

基于 Hilbert-Huang 变换的框架结构 非线性地震响应分析*

易伟建 段素萍

(湖南大学土木工程学院,长沙 410082)

摘要 利用 HHT 方法分析多自由度框架结构地震作用下的动力响应. 分析结果显示: 由于多自由度结构地震响应所含频率成分复杂, 用 HHT 方法难以直接得到多自由度结构地震作用下的非线性时变特征. 考虑到多自由度结构大多以低阶振型为主, 本文以结构一阶振型为例, 引入等效单自由度来分析多自由度结构的动力特征. 结果表明, 利用等效单自由度结构的瞬时卓越频率可以得到多自由度结构刚度的时变动力特征.

关键词 Hilbert-Huang 变换, 等效单自由度, 非线性, 时变, 地震响应

引言

在随机地震荷载作用下, 结构表现出非线性滞回特性. 研究随机地震下结构的非线性动力响应是进行结构可靠性评估的重要步骤. 基于信号分析的诊断方法可直接通过分析结构在动力荷载作用下的响应来得到结构的动力特性. 近年来提出的希尔伯特-黄变换 (Hilbert-Huang Transform, 简称 HHT) 方法是一种全新的信号处理方法, 对于处理非线性、非平稳信号有清晰的物理意义, 能够得到信号的振幅-时间-频率分布特征, 且具有自适应性^[1]. 经验模态分解法 (Empirical Mode Decomposition, 简称 EMD) 是 HHT 理论的重要组成部分, N. E. Huang 等人在研究非线性问题和希尔伯特变换时提出, 利用 EMD 分解法将信号分解成有限个固有模态函数 (Intrinsic Mode Function, 简称 IMF) 分量, 之后利用 Hilbert 变换法进行信号分析, 既能使信号分解具有唯一性, 又能在时域和频域中同时具有良好的局部化性质^[2].

该方法一经提出, 便迅速在各个领域得到了广泛的应用, 如海洋科学、地球物理科学、医疗科学、桥梁非破损检测等等^[3]. 该方法在土木工程中的应用主要有: Yang 等人用于损伤检测及系统识别, 用 EMD 方法和 Hilbert 变换成功识别了冲击荷载激励下线性结构的参数^[4,6]. 陈隽等将 HHT 应用于具有密集模态的线性结构阻尼识别^[7]; 续秀忠等将其用于环境激励下线性结构的参数识别^[8]. Feldman 应用 Hilbert 变换对非线性单自由度结构系统识别进行了研究, 通过对结构

自由振动衰减响应进行 Hilbert 变换构造解析信号, 获得了结构瞬时特征参数的估计公式, 并进而识别了非线性结构的类型^[9]. 公茂盛等把该方法应用在强震资料分析中, 利用 Hilbert 谱来分析结构在地震作用下结构特性的变化规律^[10]. 而关于结构时变参数识别, 邹经湘等对国内外研究进展做了较详细的评述, 并指出了这一工作的理论与实际意义, 同时也指出: 目前在国内外结构时变参数识别研究还处于刚起步的阶段, 需要作的工作还有很多^[11].

所谓参数时变特性是指: 当输入地震动强度随时间变化时, 建筑物的各种固有特性不再像线性系统那样保持固定不变, 而成为随时间变化的参数; 李贵青等给出的定义为: 随着时间的推移, 结构性能受环境及长期荷载的影响将发生缓慢变化, 一般表现为结构的强度、刚度的衰减^[12]. 本文研究的问题是针对前一种定义, 在地震动作用下, 结构的参数不是缓慢的变化, 而是快速的变化. 基于 HHT 方法可以得到结构的瞬时参数特征, 因此本文将该方法应用于结构地震响应信号处理中, 运用系统识别方法来分析结构在地震作用下参数的时变特征. 研究强震过程中建筑物参数的时变特性, 对于观察参数随输入荷载的强度而变化的规律和根据强震记录评估建筑物的抗震能力, 具有重要的意义.

1 Hilbert-Huang 变换理论

Hilbert-Huang 变换由经验模态分解 EMD 和 Hilbert 变换两部分组成. EMD 是 HHT 方法的核心

部分. EMD 能把非平稳、非线性信号分解成有限个固有模态函数 IMF 之和. 得到的 IMF 需要满足以下两个条件:

(1) 在整个数据序列中, 极值点的个数和整个序列交零点的个数相等或最多差值为 1;

(2) 在数据序列的任何一点, 由数据序列局部极大值和局部极小值所定义的上包络线的均值为零^[1].

任一时间序列 $x(t)$, 经过 EMD 分解后可表示成 N 阶固有模态函数 (c_1, c_2, c_3, \dots) 和一残差 r_n 之和:

$$x(t) = \sum_{i=1}^n c_i + r_n \quad (1)$$

每一阶分量都是具有不同振幅和频率的振动模态, 第一阶模态函数的频率最高, 随着模态阶数的增加其所含的周期变长, 直到逼近一条线性的时间函数.

HHT 的另一部分则是 Hilbert 变换, 通过 Hilbert 变换来得到信号的解析信号, 从而得出瞬时频率.

对 EMD 分解得到的各阶模态函数 $c_i(t)$ 作 Hilbert 变换得到:

$$H[c_i(t)] = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{c_i(\tau)}{t - \tau} d\tau \quad (2)$$

构造解析信号:

$$z_i(t) = c_i(t) + jH[c_i(t)] = a_i(t) \exp(j\phi_i(t)) \quad (3)$$

于是得到幅值函数和相位函数分别为:

$$a_i(t) = \sqrt{c_i^2(t) + H^2[c_i(t)]} \quad (4)$$

$$\phi_i(t) = \arctan\left(\frac{H[c_i(t)]}{c_i(t)}\right) \quad (5)$$

进一步可以求出瞬时频率:

$$\omega_i(t) = \frac{d\phi_i(t)}{dt} \quad (6)$$

$$f_i(t) = \frac{\omega_i(t)}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi_i(t)}{dt} \quad (7)$$

为了使瞬时频率的定义有物理意义, Hilbert 变换只能用于单一成分的信号. 对于频率成分复杂的信号, 应先将其分解成一系列单分量信号, 再进行 Hilbert 变换, 这样得到的瞬时频率才有意义, EMD 分解正好能够满足这种要求.

根据上述求得的瞬时频率以及结构动力学知识可知, 结构的时变无阻尼自振频率及阻尼自振频率公式分别为:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k(t)}{m}} \quad (8)$$

$$f_a(t) = \frac{1}{\sqrt{1 - \zeta^2(t)}} f(t) \quad (9)$$

由此推导得体系的刚度公式为:

$$k(t) = 4\pi^2 m f_a^2(t) + \frac{c^2}{4m} \quad (10)$$

2 等效 SDOF 体系

采用上节所述 HHT 方法对多自由度结构地震响应进行分析发现, 由于多自由度结构的地震响应受输入激励地震波宽频带的影响, 其包含的频率成分比较复杂. 经 EMD 分解后得到的 IMF 频率成分并不唯一, 因此无法准确得到多自由度结构的地震震动特性. 基于多自由度剪切型框架结构在地震作用下, 结构的响应通常以低阶振型为主, 为简化分析多自由度结构的动力特性, 通常以结构一阶振型为例, 把多自由度结构简化成等效单自由度结构. 多自由度剪切型结构的各层质量, 侧移刚度, 各层的滞回特性, 在此等效的前提下, 实质就是求单自由度体系的恢复力曲线特性, 即等效质量, 等效刚度, 屈服剪力和屈服位移.

多自由度体系等效为单自由度体系的方法并不唯一, 不过其基本原则相同, 都是通过多自由度体系的动力方程进行等效. 在进行等效时, 一般都基于以下假设^[13]:

(1) 多自由度与等效单自由度的反应相关, 表明结构反应由结构的第一振型控制;

(2) 每一加载步内, 结构沿高度的变形由形状向量表示, 在本步内的反应过程中, 不管变形大小, 形状向量保持不变.

本文根据结构动力学原理, 采用振型分解法将一个多自由度体系转化为等效单自由度体系. 振型分解法引入第一振型的振型参与系数 γ_1 , 即:

$$\gamma_1 = \frac{\sum_{i=1}^n G_i x_{i1}}{\sum_{i=1}^n G_i x_{i1}^2} \quad (11)$$

由结构的第一振型响应, 可以得到多自由度体系与等效单自由度体系之间有如下关系:

$$M^* = \gamma_1^2 \sum_{i=1}^n m_i x_{i1}^2 = \gamma_1^2 \sum_{i=1}^n (G/g) x_{i1}^2 \quad (12)$$

$$K^* = 4\pi^2 M^* / T_1^2 \quad (13)$$

式中: M^* 为等效单自由度结构的等效质量; K^* 为等效刚度; γ_1 为第一阶振型的参与系数; x_{i1} 为第一阶振型 i 质点的水平相对位移; G_i 为集中于质点 i 的重力荷载代表值; m_i 为第 i 层的质量; T_1 为第一阶振型的自振周期.

由等效过程中的简化假定, 可以得出多自由度结构的位移响应与等效单自由度体系的位移响应有如下关系:

$$x^* = \frac{\{\Phi\}^T [M] \{\Phi\}}{\{\Phi\}^T [M] \{I\}} x_t \quad (14)$$

由此可见,多自由度结构的顶点位移响应与等效单自由度结构的位移响应之间仅相差一系数关系,对得到的多自由度结构的位移响应进行转化,即可按照等效单自由度结构来进行分析。

等效过程中,等效前后结构的恢复力模型是保持一致的.即等效单自由度的刚度变化可以反映原多自由度结构的层刚度变化趋势.本文基于此思路,采用 HHT 分析方法,通过分析多自由度结构响应,利用等效单自由度结构模型的参数识别来说明多自由度结构动力参数的变化趋势。

3 仿真分析

本文采用的计算模型为三层剪切型框架结构如图 1(a) 所示,结构参数为: $m_1 = m_2 = 14120\text{kg}$, $m_3 = 15810\text{kg}$, $k_1 = k_2 = 2012\text{kN/m}$, $k_3 = 1512\text{kN/m}$. 结构的恢复力模型假定为双折线型,刚度折减系数为 0.4,如图 1(b) 所示. 结构阻尼比为 0.05. 此结构的三阶自振频率依次为:0.771Hz、2.188Hz、3.331Hz. 结构地震响应分析选用 El Centro 波激励,其加速度幅值为 0.35g(指重力加速度),如图 2 所示. 结构的位移响应由 MATLAB 编程数值计算求得,得到的顶层位移响应如图 3 所示. 采用 HHT 方法分析结构的顶层位移响应,其 EMD 分解结果如图 4 所示. 对输入的地震波也进行 EMD 分解,结果如图 5 所示.

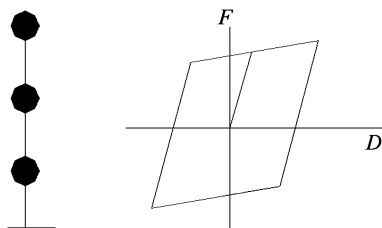


图1 (a)结构模型 (b)双线性恢复力模型

Fig.1 (a) building model (b) bi-linear restoring force model

由图 4 和图 5 可以看出,EMD 分解按照信号本身的时间尺度,把原信号分解为多个 IMF 的形式,各个 IMF 按照特征时间尺度从小到大的顺序排列,尺度与频率是密切相关的,小的尺度对应大的频率,大的尺度对应小的频率,据此对应的各个 IMF 的频率则从高到低排列.图 4、图 5 对比可知第一阶与第二阶 IMF 分别表示原信号的高频成分.由于结构的第三阶自振频率为 3.331Hz,而前两阶

IMF 所对应的频率远高于 3.331Hz,因此可以判断结构响应的高频信号是由外加地震激励所引起的。

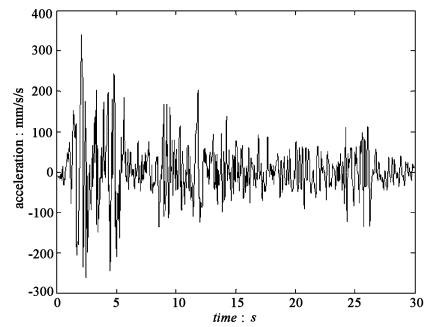


图2 El Centro 地震记录

Fig.2 the El Centro strong ground motion

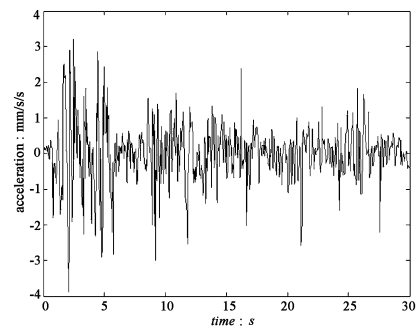


图3 结构顶层位移响应

Fig.3 Displacement responses of the 3rd story

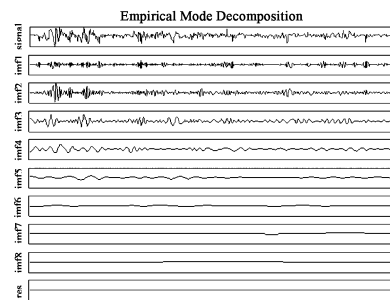


图4 顶层位移响应 EMD 分解后各分量

Fig.4 IMF components after EMD of the displacement responses of the 3rd story

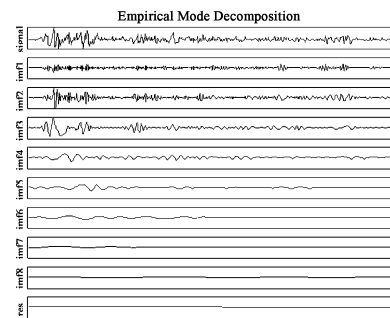


图5 El Centro 地震波 EMD 分解后各分量

Fig.5 The IMF components after EMD of the El Centro strong ground motion

为了清楚的分析结构的震动特性,对结构响应进行低通滤波,保留包含结构振动特性的低频信号,滤除高频信号然后进行分析.基于多自由度结构的振动以低阶振动为主,此处先考虑以结构一阶振动为主,故以结构一阶自振频率为截止频率进行低通滤波,对滤波后的信号进行 EMD 分解,得到的各阶 IMF 如图 6 所示.

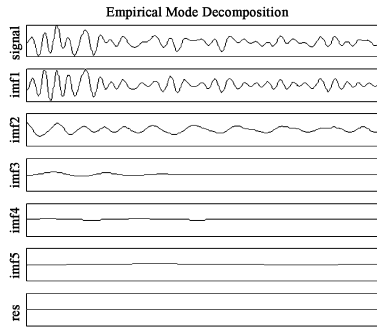


图 6 位移响应滤波后信号 EMD 分解后各分量
Fig. 6 IMF components after EMD of the displacement responses after low-pass filtering

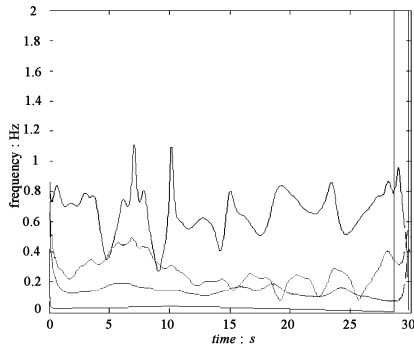


图 7 位移响应滤波后信号的瞬时频率图
Fig. 7 The instantaneous frequencies of the displacement responses after low-pass filtering

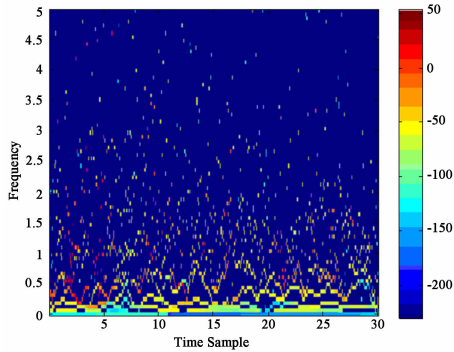


图 8 滤波后信号的 Hilbert 谱
Fig. 8 The Hilbert spectrum of the displacement responses after low-pass filtering

对图 6 中所示的各阶 IMF 进行 Hilbert 变换后,即可得到滤波后信号的瞬时频率及 Hilbert 谱图,如图

7、8 所示.由图 7、8 可以看出,滤除高频成分后信号的频率主要有两个频带,一个在结构一阶自振频率(0.8Hz)附近,另一个在 0.5Hz 附近.这两个频率所表示的具体含义对于多自由度结构而言还不是很清楚.但如果近似认为该信号是一单自由度结构的振动响应,在地震作用下的响应具有这样的特征,则可以合理的解释.因此,为了准确识别结构的动力特征,采用前面所述的等效单自由度结构来分析.

根据(11)-(13)式所列的等效过程,把此三层多自由度结构等效为单自由度体系,得到的等效参数为:等效质量: $4.153 \times 10^4 \text{ kg}$ 等效刚度: $9.75 \times 10^5 \text{ N/m}$.

假定上述滤波后信号对应的结构模型为该等效单自由度结构,由滤波后信号的 EMD 分解图虽然可以看出结构振动以前两阶 IMF 为主,对应的瞬时频率图可以清楚的得知结构任意时刻存在的频率成分.由 Hilbert 谱图可以看出结构的振动频率主要集中在二阶自振频率和 0.5Hz 处,但该图无法准确得到能反映结构振动特性的频率变化情况.考虑到各阶 IMF 对应的频率成分的 Hilbert 谱值(即它们的相对含量)是不同的,在任意时刻,接近体系自振频率的频率成分的 Hilbert 谱值比其他频率成分的 Hilbert 谱值相比大得多.任意时刻体系动力响应的能量都集中在体系自振频率附近,因此,下式估计的瞬时频率将会很好的反映体系自振频率的变化:

$$\omega(t) = \omega \Big|_{D(t, \omega) = \max(D(t, \omega))} \quad (15)$$

式中 $D(t, \omega)$ 为信号的 Hilbert 谱,该式的数学意义是:任意时刻 t 的瞬时频率 $\omega(t)$,是使得该时刻的瞬态谱 $D(t, \omega)$ 取得最大值的 $\omega(t)$ 频率,即该时刻的瞬时卓越频率.根据以上分析,该瞬时卓越频率能够在一定程度上较好的描述刚度时变体系自振频率的变化^[14].

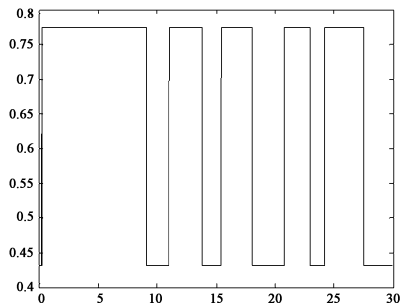


图 9 滤波后信号的瞬时卓越频率图
Fig. 9 The salience instantaneous frequencies of the displacement responses after low-pass filtering

按照式(15)得到的瞬时卓越频率如图9所示.由图9可看出,结构的自振频率在两个频率之间来回波动,说明结构进入了屈服状态,且在弹性与屈服状态之间波动.按照公式(10)即可求出该等效单自由度结构的刚度时变特征.其变化趋势与假定的双线性恢复力模型对应的变化相吻合.

根据单自由度结构参数识别的方法,对滤波后信号进行分析,一阶 IMF 是较高频信号成分,识别的频率与结构一阶自振频率相近,是结构弹性状态对应的结构自振频率,二阶 IMF 为稍低频信号成分,识别的频率可认为是结构屈服后对应的结构频率,参数识别结果如表1所示.

表1 参数识别结果

Table 1 The results of identified parameters

	First mode of IMF			Second mode of IMF		
	Identified frequency (Hz)	Identified stiffness (N/m)	Theoretical stiffness (N/m)	Identified frequency (Hz)	Identified stiffness (N/m)	Theoretical stiffness (N/m)
Identified results	0.779	9.82×10^5	9.75×10^5	0.448	5.49×10^5	6.16×10^5

从参数识别的结果来看,EMD 分解得到的两阶 IMF 分别代表了结构屈服前的振动特性以及结构屈服后的振动特性.由此仿真分析可以得出,按照瞬时卓越频率的定义,用等效单自由度结构来分析多自由度结构在地震作用下的时变特征是可行的,得到的时间-频率图可以反映出结构的频率随时间的变化情况.但是二阶 IMF 参数识别的结果误差较大,说明结构进入非线性状态后,现有的参数识别方法是否仍适用,需要进一步研究.

4 结论

本文通过把多自由度结构做等效单自由度体系分析,利用 HHT 方法识别出了多自由度结构地震作用下其动力特性参数随时间变化的特征.通过本文研究可以得出如下结论:

(1)多自由度结构的地震响应由于外部地震激励所含频率成分复杂,导致结构震动响应的频率成分也较复杂.利用 HHT 方法难以直接得到结构的动力特征.基于多自由度结构的地震响应大多以低阶振型为主,为滤除响应的高频成分,引入等效单自由

度结构来分析,本文主要考虑采用结构的一阶振型为例来进行分析.结果显示该方法是可行的.

(2)假定结构的恢复力模型为双折线型的情况下,可以利用 HHT 参数识别方法识别出等效单自由度结构在结构屈服前和屈服后的频率,从而利用动力学知识求出其刚度的变化规律,根据等效原则进而推得多自由度结构的层刚度变化特征.

(3)应用 HHT 方法可以得到结构的瞬时频率变化图.但由于地震激励的影响,其结果中包含了高频成分,不能清楚的反映结构的振动特性.通过引入瞬时卓越频率,可以得出结构自振频率的变化特征,进而得到结构刚度的时变特征,与假定的双线性恢复力模型对应的两阶段刚度吻合.

需要指出的是本文的分析是基于简化的结构模型进行数值分析得到的结果,对于现实结构的地震响应分析,由于地震作用下其恢复力变化的复杂性以及高频成分的影响,分析还存在一定的困难,需要做进一步深入研究.

参 考 文 献

- 1 Huang N. E, Shen. Z. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis. *Proc R soc Lond*, 1998, 454: 903 ~ 995
- 2 Huang N E, Shen Z, Steven R L. A new view of nonlinear water waves: The Hilbert spectrum. *Ann Rev Fluid Mech*, 1999, 31: 417 ~ 457
- 3 陈换过, 闫云聚, 姜节胜. 基于 HHT 的机翼盒段的健康监控. *动力学与控制学报*, 2006, 4(1): 93 ~ 96 Chen Huanguo, Yan Yunju, Jiang Jiesheng. HHT-based health monitoring of wingbox section. *Journal of Dynamics and Control*, 2006, 4(1): 93 ~ 96 (in Chinese))
- 4 J. N. Yang, Y. Lei S. Lin N. Huang. Hilbert ~ Huang based approach for structural damage detection. *Journal of Engineering Mechanics*, 2004 130 (1): 85 ~ 95
- 5 J. N. Yang, Y. Lei, S. Pan, N. Huang. System identification of linear structures based on Hilbert-Huang spectral

- analysis. Part 1: normal modes. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 2003, 32: 1443 ~ 1467
- 6 J. N. Yang, Y. Lei, S. Pan, N. Huang. System identification of linear structures based on Hilbert - Huang spectral analysis. Part 2: complex modes. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 2003, 32: 1533 ~ 1554
- 7 陈隽, 徐幼麟, 李杰. Hilbert-Huang 变换在密频结构阻尼识别中的应用. *地震工程与工程振动*, 2003, 23(4): 34 ~ 42 (Chen Juan, Xu Youlin, Li Jie. Hilbert-Huang transform for damping ratio identification of structures with closely spaced modes of vibration. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 2003, 23(4): 34 ~ 42 (in Chinese))
- 8 续秀忠, 李中付, 华宏星等. 非平稳环境激励下线性结构在线模态参数辨识. *上海交通大学学报*, 2003, 37(1): 119 ~ 126 (Xu Xiuzhong, Li Zhongfu, Hua Hongxing etc. On-line modal parameters identification of linear structures under non-stationary ambient excitation. *Journal of Shanghai Jiaotong University*, 2003, 37(1): 119 ~ 126 (in Chinese))
- 9 Feldman. Non-linear system vibration analysis using Hilbert transform-I Free vibration analysis method FREEVIB. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 1994, 8(2): 119 ~ 127
- 10 公茂盛, 谢礼立. HHT 方法在地震工程中的应用之初步探讨. *世界地震工程*, 2003, 19(3): 39 ~ 43 (Gong Maosheng, Xie Lili. Discussion on the application of HHT method to earthquake engineering. *World Earthquake Engineering*, 2003, 19(3): 39 ~ 43 (in Chinese))
- 11 邹经湘, 于开平. 时变结构的参数识别方法. *力学进展*, 2000, 30(3): 370 ~ 377 (Zou Jingxiang, Yu Haiping. Methods of time-varying structural parameter identification. *Advances in Mechanics*, 2000, 30(3): 370 ~ 377 (in Chinese))
- 12 李桂青, 李秋胜. 工程结构时变可靠度理论及应用. 北京: 科学出版社, 2001 (Li Guiqing, Li Qiusheng. The time varying reliability theories and applications of structural engineering. Beijing: Science Press, 2001 (in Chinese))
- 13 Helmut Krawinkler, G. D. P. K. Seneviratna. Pros and cons of a pushover analysis of seismic performance evaluation. *Engineering Structures*, 1998, 20(4-6): 452 ~ 464
- 14 张郁山. HHT 与地震动时程的 Hilbert 谱方法与应用研究. 北京: 中国地震局地球物理研究所, 2003 (Zhang Yushan. The study of method of HHT and the Hilbert spectrum of ground motion time history and their applications. Beijing: Institute of geophysics, China earthquake administration, 2003 (in Chinese))

THE NONLINEAR ANALYSES OF FRAME SEISMIC RESPONSE BASED ON HILBERT-HUANG TRANSFORM *

Yi Weijian Duan Suping

(Institute of Civil Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China)

Abstract The seismic response of MDOF frame was analyzed by Hilbert-Huang Transform. The results showed that the nonlinear time variant characteristics of MDOF frame under seismic load was hard to obtain by HHT, because of the complicated frequencies in the seismic response of MDOF frame. Because the vibration of MDOF frame is based on the low order mode shape, in this paper, considering the first order mode shape, the dynamic characteristic of MDOF system was analyzed by introducing the equivalent single-degree-of-freedom system. The results showed that the time variant dynamic characteristic of MDOF frame could be obtained by the instant excellence frequency of equivalent single-degree-of-freedom.

Key words Hilbert-Huang transform, equivalent single-degree-of-freedom, nonlinear, time variant, seismic response