

柔性梁线接触碰撞的动力学建模和实验研究

沈凌杰 郭其威 刘锦阳 余征跃

(上海交通大学工程力学系,上海 200030)(上海宇航系统工程研究所,上海 201108)

摘要 研究作旋转运动的柔性梁的线接触正碰撞问题. 基于 Goldsmith 的线接触冲击力模型, 分别用基于小变形的混合坐标法和基于大变形的绝对坐标法建立了柔性梁的动力学方程, 考虑了几何非线性效应. 在此基础上, 进一步考虑非线性阻尼项的影响, 将 Hunt, Crossley 的阻尼模型推广到线接触问题. 介绍了柔性梁线接触碰撞的实验方法. 计算结果显示, 在考虑阻尼的情况下, 计算结果与实验结果吻合很好. 比较了混合坐标法和绝对坐标法的冲击力计算结果, 与实验结果对比表明, 绝对坐标法更适用于大变形的冲击问题.

关键词 柔性梁, 几何非线性, 线接触正碰撞, 阻尼系数, 实验

引言

柔性体的线接触正碰撞问题是具有工程应用背景的课题. 例如, 在卫星太阳帆板展开到位时, 各帆板之间发生撞击, 铰链处为圆柱与圆柱槽的线接触碰撞. 线接触碰撞的接触区域为矩形.

近几年来, 在撞击理论和实验方面的研究有了一定的进展. 刘才山等^[1]研究了重力场下作大范围回转运动的柔性梁与一固定斜面的斜碰撞问题, 基于 Hertz 撞击理论建立满足接触边界条件的法向碰撞模型, 采用切向接触刚度法建立切向碰撞模型, 以考虑由于切向的黏滞运动引起的摩擦力的影响, 在此基础上进一步研究多体系统的多点碰撞问题^[2]. A. S. Yigit^[3]对作大范围转动的柔性梁系统, 研究了梁末端与一刚球面发生正碰撞的情形. Hunt, Crossley^[4]考虑了阻尼的影响, 提出了非线性的阻尼模型. 在撞击实验方面, 李敏, 诸德超^[5], 以及 Eberhard, 胡斌^[6]通过刚性小球和杆的纵向低速撞击实验验证了 Hertz 理论. 上述研究的撞击建模和实验局限于球与球, 球与面的碰撞, 接触区域为椭圆, 而目前国内针对线接触碰撞的实验研究开展很少, 这是因为线接触碰撞的测量精度很容易受接触面区域的大小, 试件的加工和安装情况的影响, 与球与球, 球与面的碰撞相比, 测量难度较大.

撞击动力学建模中一般采用混合坐标方法, 基于小变形假设, 忽视了广义质量阵和广义力阵的高

阶项. 由于碰撞在极短时间发生, 接触变形较大, 采用混合坐标方法会导致数值计算的误差. 绝对节点坐标法以节点的绝对位移和斜率为广义坐标^[7], 直接在惯性坐标系中建立模型, 采用了精确的应变与位移的关系, 适合于研究大变形问题. 本文分别采用基于小变形的混合坐标法和基于大变形的绝对坐标法, 用 Goldsmith 的线接触冲击力模型^[8], 在冲击力计算公式中引入了非线性阻尼项, 建立了柔性摆线接触碰撞的动力学方程. 在此基础上, 本文研究了线接触碰撞的实验测试技术, 验证了 Goldsmith 的线接触冲击力模型, 分析了阻尼项的影响. 通过数值对比两种方法的冲击力计算结果和实验结果, 说明基于大变形的绝对坐标法比基于小变形的混合坐标法更加适合于冲击力的计算.

1 线接触碰撞的动力学建模理论

1.1 基于小变形的混合坐标法

如图 1 所示, 柔性单摆绕旋转铰 O 自由转动, 在重力作用下转动到垂直位置时, P 点与固定在地面上的撞击物的 C 点发生碰撞, n 为法向单位向量的绝对坐标阵. l 为柔性梁的长度, ρ 为密度, I 为截面惯性矩, E 为梁的弹性模量, A 为横截面面积. 本文的建模理论基于以下假设: (1) Euler - Bernoulli 假设; (2) 点点碰撞假设; (3) 不计摩擦.

建立绝对坐标系 XY 和柔性摆的浮动坐标系 $X_1 Y_1$. B_1 上任意一点的绝对位移在惯性基下的坐

标阵 r 为

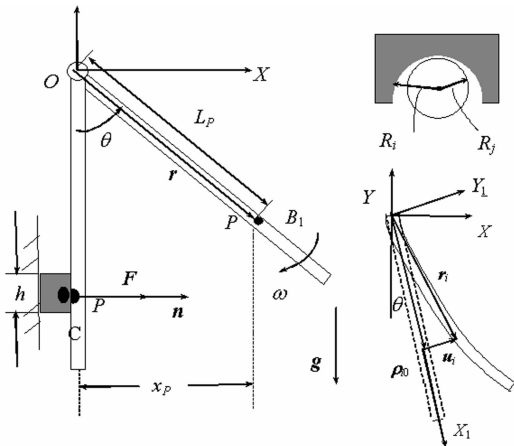


图1 柔性单摆碰撞示意图

Fig.1 Impact of a flexible pendulum

$$r = A\dot{\rho} = A(\dot{\rho}_0 + \dot{u}) \quad (1)$$

其中, A 为 $X_1 Y_1$ 关于 XY 的方向余弦阵, $\dot{\rho}_0, \dot{u}$ 分别为 B_1 中线上任意一点在变形前相对 $X_1 Y_1$ 的位移和变形矢量, $\bar{\rho}_0, \bar{u}$ 在 $X_1 Y_1$ 下的坐标列阵. 设 s 为中线上任意一点的轴向伸长, v 为梁的横向变形, 用有限元法将梁分为若干个单元, s 和 v 可表示为

$$s = S_{1e}(\bar{x})p_e = S_1(\bar{x})p, v = S_{2e}(\bar{x})p_e = S_2(\bar{x})p \quad (2)$$

其中, $S_{1e}(\bar{x}), S_{2e}(\bar{x})$ 为单元形函数阵, B_e 为单元布尔阵, $S_1 = S_{1e}B_e, S_2 = S_{2e}B_e, P$ 为总体节点变形位移列阵, \bar{x} 为任意一点在单元坐标系下的 x 坐标. 根据几何非线性理论, 纵向变形 u 的表达式为

$$u = s - \left[\int_0^x (\partial v / \partial \xi)^2 d\xi \right] / 2 \quad (3)$$

将(2)代入(3), 变形坐标列阵为

$$\dot{u} = \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_1 p - p^T H p / 2 \\ S_2 p \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中, H 为耦合形函数阵, 其表达式见^[1]. 则任意一点的绝对速度和加速度在惯性基下的坐标阵为

$$\dot{i} = \partial A \dot{\rho} + A \dot{u} = B \dot{q} \quad (5)$$

$$\ddot{i} = \partial \dot{A} \dot{\rho} + A \ddot{u} - \partial^2 A \dot{\rho} + 2 \partial A \dot{u} = B \ddot{q} - b \quad (6)$$

其中, $q = [\theta, p^T]^T$ 为 B_1 的广义坐标列阵, $B = [A \dot{\rho},$

$$AS], S = \begin{bmatrix} S_1 - p^T H \\ S_2 \end{bmatrix}, \bar{I} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, b = \partial^2 A \dot{\rho} -$$

$$2 \partial A \dot{S} p + A [p^T H p \quad 0]^T$$

梁的非中线上任意一点的应变为

$$\varepsilon = \partial u^* / \partial x + [(\partial u^* / \partial x)^2 + (\partial v / \partial x)^2] / 2 \quad (7)$$

其中, $u^* = u - y(\partial v / \partial x)$ 为非中线上任意一点的纵向变形, 在小变形假设下, 不计 $(\partial u^* / \partial x)^2$, 将(3)

代入(7), 得到

$$\varepsilon \approx \partial s / \partial x - y(\partial^2 v / \partial x^2) = (\partial S_1 / \partial \bar{x})p - y(\partial^2 S_2 / \partial \bar{x}^2)p \quad (8)$$

于是, 弹性力做的虚功为 $\delta W_f = - \int_V E \varepsilon \delta \varepsilon dV = - \delta p^T K p$, 其中, 弹性刚度阵 K 为常值阵, 其表达式为

$$K = \sum_e \int_0^{l_e} [EA(\partial S_1 / \partial \bar{x})^T (\partial S_1 / \partial \bar{x}) + EI(\partial^2 S_2 / \partial \bar{x}^2)^T (\partial^2 S_2 / \partial \bar{x}^2)] d\bar{x} \quad (9)$$

上式中, $I = \int_A y^2 dA$ 为横截面的惯量矩, l_e 为梁单元的长度. 设 f 为体力阵, δW 为撞击力做的虚功, 根据 Jourdain 变分原理, 动力学变分方程为^[9]

$$\int_V \delta r^T (f - \rho \ddot{r}) dV - \delta p^T K p + \delta W = 0 \quad (10)$$

将(1)和(6)代入(10), 得到柔性梁系统的动力学变分方程为

$$\delta q^T (-M \ddot{q} + Q) + \delta W = 0 \quad (11)$$

其中, 广义坐标阵为 $q = [\theta \quad p^T]^T$, 系统的广义质量阵和广义力阵的具体表达式为

$$M = \int_0^l \rho A B^T B dx = \sum_e \int_0^{l_e} \rho A B^T B d\bar{x} \\ Q = \int_0^l \rho A B^T b dx = \sum_e \int_0^{l_e} \rho A B^T b d\bar{x} \quad (12)$$

如图1所示, B 点相对 C 点的位移列阵为

$$d = r_B - r_C = A \begin{bmatrix} L_p + S_1(\bar{x}_p)p - p^T H(\bar{x}_p)p / 2 \\ S_2(\bar{x}_p)p \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ -L_p \end{bmatrix} \quad (13)$$

由于撞击面的单位法向量在绝对基下的坐标阵为 $n = [1 \quad 0]^T$, B 点相对 C 点的位移沿撞击面法向的分量为

$$x_p = n^T d = \cos \theta [L_p + S_1(\bar{x}_p)p - p^T H(\bar{x}_p)p / 2] - \sin \theta S_2(\bar{x}_p)p \quad (14)$$

其中, \bar{x}_p 为撞击点 P 在单元坐标系下的坐标. 如图1所示, 设 x_p 为撞击点 P 点 X_0 方向的绝对坐标. 当 $x_p > 0$ 时, 物体未接触; 当 $x_p = 0$ 时, 物体开始接触或开始分离; 当 $x_p < 0$ 时, 物体接触碰撞, 此时, $x_p = \delta$ 为局部变形, $|\delta|$ 表示物体之间相互嵌入的深度. 碰撞时产生的法向撞击力为

$$F = \begin{cases} 0 & x_p \geq 0 \\ f & x_p < 0 \end{cases} \quad (15)$$

其中, f 为线接触的矩形区域的法向接触力的合力. 撞击力的虚功为

$$\delta W = \delta x_p F = \delta \theta Q_\theta^F + \delta p^T Q_p^F \quad (16)$$

广义撞击力为

$$Q_\theta^F = -F \sin \theta [L_p + S_1(\bar{x}_p)p - p^T H(\bar{x}_p)p/2] - F \cos \theta S_2(\bar{x}_p)p \quad (17)$$

$$Q_p^F = F \cos \theta [S_1(\bar{x}_p)^T - H(\bar{x}_p)p] - F \sin \theta S_2(\bar{x}_p)^T \quad (18)$$

为了提高计算效率,采用模态缩减法,保留低阶模态,令 $p = \Phi a$, $\Phi = [\phi_1 \cdots \phi_n]$, n 为保留的模态阶数.

1.2 基于大变形的绝对节点坐标法

如图2所示,建立绝对坐标系 $O-XY$,将柔性摆等分为 n 个梁单元,各单元上任意一点 P 的绝对位移 r 用绝对节点坐标表示为

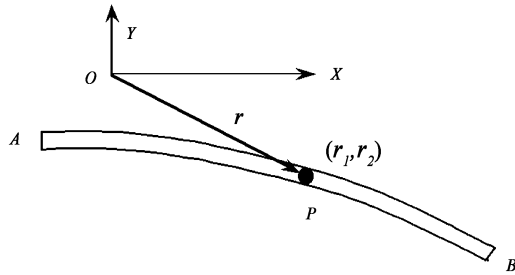


图2 变形前后的梁单元

Fig. 2 Beam element before and after deformation

$$r(\bar{x}, t) = \begin{bmatrix} r_1(\bar{x}, t) \\ r_2(\bar{x}, t) \end{bmatrix} = S_e(\bar{x})p_e(t) \quad (19)$$

其中, S 为形函数阵, e 为单元绝对节点坐标, l 为单元的长度. 梁单元的动能为

$$T_e = \frac{1}{2} \int_V \rho \dot{r}^T \dot{r} dV = \frac{1}{2} \dot{p}_e^T M_e \dot{p}_e \quad (20)$$

M_e 为单元质量阵,可表示为

$$M_e = \int_0^l \rho A S_e(\bar{x})^T S_e(\bar{x}) d\bar{x} \quad (21)$$

设单位体积的重力为 $F_g = [0 \quad -\rho g]^T$,重力做的功为

$$\delta W = \int_V \delta r(x, t)^T F_g dV = \delta \dot{p}_e^T Q_e, \quad Q_e = \int_0^l A S_e(\bar{x})^T F_g d\bar{x} \quad (22)$$

其中, Q_e 为单元力阵. 设 B_e 为单元节点坐标和总体节点坐标的转换阵,则 $p_e = B_e p$, 其中, p 为总体节点坐标列阵. 总体质量阵和力阵为

$$M = \sum_e B_e^T M_e B_e, Q = \sum_e B_e^T Q_e \quad (23)$$

基于 Euler - Bernoulli 假设,不计剪切效应,纵向应

变 ε_l 可表示为

$$\varepsilon_l = \frac{1}{2} (r^T r' - 1) = \frac{1}{2} (p_e^T S^T S' p_e - 1) \quad (24)$$

由轴向伸长引起的弹性势能为和由弯曲引起的弹性势能为

$$U_{el} = \frac{1}{2} \int_0^l EA \varepsilon_l^2 d\bar{x} \quad U_{el} = \frac{1}{2} \int_0^l EI r''^T r'' d\bar{x} = \frac{1}{2} p_e^T \left(\int_0^l EIS''^T S'' d\bar{x} \right) p_e \quad (25)$$

于是,与伸长有关的弹性力和与弯曲有关的弹性力分别为

$$Q_{el} = \left(\int_0^l EA \varepsilon_l S^T S' d\bar{x} \right) p_e, \quad Q_{el} = \left(\int_0^l EIS''^T S'' d\bar{x} \right) p_e \quad (26)$$

总的弹性力为

$$Q_e = Q_{el} + Q_{el} = K_e(p_e)p_e \quad (27)$$

其中,单元刚度阵 K_e 和总体刚度阵为

$$K_e(q_e) = \int_0^l EA \varepsilon_l S^T S' d\bar{x} + \int_0^l EIS''^T S'' d\bar{x}, \quad K(q) = \sum_e B_e^T K_e(p_e) B_e \quad (28)$$

撞击力 F 的定义见式(15), F 的虚功为 $\delta W_F = F \delta r_{1p}$. 设 P 为梁的第 j 个节点, r_{1p} 与总体广义坐标的关系为 $r_{1p} = Cq$,撞击力的虚功可表示为

$$\delta W_F = \delta p^T Q_F, Q_F = FC^T \quad (29)$$

柔性摆的动力学方程为

$$M \ddot{p} + Kp = Q + Q_F \quad (30)$$

2 阻尼模型

Goldsmith 线接触的局部变形 δ 与撞击力 f 的关系式为^[7]

$$\delta = f_0 \left(\frac{h_i + h_j}{h} \right) \left[\ln \left(\frac{h(R_i - R_j)}{f_0 R_i R_j (h_i + h_j)} \right) + 1 \right] \quad (31)$$

其中, $h_l = \frac{1 - \gamma_l^2}{\pi E_l}$, $l = i, j$, E_l, γ_l 为弹性模量和泊松比, f_0 为不计阻尼时的撞击力. (31) 式是碰撞力关于局部变形的隐式表达,在每一步计算过程中,先通过广义坐标计算局部变形,然后采用 Newton - Raphson 方法进行迭代以求得非线性方程组的数值解 f_0 . 根据 Hunt, Crossley^[3] 理论,在考虑阻尼的情况下,撞击力的计算公式为

$$f = f_0 + f_c \quad (32)$$

其中,阻尼力的计算公式为 $f_c = -\mu f \delta$, 阻尼系数 μ 为

$$\mu = \frac{3(1 - e^2)}{4\delta^{(-)}} \quad (33)$$

$\delta^{(-)}$ 表示为碰撞发生瞬时撞击点的速度的大小, e 为恢复系数.

3 实验方法

实验目的通过圆柱与圆柱槽的线接触碰撞实验来验证线接触阻尼模型. 碰撞实验与普通的动态测试相比, 其主要区别就在于碰撞的动态响应的变化过程持续时间极短, 而瞬态响应的频率却很高, 因此在碰撞实验中对测试仪器要求很高. 本碰撞实验采用 PSV-300F 激光测振仪 (Polytec 公司, 德国) 测量撞击点的速度和位移, 此设备采用激光多普勒效应原理测量速度和位移, 设备的非接触式测量、高精度高灵敏度、极低和极高的频响范围等特点, 非常适合进行冲击和振动的测量. 测量范围大, 最大速度 $\pm 10\text{m/s}$, 频率带宽 1MHz. 选用此设备, 确保了撞击点速度和位移的准确性. 撞击力采用 BK 2626 压电式力传感器与电荷放大器 (B&K 公司, 丹麦) 测量. 由于压电式力传感器具有灵敏度高, 刚性大, 频响范围宽, 也广泛适用于冲击试验中. 力传感器灵敏度 4Pc/N , 谐振频率大于 45kHz , 力测量范围 5kN . 电荷放大器放大灵敏度 $0.001 - 1\text{v/Pc}$, 频率范围: -100kHz 分. 因此本实验的精确度较高. 柔摆与圆槽的材料分别采用铝(L12)材料, 密度为 $2.7 \times 10^3 \text{kg/m}^3$.

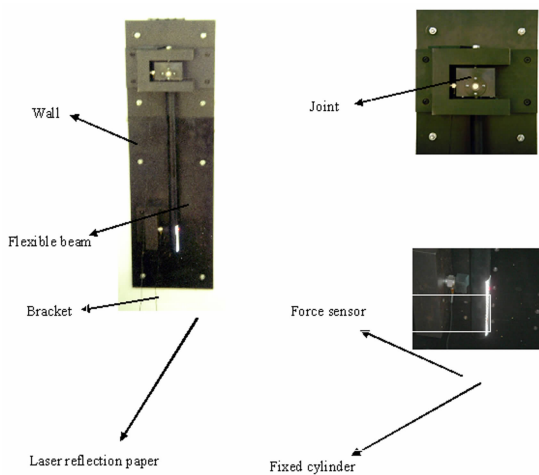


图3 柔性摆碰撞实验装置图

Fig. 3 Impact experiment equipment for flexible pendulum

实验装置由底板, 支架、柔性摆、撞击头和力传感器组成, 如图3所示. 实验装置由八个膨胀螺钉固定在垂直墙面上, 支架固定在底板上. 柔性摆上

端铰支, 下端自由撞击. 力传感器连接在撞击头与支架之间, 柔性摆撞击圆槽, 同时力传感器测出撞击力. 图4和图5分别为撞击测试系统和撞击实验过程框图. 在保证测试系统正确就位, 完成信号电缆连接的情况下就可以进行实验. 激光器发出激光照射在柔性摆上, 并与撞击力传感器成一直线. 柔性摆上粘贴白色激光散射贴纸, 帮助增强回程激光的强度. 此外, 由于接触表面的微观不平度, 对接触区域具有较大的影响, 从而也影响的测量的精确度, 解决这个问题主要是提高试件的精度. 另外一方面, 试验需要重复若干次, 因此保持每次碰撞试验具有相同的初始条件也至关重要.

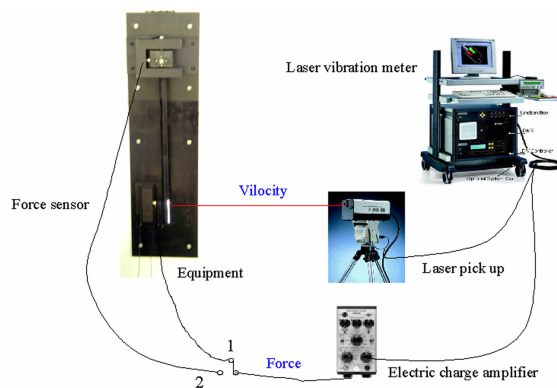


图4 撞击测试系统

Fig. 4 Impact test system

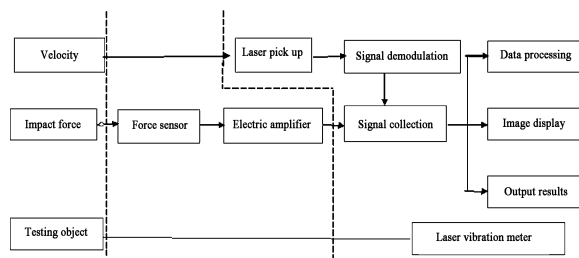


图5 撞击实验过程框图

Fig. 5 Impact experiment procedure

柔性摆和圆柱槽横截面半径分别为 $R_1 = 0.015\text{m}$, $R_2 = 0.0175\text{m}$, 接触矩形区域长度为 $h = 0.02\text{m}$. 取 $L_p = 0.69\text{m}$, 撞击点初始速度为 $v_0 = 0.441\text{m/s}$ 情况进行仿真计算, 得到撞击力 f , 实验得出恢复系数为 $e = 0.5$. 圆柱槽的弹性模量为 $E = 6.8952 \times 10^{10} \text{N/m}^2$, 泊松比为 $\gamma = 0.3$. 柔性梁的长度为 $L = 0.8\text{m}$, 弹性模量和泊松比与圆柱槽相同, 体密度为 $\rho = 2766.7 \text{Kg/m}^3$, 横截面面积和惯量矩分别为 $A = \pi R_2^2$, $I = \pi R_2^4/4$.

4 仿真和实验结果对比

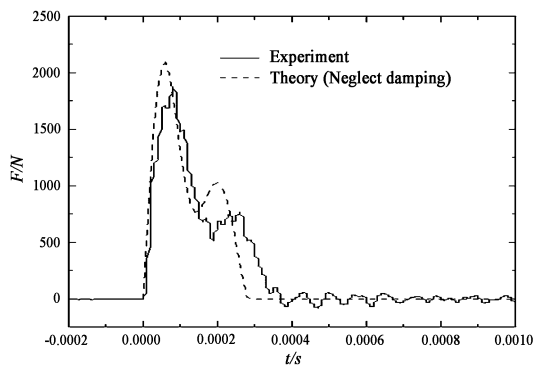


图6 撞击力的时间历程

Fig. 6 Time history of impact force

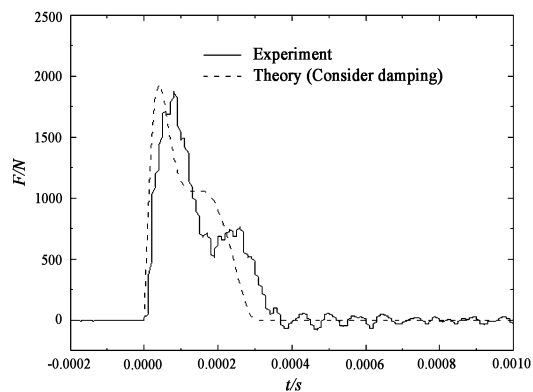


图7 撞击力的时间历程

Fig. 7 Time history of impact force

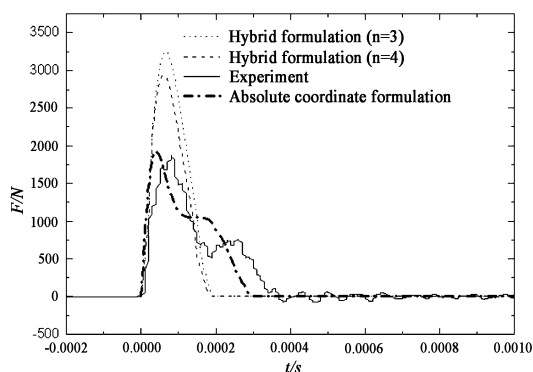


图8 撞击力的比较

Fig. 8 Comparison of impact force

图6和图7分别为考虑和不计阻尼的撞击力的时间历程,以研究阻尼的影响.可以看出,考虑阻尼的撞击力与实验结果吻合很好,从而验证了本文撞击阻尼模型的正确性,说明考虑能量的损失是必要的.图8-10为基于小变形的混合坐标法、本文绝对坐标法和实验方法的撞击力计算结果比较,其中, n 为混合坐标法的模态阶数.图中显示,随着模态阶数 n 的递增,理

论值逐渐减小,并且愈来愈接近实验值.然而取到高阶模态,如7阶模态以上时,碰撞力几乎不再变化,与实验值有一定的误差,这是因为在小变形假设下,混合坐标法忽略了应变的3次以上项,此外,假设模态法与本文的有限元法相比误差较大.在撞击过程中,由于变形较大,应变的高次项的影响比较显著,本文的绝对坐标法由于采用了精确的应变与位移的关系式,更加适合于撞击力和局部变形计算.

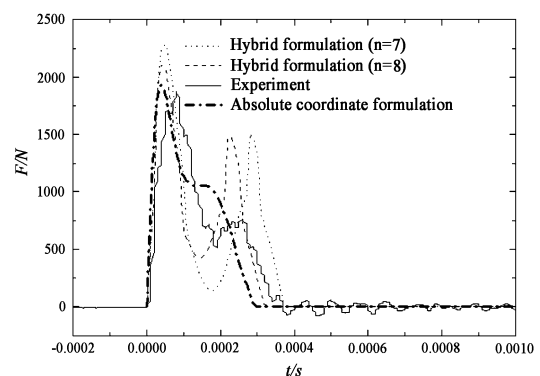


图9 撞击力的比较

Fig. 9 Comparison of impact force

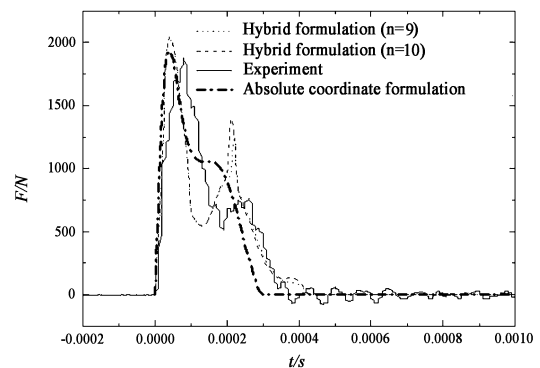


图10 撞击力的比较

Fig. 10 Comparison of impact force

5 结论

通过对柔性梁的线接触撞击建模理论和实验研究,得到以下结论

(1) 本文的绝对坐标法采用了精确的应变与位移的关系式,与基于小变形假设的混合坐标法相比,本文的绝对坐标模型更适用于撞击力的计算.

(2) 在考虑阻尼的情况下,撞击力与实验结果吻合,从而验证了本文提出的线接触阻尼模型.

(3) 在只取低阶模态的情况下,用模态缩减法计算撞击力误差较大.

参 考 文 献

- 1 刘才山,陈滨. 作大范围回转运动柔性梁斜碰撞动力学研究. 力学学报, 2000, 32 (4): 457 ~ 465 (Liu Caishan, Chen Bin. The oblique impact dynamic study for a flexible beam undergoing large overall motion. *Acta Mechanica Sinica*, 2000, 32 (4): 457 ~ 465 (in Chinese))
- 2 刘才山,陈滨,彭翰,乔勇. 多体系统多点碰撞接触问题的数值求解方法. 动力学与控制学报, 2003, 1 (1): 59 ~ 65 (Liu Caishan, Chen Bin, Peng Han, Qiao Yong. Numerical resolution of multi-body systems with multiple contact/impact points. *Journal of Dynamics and Control*, 2003, 1 (1): 59 ~ 65 (in Chinese))
- 3 A. S. Yigit, A. G. Ulsoy, R. A. Scott. Dynamics of a radially rotating beam with impact, Part 1: Theoretical and computational model. *Journal of Vibration and Acoustics*, 1990, 112: 65 ~ 70
- 4 K. H. Hunt, F. R. E. Crossley. Coefficient of restitution interpreted as damping in vibroimpact. *Journal of Applied Mechanics*, 1975, 42 (Series E): 440 ~ 445
- 5 李敏, 诸德超. 球杆碰撞问题的数值分析和实验研究. 北京航空航天大学学报, 2001, 27 (1): 62 ~ 65 (Li Min, Zhu Dechao. Analytical and experimental research of ball-bar impact under low velocity. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2001, 27 (1): 62 ~ 65 (in Chinese))
- 6 彼得·艾伯哈特, 胡斌. 现代接触动力学. 东南大学出版社, 2003 (Peter Eberherd, Hu Bin. Modern contact dynamics. Southeast University Press, 2003 (in Chinese))
- 7 A. A. Shabana, H. Hussien, J. Escalona. Application of the Absolute Nodal Coordinate Formulation to Large Rotation and Large Deformation Problems. *Journal of Mechanical Design*, 1998, 120: 188 ~ 195
- 8 W. Goldsmith. Impact: The Theory and Physical Behavior of Colliding Solids. Edward Arnold Publisher Ltd, London, 1960
- 9 刘锦阳. 刚-柔耦合动力学系统的建模理论研究 [博士论文]. 上海: 上海交通大学, 2000 (Liu Jinyang. Study on modeling theory of rigid-flexible coupling system [PhD Thesis]. Shanghai: Shanghai Jiaotong University, 2000 (in Chinese))

DYNAMIC MODELING AND EXPERIMENT TECHNIQUE FOR A FLEXIBLE BEAM WITH CYLINDRICAL CONTACT

Shen Lingjie Guo Qiwei Liu Jinyang Yu Zhengyue

(Department of Engineering Mechanics, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China)

(Shanghai Institute of Astronautic System Engineering, Shanghai 201108, China)

Abstract The cylindrical normal contact between a rotational flexible body and a fixed cylindrical groove was investigated. The impact dynamic equations were established by hybrid coordinate formulation and absolute nodal co-ordinate formulation based on Goldsmith cylindrical contact model, in which geometric nonlinearity was taken into account. Considering the non-linear damping terms, Hunt Crossley damping model was successfully developed to cylindrical contact. Experiment technique for the cylindrical normal contact was introduced. It is shown that the simulation results agree well with the experiment results in the case that the damping effect is taken into account. Furthermore, the impact force obtained by the present absolute nodal co-ordinate formulation was compared with that obtained by hybrid-coordinate formulation, in which small deformation was assumed. Comparison with the experiment results indicates that the present absolute coordinate model is more suitable for calculation of contact-impact with large deformation.

Key words flexible beam, geometric nonlinearity, cylindrical normal contact, damping coefficient, experiment

Received 3 August 2006, revised 2 September 2006.

* National Science foundation(10472066) and Scientific Foundation for the Returned Overseas Chinese Scholars, State Education Ministry.