

# 基于 $(w, z)$ 参数化的欠驱动微小卫星姿态再定位控制

刘海颖<sup>1,2</sup> 王惠南<sup>1</sup> 陈志明<sup>1</sup> 叶伟松<sup>2</sup>

(1. 南京航空航天大学自动化学院, 南京 210016) (2. 南航高新院微小卫星研究中心, 南京 210016)

**摘要**  $(w, z)$  参数化是一种新的姿态表示方法, 它通过两次垂直的旋转来表示卫星姿态, 和描述的运动方程相互解耦, 可以分别进行控制, 有其独特的优点. 本文首先推导了  $(w, z)$  参数并给出了运动模型, 然后针对非对称微小卫星的欠驱动姿态再定位控制, 采用微分平滑的方法设计了可行的再定位运动轨迹, 给出了相应的跟踪控制律, 并以 PWM (脉宽调制) 喷气系统进行仿真, 验证了本文方法的有效性.

**关键词**  $(w, z)$  参数化, 欠驱动, PWM 喷气, 微分平滑, 再定位控制

## 引言

卫星欠驱动 (underactuated) 姿态控制已经成为国际上研究的热点, 它是指在某方向上的执行机构如喷气、动量轮等失效时, 仅仅利用另外两轴上的控制力矩进行控制, 如 Andriano<sup>[1]</sup> 等设计了时变控制律. 国内对卫星欠驱动控制研究开展的相对较少, 已报道的有戈新生<sup>[2]</sup> 应用遗传算法进行动态规划, 郑敏捷<sup>[3]</sup> 采用退步控制进行稳定设计. 然而, 以上的欠驱动卫星控制基本上都是针对姿态稳定的, 对于姿态再定位控制研究得还很少, 由于在欠驱动控制下并不是所有运动轨迹都是可行的, 寻找可行的运动轨迹与设计合理的跟踪控制律是其难点.

通常卫星姿态描述有欧拉角和四元数等. 欧拉角是由坐标三次旋转得到的三参数描述方法; 四元数可以避免欧拉角在大角度时“奇异”以及复杂的三角函数运算, 它通过绕旋转轴一次旋转得到. 为了解决四元数的规范性问题 ( $\|q\| = 1$ ), 可以将四元数降维, 得到三参数的罗德里格斯 (Rodrigues) 参数<sup>[4]</sup> 以及修正的 Rodrigues 参数<sup>[5]</sup>.

以上方法在使用中各有优缺点, 本文给出另一种姿态描述— $(w, z)$  参数化法, 它由 Tsiotras 首次提出<sup>[6]</sup>, 通过坐标两次连续的垂直旋转得到,  $w$  和  $z$  相互解耦, 可以分别进行控制, Tsiotras 使用该方法对欠驱动控制进行了一系列研究<sup>[7,8]</sup>, 但都是针对轴对称的自旋卫星, 而国内对于采用  $(w, z)$  参数化进行卫星控制方面还未见有报道. 因此, 本文给出  $(w, z)$  参

数化方法, 在此基础上针对非对称的欠驱动卫星再定位控制进行了研究, 应用退步控制<sup>[9]</sup> 方法设计跟踪控制律, 基于微分平滑<sup>[10]</sup> 设计了欠驱动再定位运动轨迹, 并通过实际的微小卫星模型和 PWM 微型喷气系统进行仿真实验, 取得了良好效果.

## 1 参数化及卫星运动方程

$(w, z)$ <sup>[6,7]</sup> 是一种新的姿态描述方法. 如图 1 所示, 记  $\vec{i}_j$  和  $b_j (j=1, 2, 3)$  分别为惯性系  $F_i$  和星体系  $F_b$  的单位正交矢量, 则  $F_i$  到  $F_b$  的姿态矩阵  $C_i^b$  可以由两次连续的垂直旋转得到. 设先绕  $z$  轴旋转角度, 得到中间坐标系  $F_i$ , 然后再绕垂直于  $\vec{i}_3$  的轴  $\vec{u}$  到  $F_b$ , 则有

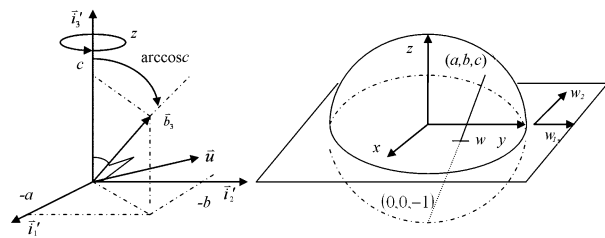


图 1 旋转及球心投影模型

Fig. 1 Rotation and stereographic projection

$$C_i^b = C(w, z) = C_2(w) C_1(z) \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} \vec{i}'_1 \\ \vec{i}'_2 \\ \vec{i}'_3 \end{bmatrix} = C_1(z) \begin{bmatrix} \vec{i}_1 \\ \vec{i}_2 \\ \vec{i}_3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \vec{b}_1 \\ \vec{b}_2 \\ \vec{b}_3 \end{bmatrix} = C_2(w) \begin{bmatrix} \vec{i}'_1 \\ \vec{i}'_2 \\ \vec{i}'_3 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$C_1(z) = \begin{bmatrix} \cos z & \sin z & 0 \\ -\sin z & \cos z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

由欧拉定理,第二次旋转矩阵  $C_2(w)$ ,可以由绕某一单位矢量  $\vec{u}$  旋转角度  $\theta$  得到,即

$$C_2(w) = I_{3 \times 3} + \sin(\theta)S(\vec{u}) + (1 + \cos\theta)S^2(\vec{u}) \quad (4)$$

其中,  $S(\vec{u}) = \vec{u} \times$  表示叉乘,为斜对称矩阵. 记  $C_2(w)$  的第三列为  $[a \ b \ c]^T$ , 则有

$$\vec{i}'_3 = a \vec{b}_1 + b \vec{b}_2 + c \vec{b}_3 \quad (5a)$$

$$\vec{b}_3 = -a \vec{i}'_1 - b \vec{i}'_2 + c \vec{i}'_3 \quad (5b)$$

进而得到  $\vec{i}'_3$  与  $\vec{b}_3$  的夹角为

$$\theta = \cos^{-1}(\vec{i}'_3 \cdot \vec{b}_3) = \arccos c \quad (6)$$

以及旋转轴  $\vec{u}$  为

$$\vec{u} = \frac{\vec{i}'_3 \times \vec{b}_3}{\|\vec{i}'_3 \times \vec{b}_3\|} = \frac{b \vec{i}'_1 - a \vec{i}'_2}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad (7)$$

将式(6)和(7)代入式(4),得到

$$C_2(w) = \begin{bmatrix} c + b^2/(1+c) & -ab/(1+c) & a \\ -ab/(1+c) & c + a^2/(1+c) & b \\ -a & -b & c \end{bmatrix} \quad (8)$$

将式(3)和(8)代入(1)即可得到  $C(w, z)$ . 由于旋转矩阵满足  $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ , 同时根据球心投影(如图1)来进行简化. 定义

$$w = w_1 + iw_2 = (b - ia)/(1 + c) \quad (9)$$

其中,  $i = \sqrt{-1}$  表示复数. 记  $\text{Re}(\cdot)$  和  $\text{Im}(\cdot)$  分别表示实部和虚部, 则最终得到  $C(w, z)$  为

$$C(w, z) = 1/(1 + |w|^2) \cdot \begin{bmatrix} \text{Re}(1 + w^2)e^{iz} & \text{Im}(1 + w^2)e^{iz} & -2\text{Im}(w) \\ \text{Im}(1 - \bar{w}^2)e^{-iz} & \text{Re}(1 - \bar{w}^2)e^{-iz} & 2\text{Re}(w) \\ 2\text{Im}(we^{iz}) & -2\text{Re}(we^{iz}) & 1 - |w|^2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

由  $C(w, z)$  的元素  $w_1, w_2$  和  $z$  表示卫星姿态, 它们和欧拉角、四元数等其它姿态表示方法具有一一对应的关系<sup>[7]</sup>. 记卫星的角速度为  $\vec{\omega}_b = [\omega_1 \ \omega_2 \ \omega_3]^T$ , 对式(1)求导得

$$\dot{C}(w, z) = S(\vec{\omega})C(w, z) \quad (11)$$

其中,  $S(\cdot)$  为斜对称阵, 则  $\dot{C}(w, z)$  的第三列为

$$\begin{bmatrix} \dot{a} \\ \dot{b} \\ \dot{c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \omega_3 & -\omega_2 \\ -\omega_3 & 0 & \omega_1 \\ \omega_2 & -\omega_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad (12)$$

由(9)(10)(12)可以得到  $w_1$  和  $w_2$  表示的卫星运动学方程为

$$\dot{w}_1 = \omega_3 w_2 + \omega_2 w_1 w_2 + \omega_1/2(1 + w_1^2 - w_2^2) \quad (13a)$$

$$\dot{w}_2 = -\omega_3 w_1 + \omega_1 w_1 w_2 + \omega_2/2(1 + w_2^2 - w_1^2) \quad (13b)$$

进一步求  $\dot{z}$ , 对式(11)求迹运算

$$\text{tr}[\dot{C}(w, z)] = \text{tr}[S(\vec{\omega})C(w, z)] \quad (14)$$

将(11)和(13)代入(14), 可以得到

$$\dot{z} = \omega_3 - \omega_1 w_2 + \omega_2 w_1 \quad (15)$$

式(13a)、(13b)和(15)即为  $(w, z)$  参数化的卫星运动学方程.

## 2 卫星动力学方程及再定位控制

由欧拉运动原理,微小卫星动力学方程为

$$I \dot{\vec{\omega}}_b + \vec{\omega}_b \times (I \vec{\omega}_b) = \vec{T}^b \quad (16)$$

其中,  $I = \text{diag}([I_x \ I_y \ I_z])$  为卫星惯量矩阵;  $\vec{T}^b = [T_x \ T_y \ T_z]$  为喷气力矩. 假设  $z$  轴上的一对喷气出现故障, 则  $T_z = 0$ , 仅仅使用  $x$  和  $y$  轴的喷气进行欠驱动控制, 记

$$u_1 = (I_y - I_z)/I_x \omega_2 \omega_3 + T_x/I_x \quad (17a)$$

$$u_2 = (I_z - I_x)/I_y \omega_1 \omega_3 + T_y/I_y \quad (17b)$$

得到欠驱动下的卫星动力学方程为

$$\dot{\omega}_1 = u_1 \quad (18a)$$

$$\dot{\omega}_2 = u_2 \quad (18b)$$

$$\dot{\omega}_3 = \varepsilon \omega_1 \omega_2 \quad (18c)$$

其中,  $\varepsilon = (I_x - I_y)/I_z$ , 当  $\varepsilon = 0$  时为对称卫星. 本文的喷气系统采用 PWM 控制, 各喷嘴在一个控制周期  $T$  内开启的时间为

$$t_{on} = \begin{cases} T & T \leq \tau T_{c,i}/T_i \\ \tau T_{c,i}/T_i & \tau \leq \tau T_{c,i}/T_i < T \\ 0 & \tau T_{c,i}/T_i < \tau \end{cases} \quad (19)$$

其中,  $T$  为控制周期;  $\tau$  为喷气系统最小脉宽;  $T_{c,i}$  ( $i = x, y$ ) 为第  $i$  轴上喷气系统需要产生的力矩;  $T_i$  为第  $i$  轴上喷气实际产生的力矩.

对于欠驱动控制下卫星的再定位, 当给定初始姿态和目标姿态后, 并不是所有的运动轨迹都是可行的. 文献[10]假设在某一可行的运动轨迹下, 设计了跟踪控制律; 文献[11]应用微分平滑, 给出了可行的轨迹生成方法. 然而, 以上方法都是针对对称卫星的, 即  $\varepsilon = 0$ , 此时由(18c)得  $\dot{\omega}_3 = 0$ , 同时令  $\omega_3 = 0$ , 将卫星运动方程(13)、(15)及(18)中略去与  $\omega_3$  有关的项, 做了简化处理. 然而, 实际中多数卫星为非对

称的,并且做到绝对对称也是不可能的.

因此,本文针对  $\varepsilon \neq 0$  以及角速度  $\omega_3 \neq 0$  的情况进行分析. 对于通用的情况,给定某一可行运动轨迹后,按照一般退步控制的设计方法,采用如下线性反馈控制律

$$u_1 = -\gamma(\omega_1 - \omega_{d1}) + \dot{\omega}_{d1} \quad (20a)$$

$$u_2 = -\gamma(\omega_2 - \omega_{d2}) + \dot{\omega}_{d2} \quad (20b)$$

其中,  $\gamma > 0$  为控制参数,当取较大值时,可以使角速度  $\omega_i$  快速跟踪中间控制变量  $\omega_{di}$ ,在设计时还要保证控制力矩在执行机构的允许范围之内. 得到  $u_i$  ( $i = 1, 2$ )后,再由式(17)计算所需要的控制力矩  $T_{c,i}$  ( $i = 1, 2$ ),进而由式(19)进行喷气的 PWM 控制.

### 3 微分平滑再定位运动轨迹设计

当  $\varepsilon \neq 0$  时可行轨迹的设计要复杂得多,本节应用微分平滑的方法进行设计. 微分平滑的概念首先由 Fliess M. [13] 提出,即对于非线性系统

$$\dot{x} = f(x, v) \quad (21)$$

其中,  $x \in R^n$ ,  $v \in R^m$ , 分别为状态和控制变量. 如果能找到输出集合  $y \in R^m$ , 可以表示为  $y = y(x, \dot{x}, \dots, u^{(p)})$ ; 并且由  $y$  及其导数可以得到  $x = x(y, \dot{y}, \dots, y^{(q)})$  和  $v = v(y, \dot{y}, \dots, y^{(q)})$ , 则系统(21)为微分平滑系统, 并称  $y$  为平滑输出.

微分平滑的概念刻画了原系统经过适当的动态扩展后可以等价于另一系统的特性. 平滑输出对于轨迹生成的问题具有重要作用,如果平滑输出  $y(t)$  已知,则可以得到相应的状态  $x$  和控制变量  $v$ . 但该方法的缺点是只对微分平滑系统有效,并且平滑输出不易找到.

对于  $\varepsilon \neq 0$  以及  $\omega \neq 0$  的非对称欠驱动卫星系统(13a)、(13b)、(15)、以及(18c),控制变量为  $v = [\omega_{d1} \ \omega_{d2}] = [\omega_1 \ \omega_2]$ , 状态变量为  $x = [w_1 \ w_2 \ z \ \omega_3]$ , 下面证明该系统具有微分平滑特性,并给出一组平滑输出. 选择如下输出函数

$$y_1 = 2\arctan(w_2/w_1) + z \quad (22a)$$

$$y_2 = z \quad (22b)$$

$$y_3 = \omega_3 \quad (22c)$$

对(22a)进行求导,得到

$$\dot{y}_1(1 - |w|^2)(\dot{y}_2 - \dot{y}_3)/|w|^2 - 2\dot{y}_3 + \dot{y}_2 \Leftrightarrow |w|^2 = (\dot{y}_2 - \dot{y}_3)/(\dot{y}_1 + \dot{y}_3) \quad (23)$$

同时结合(22),可以得到

$$w_1 = \sqrt{\frac{\dot{y}_2 - \dot{y}_3}{\dot{y}_1 + \dot{y}_3}} \cos\left(\frac{y_1 - y_2}{2}\right) \quad (24a)$$

$$w_2 = \sqrt{\frac{\dot{y}_2 - \dot{y}_3}{\dot{y}_1 + \dot{y}_3}} \sin\left(\frac{y_1 - y_2}{2}\right) \quad (24b)$$

$$z = y_2, \omega_3 = y_3 \quad (24c)$$

因此,状态变量满足  $x = x(y, \dot{y}, \dots, y^{(q)})$ . 同时,卫星动力学方程(13)和(15)可以写为

$$\begin{bmatrix} \dot{w}_1 \\ \dot{w}_2 \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/2(1+w_1^2-w_2^2) & w_1 w_2 \\ w_1 w_2 & 1/2(1-w_1^2+w_2^2) \\ -w_2 & w_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_2 \\ -w_1 \\ 1 \end{bmatrix} \omega_3 = F_1(w) \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{bmatrix} + F_2(w) \omega_3 \quad (25)$$

其中,  $\dot{w}_1$ 、 $\dot{w}_2$  和  $\dot{z}$  由(24a)、(24b)和(24c)分别求导得到,为  $y_1$ 、 $y_2$ 、 $y_3$  及其导数的函数,当  $y_1$ 、 $y_2$ 、 $y_3$ 、 $w_1$ 、 $w_2$  及其导数已知后,可以得到控制变量为

$$\begin{bmatrix} \omega_{d1} \\ \omega_{d2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{bmatrix} = (F_1^T F_1)^{-1} F_1^T \left( \begin{bmatrix} \dot{w}_1 \\ \dot{w}_2 \\ \dot{z} \end{bmatrix} - F_2 y_3 \right) = \frac{4}{(1+w_1^2+w_2^2)^2} \times \begin{bmatrix} 1/2(1+w_1^2-w_2^2) & w_1 w_2 \\ w_1 w_2 & 1/2(1-w_1^2+w_2^2) \\ -w_2 & w_1 \end{bmatrix}^T \left( \begin{bmatrix} \dot{w}_1 \\ \dot{w}_2 \\ \dot{z} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} w_2 \\ -w_1 \\ 1 \end{bmatrix} y_3 \right) \quad (26)$$

从而控制变量也满足  $v = v(y, \dot{y}, \dots, y^{(q)})$ , 因此欠驱动卫星系统(13)、(15)、以及(18c)为微分平滑,输出函数  $y_i$  ( $i = 1, 2, 3$ )为平滑输出. 此时,可行的再定位轨迹设计,便可以根据初始姿态  $[w_{10} \ w_{20} \ z_0 \ \omega_{30}]$ 、目标姿态  $[w_{1f} \ w_{2f} \ z_f \ \omega_{3f}]$  及控制时间  $t_f$ ,生成中间状态  $[w_{1k} \ w_{2k} \ z_k \ \omega_{3k}]$ , 其中  $k = 1, 2, \dots, l$ , 并且满足平滑输出  $y_i(t_k)$ , 其中  $i = 1, 2, 3$ . 可以选择适合的平滑基函数  $\phi_j(t_k)$ , 其中  $j = 1, 2, \dots, N$ , 来计算  $y_i(t_k)$ , 即

$$y_i(t_0) = \sum_{j=1}^N a_{ij} \phi_j(t_0), y_i(t_f) = \sum_{j=1}^N a_{ij} \phi_j(t_f),$$

$$y_i(t_k) = \sum_{j=1}^N a_{ij} \phi_j(t_k), i = 1, 2, 3 \quad (27)$$

其中,  $a_{ij}$  为待求系数. 当得到平滑输出  $y_i(t_k)$  后,便可以由式(24)计算状态变量,进一步由式(26)得到控制变量,即再定位控制轨迹. 采用勒让德多项式作为平滑基函数,  $k$  阶勒让德多项式为

$$P_r(x) = \sum_{k=0}^K (-1)^k \frac{(2r-2k)!}{2^k k! (r-k)! (r-2k)!} x^{r-2k} \quad (28)$$

其中,  $K = r/2$  或  $K = (r-1)/2$ , 为整数. 式(28)在

区间  $x \in [-1, 1]$  上为规范化勒让德多项式,由其正交性质可知此时  $\{P_1(x), P_2(x), \dots, P_r(x)\}$  构成了简明的标准正交基. 因此,定义

$$x = t^* = -1 + 2(t - t_0)/(t_f - t_0) \quad (29)$$

选取前四个勒让德多项式作为基函数,即

$$\begin{aligned} \phi_1(x) &= 1, \phi_2(x) = x, \phi_3(x) = 1/2(3x^2 - 1), \\ \phi_4(x) &= 1/2(5x^3 - 3x) \end{aligned} \quad (30)$$

将基函数(30)代入式(27),根据初始姿态和再定位目标姿态得到待求系数  $a_{ij}$  后,便可以对应不同的时间点  $t_k$  计算输出函数  $y_i(t_k)$ ,进而得到相应的状态量,以及整个再定位控制的控制输入轨迹  $\omega_{d1}$  和  $\omega_{d2}$ .

### 4 仿真结果及分析

结合某在研微小卫星对本文方法进行验证,惯量矩阵为  $I = \text{diag}([1.05 \ 1.15 \ 0.9]) \text{kgm}^2$ ,微型喷气系统推力为  $0.05N$ ,对应于  $x, y$  和  $z$  轴上的3对喷嘴力臂分别为  $\pm 0.21\text{m}$ 、 $\pm 0.18\text{m}$  和  $\pm 0.15\text{m}$ . 假设  $z$  轴的一对喷嘴失效而仅仅使用  $x$  和  $y$  轴的喷气进行欠驱动控制,控制周期为  $T = 0.5\text{s}$ ,最小脉冲宽度  $\tau = 0.05\text{s}$ .

卫星初始姿态为  $[w_{10} \ w_{20} \ z_0] = [1 \ -1 \ 0]$ ,初始角速度为  $[\omega_{01} \ \omega_{20} \ \omega_{30}] = [0 \ 0 \ -0.1] \text{rad/s}$ ;再定位后目标姿态为  $[w_{1f} \ w_{2f} \ z_f] = [0 \ 1 \ 7.8]$ ,角速度为  $[\omega_{1f} \ \omega_{2f} \ \omega_{3f}] = [0 \ 0 \ 0.001] \text{rad/s}$ ,控制时间为  $100\text{s}$ . 则计算运动轨迹的平滑输出,式(27)待求系数  $a_{ij} (i=1,2,3; j=1,2,3,4)$  为

$$a_{ij} = \begin{bmatrix} 5.515 & 6.998 & -0.842 & -0.754 \\ 3.050 & 5.165 & 0.842 & -1.273 \\ -0.049 & 0.061 & 0.008 & -0.010 \end{bmatrix}$$

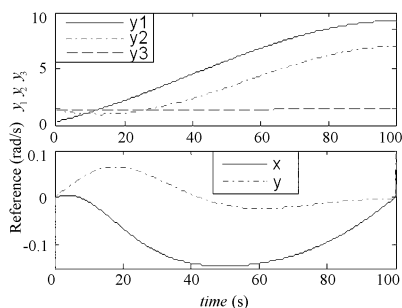
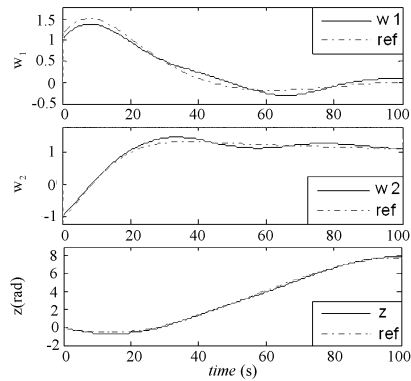


图2 平滑输出和控制量

Fig. 2 Flat outputs and control parameter

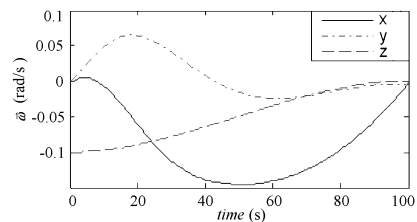
平滑输出  $y_i(t_k)$  以及控制输入  $\omega_{d1}, \omega_{d2}$  的结果如图2所示. 采用再定位跟踪控制律(20),控制参数  $\gamma$  取  $12.4$ ,姿态运动结果如图3所示,再定位控

制中式(17)的控制量  $u_i$  和所需要的喷气力矩如图4所示,整个再定位控制过程中四个喷嘴的累计喷气时间为  $57.8\text{s}$ . 可以看出本文的方法,可以对非对称卫星,以及  $\omega_3 \neq 0$  时进行有效的再定位控制. 对于  $x$  或者  $y$  轴失效的情况,同  $z$  轴失效情况,其运动学方程先绕失效轴旋转角度,然后再作一次垂直旋转,可以做类似处理.



(3a) 再定位过程中姿态变化

(3a) The attitude history during reorientation



(3b) 再定位过程中角速率变化

(3b) The angular velocities history during reorientation

图3 再定位控制结果

Fig. 3 The result of attitude reorientation control

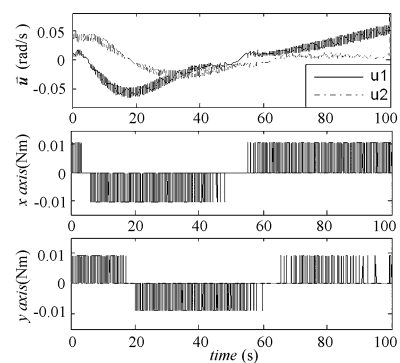


图4 再定位控制的控制量和喷气力矩

Fig. 4 The control variable and thrusters moment

### 5 结语

本文应用  $(w, z)$  参数化,针对非对称的欠驱动卫星姿态再定位控制进行了研究,并采用 PWM 微

型喷气系统进行仿真,表明了其效性.  $(w, z)$  通过两次垂直的旋转来表示卫星姿态,弥补了欧拉角(三次旋转)和四元数(一次旋转),有其独特的优点,  $w$  和  $z$  参数描述的运动学方程相互解耦,给欠驱动控制应用带来了极大方便,不仅在卫星控制,而且在其它领域也有潜在的应用价值.

### 参 考 文 献

- 1 Andriano V. Global feedback stabilization of the angular velocity of a symmetric rigid body. *Systems and Control Letters*, 1993, 20(5): 361 ~ 364
- 2 戈新生, 陈立群, 刘延柱. 欠驱动刚体航天器姿态运动规划遗传算法. *动力学与控制学报*, 2004, 2(2): 53 ~ 57 (Ge Xinsheng, Chen Liqun, Liu Yanzhu. A genetic algorithm for the attitude motion planning of the underactuated rigid spacecraft. *Journal of Dynamics and Control*, 2004, 2(2): 53 ~ 57 (in Chinese))
- 3 郑敏捷, 徐世杰. 欠驱动航天器姿态控制系统的退步控制设计方法. *宇航学报*, 2006, 27(5): 947 ~ 951 (Zheng Minjie, Xu Shijie. Backstepping control for attitude control system of an underactuated spacecraft. *Journal of Astronautics*, 2006, 27(5): 947 ~ 951 (in Chinese))
- 4 Shuster M D. A survey of attitude representations. *Journal of the Astronautical Sciences*, 1993, 41(4): 437 ~ 517
- 5 John L, Crassidis F, Landis Markley. Unscented Filtering for Spacecraft Attitude Estimation. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2003, 26(4): 536 ~ 542
- 6 Tsiotras P, Longuski J M. A new parameterization of the attitude kinematics. *Journal of the Astronautical Sciences*, 1995, 43(3): 243 ~ 262
- 7 Tsiotras P, M Corless, Longuski M. A novel approach for the attitude control of an axisymmetric spacecraft subject to two control torques. *Automatica*, 1995, 31(8): 1099 ~ 1112
- 8 Tsiotras P, Luo Jihao. Control of underactuated spacecraft with bounded inputs. *Automatica*, 2000, 36(1): 1153 ~ 1169
- 9 Behal A, Dawson D, Zergeroglu E, Fang Y. Nonlinear Tracking Control of an Underactuated Spacecraft. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2002, 25(5): 979 ~ 985
- 10 Fliess M, Levine J, Martin P, Rouchon P. Flatness and defect of nonlinear systems; Introductory theory and examples. *International Journal of Control*, 1995, 61(9): 1327 ~ 1361

## THE ATTITUDE REORIENTATION OF UNDERACTUATED MICRO-SATELLITE USING THRUSTERS BASED ON $(w, z)$ PARAMETRIZATION

Liu Haiying<sup>1,2</sup> Wang Huinan<sup>1</sup> Chen Zhiming<sup>1</sup> Ye Weisong<sup>2</sup>

(1. College of Automation, NUA, Nanjing 210016, China) (2. Academy of Frontier Science, NUA, Nanjing 210016, China)

**Abstract** The  $(w, z)$  parametrization is a new attitude describing method, which describes the satellite attitude using two perpendicular rotations. The kinematics equations expressed by  $w$  and  $z$  parameters can be decomposed from each other in favor of controlling respectively. Firstly the  $(w, z)$  parameters were deduced and based on it the kinematics and dynamics model were established, then aiming at the attitude reorientation control of non-symmetry satellite under actuator failure, the feasible trajectory using differential flatness method as well as the corresponding controllers were designed. The effectiveness of the proposed method was illustrated by simulation tests using thrusters system which was based on pulse width modulation (PWM) technology.

**Key words**  $(w, z)$  parametrization, underactuated, PWM thrusters, differential flatness, reorientation