 (in Chinese))
- 6 赵跃宇, 王连华. 斜拉索面内振动和面外摆振的耦合分析. 土木工程学报, 2003, 36(4): 65 ~ 69 (Zhao Yueyu, Wang Lianhua. Coupled analysis of out-of-plane oscillation and in-plane vibration for stay cable. *China Civil Engineering*, 2003, 36(4): 65 ~ 69 (in Chinese))
- 7 周海兵, 刘伟长. 基于延拓方法的悬索非线性振动分析. 动力学与控制学报, 2008, 6(1): 73 ~ 77 (Zhou Haibing, Liu Weichang. Nonlinear oscillations of suspended cables using the continuation method. *Journal of Dynamics and Control*, 2008, 6(1): 73 ~ 77 (in Chinese))
- 8 赵跃宇, 冯锐, 劳文全, 王连华. 空间曲梁非线性动力学方程. 动力学与控制学报, 2005, 3(4): 34 ~ 38 (Zhao Yueyu, Feng Rui, Lao Wenquan, Wang Lianhua. Nonlinear kinematic equation of spatial curved beam. *Journal of Dynamics and Control*, 2005, 3(4): 34 ~ 38 (in Chinese))
- 9 赵跃宇, 劳文全, 冯锐. 圆弧拱的面内非线性动力学分析. 动力学与控制学报, 2006, 4(2): 122 ~ 126 (Zhao Yueyu, Lao Wenquan, Feng Rui. In plane nonlinear dynamic a-

analysis of circular arches. *Journal of Dynamics and Control*, 2006, 4(2):122 ~ 126 (in Chinese)

10 康厚军,赵跃宇,王连华.斜拉桥中拉索对桥面动力特性的影响. *动力学与控制学报*, 2007, 5(1):44 ~ 49 (Kang

Houjun, Zhao Yueyu, Wang Lianhua. Theoretical considerations for effects of cables on deck of cable-stayed bridges. *Journal of Dynamics and Control*, 2007, 5(1):44 ~ 49 (in Chinese)

ANALYSIS OF THE STABILITY OF PRINCIPAL PARAMETRIC RESONANCE OF STAYED-CABLE *

Zhao Yueyu^{1,2} Wang Tao¹ Kang Houjun¹

(1. College of Mechanics and Aerospace, Hunan University, Changsha 410082, China)

(2. College of Civil Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China)

Abstract The stability of principal parametric resonance of stayed-cable caused by axial excitation is investigated. Non-linear equations of vibration, in which the static sag as well as the geometric non-linearity is considered, are firstly derived. Then, the method of multiple scales is applied to the differential equation to analyze the principal parametric resonance of stayed-cable and the stability of the steady solutions is also investigated in detail. Finally, numerical simulation is used to study the principal parametric resonance of stayed-cable. The time histories of stay cable under different damping, initial condition and the amplitude of axial excitation are obtained. The conclusion show that both the natural frequency of cable and external parameter have directly influence on the number of stable solutions and their stability, the results can lead the design of cable parameter.

Key words multiple scales method, parametric resonance, stability, bifurcation