

一类互联机器人系统的鲁棒分散跟踪控制

郑柏超 王银河

(汕头大学数学系, 汕头 515063)

摘要 研究互联机器人系统在受到模型不确定性和外部干扰情况下的鲁棒轨迹跟踪问题. 针对系统中存在的不确定动力学问题, 在不确定项的连续界函数已知的情况下, 基于 Lyapunov 设计方法提出一种鲁棒分散控制器的设计方法, 实现互联机器人系统位置和速度的渐近跟踪. 仿真算例表明了该方法的有效性.

关键词 机器人系统, 分散控制, 鲁棒跟踪控制, 组合系统

引言

最近十多年来, 关于机器人控制方法的研究已经取得了很多的成果. 鲁棒控制由于能够克服各种不确定性对系统的不良影响, 更加受到重视. 文献[1]在假设重力干扰项有界的情况下, 结合了横截函数方法, 积分器 backstepping 和 Lyapunov 重设计技术, 为在不确定曲面上运动的非完整轮式移动机器人设计了鲁棒实际镇定控制律, 文献[2]针对一种特殊的机器人系统, 设计了一种鲁棒控制器对影响系统的模型不精确项或外部干扰项起到了很好的抑制作用. 文献[3]将关节子系统的动力学模型分解为人工标称模型和非线性时变不确定模型, 分别设计相应的标称控制器和鲁棒补偿器, 有效地抑制了参数不确定和关节间非线性耦合等因素的影响, 实现了鲁棒跟踪. 对于带有参数不确定性的受限机器人, 文献[6]提供了一种较好的鲁棒控制方法. 文献[7]为实现对机器人系统的路径跟踪控制提供了一种实用效果很好的鲁棒 PID 控制策略.

值得注意的是这些成果大多没有考虑机器人系统的互联作用的影响, 采用的控制方法也多是集中控制. 随着工程技术水平的不断提高, 互联机器人系统的研究也是一个重要的研究课题之一. 对于互联系统的控制策略主要有集中控制和分散控制^[8], 分散控制由于不需要系统的全部模型信息, 便于故障检测和排除, 以及控制结构简单等一系列的优点, 使其在互联系统的研究中占有十分重要的地位^[4].

本文考虑互联机器人的轨迹跟踪控制问题,

并且着重考虑互联项对控制设计的影响. 基于 Lyapunov 控制器设计理论, 为互联机器人系统设计了一种鲁棒分散非光滑控制器, 这种控制器能够保证机器人系统的广义位置跟踪误差与广义速度跟踪误差渐近收敛到零.

1 互联机器人系统的描述及其结构特征

考虑如下由 N 个 n 阶子系统互联而成的组合机器人系统

$$D_i(q_i)\ddot{q}_i + C_i(q_i, \dot{q}_i)\dot{q}_i + g_i(q_i) + \Delta f_i(q_i, \dot{q}_i) = \tau_i + \xi_i(t) + \phi_i(q, \dot{q}, t) \quad i=1, 2, \dots, N \quad (1)$$

其中: $q_i, \dot{q}_i \in R^n$ 为第 i 个子系统的状态向量, 分别表示第 i 个机器人系统各关节的广义位置向量和广义速度向量, $\tau_i \in R^n, \xi_i = (\xi_i^1, \xi_i^2, \dots, \xi_i^n)^T, \phi_i(q, \dot{q}, t), D_i(q_i) \in R^{n \times n}, C_i(q_i, \dot{q}_i) \in R^{n \times n}, g_i(q_i) \in R^n, \Delta f_i(q_i, \dot{q}_i)$ 分别为第 i 个子系统广义驱动力矩向量、外界干扰或不确定项、互联项、惯性矩阵、哥氏力和离心力的非线性耦合阵、重力向量、模型不确定项. 记 $q = (q_1^T, q_2^T, \dots, q_N^T)^T, \dot{q} = (\dot{q}_1^T, \dot{q}_2^T, \dots, \dot{q}_N^T)^T$.

为了导出本文的控制策略, 首先需作如下假设:

假设 1 $\|\xi_i(t)\| \leq \bar{\xi}_i(t), \bar{\xi}_i$ 为已知的非负连续函数, $(i=1, 2, \dots, N)$.

假设 2 系统的互联项 $\phi_i(q, \dot{q}, t) = \sum_{j=1, j \neq i}^N \phi_i^j(q_i, \dot{q}_i, q_j, \dot{q}_j, t)$, 并且 $\phi_i(0, 0, t) = 0$, 满足 $\|\phi_i^j\| \leq d_i^j \|S_j\| + \delta_i^j$, 其中 d_i^j, δ_i^j 为已知正常数, S_j 为下文构造的辅助信号, $(j=1, 2, \dots, N, i=1, 2, \dots, N)$.

假设 3 $\|\Delta f_i(q_i, \dot{q}_i)\| \leq \Delta \bar{f}_i(q_i, \dot{q}_i), \Delta \bar{f}_i$

(q_i, \dot{q}_i) 为已知非负连续函数, $(i=1, 2, \dots, N)$.

假设 4 给定的机器人期望轨迹 $q_{id} = q_{id}(t)$ 及其导数 $\dot{q}_{id}, \ddot{q}_{id}$ 一致有界, $(i=1, 2, \dots, N)$.

注 1: 上述 $\|\cdot\|$ 均表示 R^n 上的欧氏向量范数.

另外, 在本文的推导证明中需要用到机器人系统如下结构特性:

特性 1 对称正定性: 对于任意的 q_i , 惯性矩阵 $D_i(q_i)$ 是对称正定的, $(i=1, 2, \dots, N)$.

特性 2 反对称性: 对于任意的 q_i, \dot{q}_i 矩阵函数 $\dot{D}_i(q_i) - 2H_i(q_i, \dot{q}_i)$ 是反对称的. $(i=1, 2, \dots, N)$.

本文的控制目标是: 针对不确定性互联机器人系统(1), 在期望轨迹及其导数一致有界的条件下, 设计一个分散鲁棒跟踪控制器, 实现闭环系统的跟踪误差渐近收敛到零.

2 鲁棒分散控制器的设计

对于互联机器人系统, 首先进行如下的非线性动力学补偿

$$\tau_i = u_i + D_i(q_i)\ddot{q}_{id} + H_i(q_i, \dot{q}_i)\dot{q}_{id} + G_i(q_i) \quad (2)$$

将上式 τ_i 代入系统模型(1)后得到互联机器人系统的跟踪误差模型系统:

$$D_i\ddot{e}_i + H_i\dot{e}_i + \Delta f_i = u_i + \xi_i + \phi_i \quad (3)$$

其中 $e_i = q_i - q_{id}$ 表示系统第 i 个子系统的跟踪误差向量. 构造辅助信号 $S_i = \dot{e}_i + \eta_i e_i$, 其中 $\eta_i = \text{diag}(\eta_i^1, \eta_i^2, \dots, \eta_i^n)$ 为对角正定矩阵.

针对系统(1)提出如下的鲁棒分散控制器:

$$u_i = u_i^a + u_i^b + u_i^c + u_i^d + u_i^e \quad (4a)$$

其中

$$u_i^a = -S_i \sum_{j=1, j \neq i}^N \frac{(d_j^i)^2 + N}{2} \quad (4b)$$

$$u_i^b = \begin{cases} -\frac{S_i}{\|S_i\|} \bar{\xi}_i & S_i \neq 0 \\ 0 & S_i = 0 \end{cases} \quad (4c)$$

$$u_i^c = -(H_i \eta_i e_i + D_i \eta_i \dot{e}_i) \quad (4d)$$

$$u_i^d = \begin{cases} -\frac{S_i}{\|S_i\|} \Delta \bar{f}_i(q_i, \dot{q}_i) & S_i \neq 0 \\ 0 & S_i = 0 \end{cases} \quad (4e)$$

$$u_i^e = \begin{cases} -\frac{S_i}{\|S_i\|} \left(\sum_{j=1, j \neq i}^N \delta_j^i \right) & S_i \neq 0 \\ 0 & S_i = 0 \end{cases} \quad (4f)$$

根据控制器(4)我们得到下面的定理.

定理 1 考虑系统(1), 如果假设 1 至 4 成立, 则非线性动力学补偿(2)与鲁棒分散控制器(4)的共同作用下, 最终实现闭环系统全局渐近轨迹跟踪控制.

证明: 考虑正定函数 $V = \sum_{i=1}^N V_i = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} S_i^T D_i S_i$, V 沿系统(3)与非线性动力学补偿(2)以及控制器(4)构成的闭环系统的时间导数为:

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^N \dot{V}_i = \sum_{i=1}^N \left\{ \frac{1}{2} S_i^T \dot{D}_i S_i + S_i^T D_i \dot{S}_i \right\} = \sum_{i=1}^N \left\{ S_i^T (u_i + \xi_i + \phi_i - \Delta f_i) + S_i^T H_i \eta_i e_i + \frac{1}{2} S_i^T (\dot{D}_i - 2H_i) S_i \right\} \quad (5)$$

由机器人系统的特性 2 知 $\frac{1}{2} S_i^T (\dot{D}_i - 2H_i) S_i = 0$, 所以

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^N \left\{ S_i^T (u_i + \xi_i - \Delta f_i) + S_i^T H_i \eta_i e_i + S_i^T D_i \eta_i \dot{e}_i + S_i^T \phi_i \right\} \quad (6)$$

利用假设 2 及常用不等式 $ab \leq \frac{a^2 + b^2}{2}$ 可得

$$S_i^T \phi_i \leq \|S_i^T \phi_i\| \leq \|S_i\| \|\phi_i\| \leq \sum_{j=1, j \neq i}^N \left(\frac{(d_j^i)^2}{2} + \frac{\|S_j\|^2}{2} + \delta_j^i \|S_i\| \right) \quad (7)$$

结合式(6)与式(7)并注意等式 $\sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N \frac{\|S_j\|^2}{2} = \sum_{i=1}^N \frac{(N-1) \|S_i\|^2}{2}$, 则

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq \sum_{i=1}^N \left\{ S_i^T (u_i + \xi_i - \Delta f_i + H_i \eta_i e_i + D_i \eta_i \dot{e}_i) + \|S_i\|^2 \sum_{j=1, j \neq i}^N \frac{(d_j^i)^2}{2} + \frac{(N-1) \|S_i\|^2}{2} + \sum_{j=1, j \neq i}^N \delta_j^i \|S_i\| \right\} = \\ &\sum_{i=1}^N \left\{ S_i^T u_i^a + \|S_i\|^2 \left(\sum_{j=1, j \neq i}^N \frac{(d_j^i)^2}{2} + \frac{N-1}{2} \right) + S_i^T (u_i^b + \xi_i) + S_i^T (u_i^c + H_i \eta_i e_i + D_i \eta_i \dot{e}_i) + S_i^T (u_i^d - \Delta f_i) + S_i^T u_i^e + \sum_{j=1, j \neq i}^N \delta_j^i \|S_i\| \right\} \quad (8) \end{aligned}$$

由设计的控制器(4b)可以得到

$$S_i^T u_i^a + \|S_i\|^2 \left(\sum_{j=1, j \neq i}^N \frac{(d_j^i)^2}{2} + \frac{N-1}{2} \right) = -\frac{1}{2} \|S_i\|^2. \quad (9)$$

根据控制器式(4c)得到

$$S_i^T (u_i^b + \xi_i) = \begin{cases} -\|S_i\| \bar{\xi}_i + S_i^T \bar{\xi}_i & S_i \neq 0 \\ 0 & S_i = 0 \end{cases} \leq 0. \quad (10)$$

根据控制器式(4d)可以得到

$$S_i^T (u_i^c + H_i \eta_i e_i + D_i \eta_i \dot{e}_i) = 0 \quad (11)$$

根据控制器式(4e)可以得到

$$S_i^T(u_i^d - \Delta f_i) = \begin{cases} -\|S_i\| \Delta \bar{f}_i + S_i^T \Delta f_i & S_i \neq 0 \\ 0 & S_i = 0 \end{cases} \leq 0. \quad (12)$$

根据控制器式(4f)可以得到

$$S_i^T u_i^c + \sum_{j=1, j \neq i}^N \delta_j^i \|S_j\| = 0. \quad (13)$$

根据式(8) - (13)证得 $\dot{V} \leq -\sum_{i=1}^N \frac{1}{2} S_i^T S_i < 0$. 证毕.

注2:上述设计的控制器 u_i^b, u_i^d, u_i^e 均采用‘bang-bang’型设计,容易引起颤震现象.在实际应用中一般采用饱和函数的办法来削弱颤震对系统的不良影响(如文献[5]).另外,尽管由于颤震的存在使得本文所得的结果对于高精度操作机械手难于适用,这有待于以后进一步的研究,但对于由多个连杆通过转动或移动关节连接而成的刚性机器人系统运用本文的控制方法能够取得较好的适用效果.本文控制器可行的原因在于,当 $S_i = 0$ 意味着 $\dot{e} + \eta_i e_i = 0$, 所以 $e_i \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0, \dot{e}_i \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0$, 实现了互联机器人的广义位置向量与广义速度向量的渐近跟踪.

3 仿真算法

考虑如下互联机器人系统^[9]:

$$\begin{aligned} \ddot{q}_1 + \sin q_1 + l_1 \cos q_1 &= \tau_1 + 3 \sin \pi t - 0.1 \dot{q}_2 \\ \ddot{q}_2 + \sin q_2 + l_2 \cos q_2 &= \tau_2 + 2 \sin \pi t - 0.1 \dot{q}_1 \end{aligned} \quad (14)$$

其中 l_1, l_2 为不确定参数,取值范围为 $[-6, 6]$. 期望跟踪的轨迹为

$$\begin{aligned} q_{1d} &= 2 \sin \pi t, & \dot{q}_{1d} &= 2 \pi \cos \pi t, \\ q_{2d} &= \cos \pi t, & \dot{q}_{2d} &= -\pi \sin \pi t \end{aligned} \quad (15)$$

取初始状态为

$$q_1(0) = -1.5, q_2(0) = 3, \dot{q}_1(0) = -3, \dot{q}_2(0) = -4.$$

其它参量取为 $\eta_1 = 1, \eta_2 = 2, \bar{\xi}_1 = 3, \bar{\xi}_2 = 2, \Delta \bar{f}_1 = 6, \Delta \bar{f}_2 = 6, (d_1^2)^2 = 0.2, (d_2^2)^2 = 0.2, \delta_1^2 = 0.1 \| \pi \sin(\pi t) \| + 0.5, \delta_2^2 = 0.1 \| 2\pi \cos \pi t \| + 0.4$. 则根据本文控制器的设计方法设计如下的控制器:

1) 非线性补偿部分:

$$\tau_1 = \ddot{q}_{1d} + \sin q_1 + u_1, \quad \tau_2 = \ddot{q}_{2d} + \sin q_2 + u_2$$

2) 鲁棒分散控制器部分:

$$u_1^a = -1.1 S_1$$

$$u_1^b = \begin{cases} -\frac{S_1}{\|S_1\|} 3 & S_1 \neq 0 \\ 0 & S_1 = 0 \end{cases}$$

$$u_1^c = -\dot{e}_1$$

$$u_1^d = \begin{cases} -\frac{S_1}{\|S_1\|} 6 & S_1 \neq 0 \\ 0 & S_1 = 0 \end{cases}$$

$$u_1^e = \begin{cases} \frac{-S_1}{\|S_1\|} (0.1 \| \pi \sin(\pi t) \| + 0.5)^2 & S_1 \neq 0 \\ 0 & S_1 = 0 \end{cases}$$

$$u_2^a = -1.1 S_2$$

$$u_2^b = \begin{cases} -\frac{S_2}{\|S_2\|} 2 & S_2 \neq 0 \\ 0 & S_2 = 0 \end{cases}$$

$$u_2^c = -\dot{e}_2$$

$$u_2^d = \begin{cases} -\frac{S_2}{\|S_2\|} 6 & S_2 \neq 0 \\ 0 & S_2 = 0 \end{cases}$$

$$u_2^e = \begin{cases} \frac{-S_2}{\|S_2\|} (0.1 \| 2\pi \cos \pi t \| + 0.4)^2 & S_2 \neq 0 \\ 0 & S_2 = 0 \end{cases}$$

利用 Matlab 进行仿真有如下的效果.

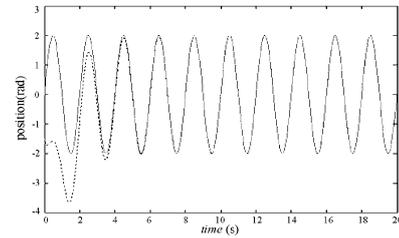


图1 q_1 的跟踪轨迹曲线

Fig. 1 The tracking trajectory of q_1

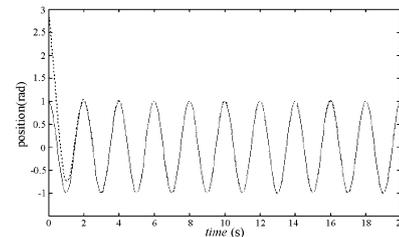


图2 q_2 的跟踪轨迹曲线

Fig. 2 The tracking trajectory of q_2

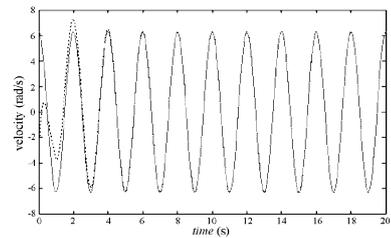


图3 \dot{q}_1 的跟踪轨迹曲线

Fig. 3 The tracking trajectory of \dot{q}_1

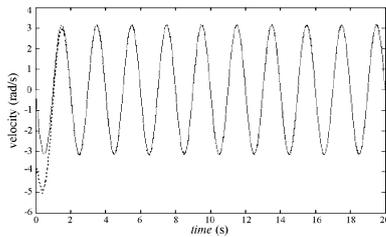


图4 \dot{q}_2 的跟踪轨迹曲线

Fig. 4 The tracking trajectory of \dot{q}_2

其中,图中虚线表示互联机器人系统各关节的状态,实线表示的是期望跟踪的轨迹,从图中可以看出,在存在较大的初始误差的情况下,本文设计的控制器能够很好的克服模型不确定性和外界扰动对系统的影响,做到快速有效的跟踪期望的轨迹。

4 结语

本文提出一种适用于互联机器人系统的鲁棒分散跟踪控制器,该控制器能够很好地补偿由模型不确定性与外界扰动对系统产生的不良影响,是一种行之有效的控制算法,并具有一定的实用性。最后的仿真算例验证了本文设计的控制器能够保证系统的位置向量和速度向量渐近稳定跟踪控制目标。

参 考 文 献

- 1 祝晓才,董国华,蔡自兴等. 不确定曲面上非完整移动机器人的鲁棒镇定. 动力学与控制学报,2006,4(4):299~307(Zhu Xiaocai, Dong Guohua, Cai Zixing, et al. Robust
- 2 周云龙,徐心和. 双足机器人的鲁棒控制. 机器人,2004,26(4):357~360(Zhou Yunlong, Xu Xinhe. Robust control of biped robot. *Robot*,2004,26(4):357~360(in Chinese))
- 3 石宗英,钟宜生,徐文立. 参数不确定机器人分散鲁棒跟踪控制. 控制与决策,2004,19(7):759~763(Shi Zongying, Zhong Yisheng, Xu Wenli. Decentralized robust tracking control for robots with uncertain parameters. *Control and Decision*,2004,19(7):759~763(in Chinese))
- 4 谢明江,代颖,施颂椒. 机器人鲁棒控制研究进展. 机器人,2000,22(1):73~79(Xie Mingjiang, Dai Ying, Shi Songjiao. Survey of robust control for robots. *Robot*,2000,22(1):73~79(in Chinese))
- 5 Recep Burkan, Ibrahim Uzman. Upper bounding estimation for robustness to the parameter uncertainty in trajectory control of robot arm. *Robotics and Autonomous Systems*,2003,45(2):99~110
- 6 F. Mnif, E. K. Boukas, M. Saad. Robust control for constrained robot manipulators. *Journal of Dynamics Systems, Measurement and Control*,1999,121(11):129~133
- 7 Julio E. Normey-Rico, Ismael Alcalá, Juan Gómez-Ortega, et al. Mobile robot path tracking using a robust PID controller. *Control Engineering Practice*,2001,9(11):1209~1214
- 8 王银河. 复杂相似控制系统的结构分析与鲁棒控制器设计. 呼和浩特:内蒙古人民出版社,2001(Wang Yinhe. Structure analysis and robust controller design of similar complex control systems. Hohhot: Inner Mongolia People's Press,2001(in Chinese))

DECENTRALIZED ROBUST TRACKING CONTROL FOR A CLASS OF INTERCONNECTED ROBOT SYSTEMS

Zheng Bochao Wang Yinhe

(Department of Mathematics, Shantou University, Shantou 515063, China)

Abstract The robust trajectory tracking strategies for a class of interconnected robot systems with uncertainties were investigated. Based on the continuous known bounded functions of uncertainties and Lyapunov method, the decentralized robust controllers were proposed. The controllers can guarantee that the position vectors and velocity vectors of interconnected robot systems can track the given trajectory asymptotically. The simulation results verify the method.

Key words robot system, decentralized control, robust tracking control, composite system

Received 8 May 2007, revised 30 June 2007.