

# 柔性机械臂的变结构振动控制研究<sup>\*</sup>

邱志成

(广州华南理工大学机械学院,广东 51064)

**摘要** 当机械臂的质量很轻,尤其是空间应用场合,机器人系统将受到高度柔性限制并且不可避免地产生机械振动。本文为了证实提出的控制不期望残余振动的方法,设计并建立了柔性机器人实验平台。控制方案采用交流伺服电机通过谐波齿轮减速器驱动柔性机械臂,利用粘贴在柔性臂上的压电陶瓷片(PZT)作为传感器来检测柔性臂的振动。对由于环境激励,尤其是在电机转动(机动)时由于电机力矩产生的振动,采用了几种主动振动控制器:包括模态PD控制,软变结构控制(VSC)和增益选择变结构方法,进行柔性臂的振动主动控制实验研究。通过实验比较研究,结果表明采用的控制方法可以快速抑制柔性结构的振动,采用的控制方法是有效的。

**关键词** 柔性机械臂,主动振动控制,压电结构,变结构控制

## 引言

随着空间技术的发展,航天器附件都有柔性化的趋势,大型柔性附件的使用增加了航天器设计和制造的灵活性,降低了发射成本,如大型天线、太阳帆板等,这类结构在太空运行时,其模态阻尼小。空间机器人及航天器挠性附件如太阳帆板等在扰动情况下,其大幅度的自由振动要延续很长时间,这将影响稳定性和指向控制精度,尤其是需要精确地控制其位置和指向<sup>[1]</sup>。因此,需要对航天器或柔性机器人这种刚柔耦合系统振动控制研究。许多研究者对柔性结构的振动控制进行了研究,主要有基于传感器,主要为基于末端位置、应变片或加速度传感器反馈控制<sup>[1-5]</sup>。柔性机械臂的期望的端部调节性能为<sup>[2]</sup>:关节运动收敛到最终的位置,并且弹性振动被有效的抑制。柔性结构为无穷维的分布参数系统,在控制器设计时采用模态截断进行模型降阶,这样由于忽略高频动力学问题会导致观测和控制“溢出”问题。并且,实际系统由于扰动及不确定性因素的存在,所以需提高控制系统的鲁棒性<sup>[5]</sup>。

非线性变结构控制方法简单,便于实现,并且对系统的不确定性具有较强的鲁棒性,在实际系统中广泛应用。然而,变结构控制需要无限的开关频率,由于数字实现的采样率的限制这在实际应用中

无法满足。所以在大增益时有限的开关频率将引起“震颤”现象,在应用中会激励固有的柔性模态,并且损害驱动设备,所以要克服震颤现象。用连续的函数代替符号开关函数可以消除震颤,但不可避免的降低调节精度<sup>[5-7]</sup>。

本文对柔性结构的弹性振动进行了主动控制实验研究,根据柔性梁根部的压电片应变信号作为传感信号,采用变结构控制算法,克服系统的非线性等不确定因素。建立了柔性机械臂实验平台,进行了基于模态辨识和主动振动控制方法的比较实验研究。实验结果的比较验证了提出方法的有效性,对于位置设定点的振动控制,及旋转机动及停止过程中弹性振动被快速抑制。

## 1 变结构控制器设计

### 1.1 数学模型

基于压电传感器的柔性机械臂示意图如图1所示,交流伺服电机通过谐波齿轮减速器驱动压电柔性梁,梁的根部与谐波齿轮输出轴轮毂固定连接。谐波齿轮减速器的扭转刚度远远大于柔性梁的弯曲刚度。压电陶瓷(PZT)传感器粘贴在梁的根部,与梁粘贴良好。梁的长度为L,电机转子的角度移为 $\theta(t)$ ,距离回转中心x处点的弹性位移为w(x, t)。当变形较小时有 $w < 0.1L$ ,忽略梁的伸长

2006-05-20 收到第1稿,2006-09-07 收到修改稿。

\* 国家自然科学基金资助项目(60404020)、国家自然科学基金空天飞行器重大研究计划资助项目(90505014)和广东省自然科学基金资助项目(05006499)

量和涉及  $\theta^2$  项,忽略梁的重量影响,柔性梁可认为是 Euler-Bernoulli 梁. 为简化起见,忽略梁的重力影响,这对系统的动力学性能影响很小.

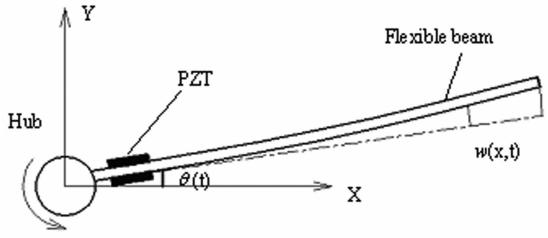


图1 基于压电传感器的柔性臂示意图

Fig. 1 A single manipulator with piezoelectric patches

从轮毂在  $Ox$  方向距离为  $x$  点测量梁的弹性变形  $w(x, t)$ , 弯曲弹性位移通过模态展开可以表示为<sup>[1]</sup>:

$$w(x, t) = \sum_{j=1}^{m \rightarrow \infty} \phi_j(x) q_j(t) = \Phi(x) \mathbf{q}, j=1, 2, \dots \quad (1)$$

其中,  $q_i$  和  $\phi_i$  分别为广义柔性坐标和模态函数,  $m$  为模态阶数,  $\Phi(x)$  和  $\mathbf{q}$  为模态函数及广义坐标的矢量.

设轮毂的角位移为  $\theta$ , 因为弹性变形  $w(x, t)$  为很小的量, 所以点  $P$  的总位移  $p(x, t)$  可以表达为

$$p(x, t) = x\theta(t) + w(x, t) \quad (2)$$

系统的总动能为:

$$T = \frac{1}{2} I_h \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} \int_0^L \rho_b A_b \dot{p}^2(x, t) dx \quad (3)$$

这里,  $I_h$  为轮毂的转动惯量,  $\rho_b$  和  $A_b$  分别为挠性臂的质量密度和横截面积.

系统的总势能为

$$V = \frac{1}{2} E_b I_b \int_0^L w''^2(x, t) dx \quad (4)$$

这里,  $E_b$  和  $I_b$  分别为挠性结构的弹性模量和惯性矩.

交流伺服电机输入力矩所做的功为

$$W = \tau(t) \theta \quad (5)$$

将系统的动能、势能和电机做功的表达式代入到 Lagrange 方程, 可以推导出柔性结构的动力学方程<sup>[5]</sup>:

$$E_b I_b y^{(4)}(x, t) + \rho_b A_b [x \ddot{\theta}(t) + \ddot{w}(x, t)] = 0 \quad (6)$$

$$J_s \ddot{\theta} + \rho_b A_b \int_0^L x \ddot{w}(x, t) dx = \tau(t) \quad (7)$$

这里,  $J_s = I_h + \frac{1}{3} \rho A L^3$ , 为轮毂的转动惯量和柔性臂的刚性转动惯量之和.

边界条件为<sup>[5]</sup>:

$$y(0, t) = 0; y'(0, t) = 0; y''(L, t) = 0; y'''(L, t) = 0 \quad (8)$$

系统的动力学方程表达形式如下:

$$M\ddot{x} + Kx = \tau \quad (9)$$

其中,  $x$ ,  $M$ ,  $C$ ,  $K$  和  $B$  分别为状态矢量, 质量矩阵, 阻尼矩阵刚度矩阵, 输入矢量.

$$x = [\theta \ q^T \ \dot{\theta} \ \dot{q}^T]^T, M = \begin{bmatrix} m_{\theta\theta} & m_{\theta q} \\ m_{\theta q}^T & m_{qq} \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 0 \\ K_q \end{bmatrix}$$

其中:

$$m_{\theta\theta} = \frac{1}{3} \rho_b A_b L^3 + I_h \quad (m_{\theta\theta} \in R^{1 \times 1})$$

$$m_{\theta q} = \int_0^L \rho_b A_b \Phi(x) dx \quad (m_{\theta q} \in R^{1 \times m})$$

$$m_{qq}(r, s) = \int_0^L \rho_b A_b \Phi_{k=r}(x) \Phi_{k=s}(x) dx \quad (m_{qq} \in R^{m \times m})$$

$$K_q(r, s) = \int_0^L E_b I_b \Phi_{k=r}''(x) \Phi_{k=s}''(x) dx \quad (K_q \in R^{m \times m})$$

当激励梁弯曲振动时, 由于应变使得压电传感器产生的电荷  $q_i(t)$  可以表达为<sup>[8]</sup>:

$$q_i(t) = -e_{31i} b_{si} \int_{x_{1i}}^{x_{2i}} r_i \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} dx, i=1, 2, \dots, N_s \quad (10)$$

第  $i$  片压电传感器产生的电流  $I_i(t)$  可表达为<sup>[8]</sup>:

$$I_i(t) = -e_{31i} b_{si} \int_{x_{1i}}^{x_{2i}} r_i \frac{\partial^3 w(x, t)}{\partial x^2 \partial t} dx, i=1, 2, \dots, N_s \quad (11)$$

其中:  $e_{31i}$  为第  $i$  片压电传感器的压电应力常量,  $b_{si}$  为压电片宽度,  $x_{1i}$  和  $x_{2i}$  为第  $i$  片压电传感器在粘贴在梁的两端位置坐标,  $r_i$  为梁的中性层到压电片中性层的距离,  $N_s$  为压电传感器的数目.

## 1.2 控制器设计

电机的转动角位移控制采用角位移和角速度反馈的 PD 控制器, 即  $\tau = K_p(\theta_d - \theta) + K_v(\dot{\theta}_d - \dot{\theta})$ , 柔性梁的振动也采用基于加速度传感器信号低通滤波后反馈控制, 这样控制器可表达为:

系统的电机端采用独立关节 PD 控制器, 即  $\tau = K_{p2}(\theta_d - \theta) + K_{v2}(\dot{\theta}_d - \dot{\theta})$ . 当柔性梁的振动也采用压电传感器反馈的 PD 控制器时, 这样电机的控制输出力矩可以表达为:

$$\tau = K_{p2}(\theta_d - \theta) + K_{v2}(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) + K_{p1}q_i + K_{v1}I_i \quad (12)$$

这里,  $K_{p2} > 0$ ,  $K_{v2} > 0$  是电机端位置控制的比例和微分增益,  $K_{p1} > 0$  和  $K_{v1} > 0$  为柔性梁振动控制的压电传感器反馈比例和微分增益,  $\theta_d$  和  $\theta$  分别为电机端期望的和实际的角位移, 由电机带有的编码器检测,  $q_i$  和  $I_i$  分别为压电传感器的输出的电荷和电流.

在变结构控制中,切换面是偏差及偏差的变换律组合而成的,即  $s = \dot{e} + Ce$ ,滑动模到达条件<sup>[5]</sup>:当  $\dot{s} < 0$  时,  $s > 0$ ; 当  $\dot{s} > 0$  时,  $s < 0$ ; 因此,  $\dot{s}s < 0$  是系统实现滑动模的充分条件。滑动模态的控制量取值为  $\tau = A \text{sgn}(s)$ , 其中  $\text{sgn}(\cdot)$  为符号函数, 可以表示为,  $\text{sgn}(s) = \begin{cases} 1, & \text{if } s \geq 0 \\ -1, & \text{if } s < 0 \end{cases}$ ; 但由于滑模控制是通过高增益的继电器切换将系统的运动方式约束在滑动面上的, 在实际应用中将产生高频颤动。为了避免“硬”切换方式, 采用“柔化”切换方式<sup>[5,6,7]</sup>, 即采用基于饱和的连续切换方式

$$\text{sat}(*, \varepsilon) = \begin{cases} * / \varepsilon, & \text{当 } |*| \leq \varepsilon \\ * / |*|, & \text{当 } |*| > \varepsilon \end{cases};$$

选取开关面为  $s_p = K_p q(t) + I(t)$ , 则采用变结构控制算法为:

$$\tau = K_p(\theta_d - \theta) + K_v(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) - (A + K_c |s_p|) \text{sat}(s_p) \quad (13)$$

如果把式(12)中的  $\text{sat}(s_p)$  改为  $\text{sgn}(s_p)$  为“硬”变结构控制, 当  $K_c = 0$  时, 为“柔化”变结构控制; 当  $K_c \neq 0$  时, 为增益选择“柔化”变结构控制,  $-(K_c |s_a| p) \text{sat}(s_p)$  为增益选择控制。变结构控制的稳定性证明已经在很多文献中论述, 本文主要是采用该算法进行实验研究。

## 2 实验研究

针对空间柔性机械臂这种轻质柔性结构, 在系统调姿以及外部扰动情况下引起的振动问题, 并且将影响姿态的稳定度和指向精度。采用基于压电结构进行振动主动控制方法, 建立了压电柔性梁实验平台, 进行了挠性结构振动控制的实验比较研究。图 2 为模拟中心刚体转动, 谐波减速器为北京中技克美谐波传动公司生产的, 谐波齿轮型号为 XB1-80, 减速比为 1:100。谐波减速器的输出端连接压电智能挠性梁, 该平台集成压电智能材料敏感器以及交流伺服电机驱动谐波齿轮减速的刚柔耦合系统平台, 进行振动主动控制方法及比较研究。

柔性梁的几何尺寸为: 长度  $l = 0.65\text{m}$ , 宽度  $b = 0.1\text{m}$ , 厚度  $h = 1.78\text{mm}$ 。梁的力学特性: 杨氏模量、泊松比和密度分别为  $E_b = 3.464 \times 10^{10}\text{Pa}$ ,  $v_b = 0.33$ ,  $\rho_{pe} = 1840\text{kg/m}^3$ 。离散分布的压电片(PZT)传感器分别粘贴在梁的根部和中间, PZT 的几何尺寸为  $50\text{mm} \times 15\text{mm} \times 1\text{mm}$ 。PZT 的力学特性: 杨氏模

量、泊松比和密度分别为  $E_{pe} = 6.3 \times 10^{10}\text{N/m}^2$ ,  $v_{pe} = 0.30$ ,  $\rho_{pe} = 7650\text{kg/m}^3$ ,  $m/V$ 。PZT 的压电应变常量为  $d_{31} = 166 \times 10^{-12}$ 。压电传感器信号通过极低频电荷放大器(型号为 YE5850) 放大幅值为  $-10V \sim +10V$  的电压信号。驱动器为安川(Yaskawa)交流伺服电机, 功率  $400W$ , 带有 13 线的增量式编码器。控制系统包括研华工控机(IPC), Pentium IV, CPU 2.4GHz; 12-位 16 通道模/数(A/D)转换器和 12-位 12 通道数/模(D/A)转换控制卡分别是康拓 IPC5432 和研华 PCL-727, 码盘计数卡型号为研华 PCL-833。控制的采样时间为 1ms。

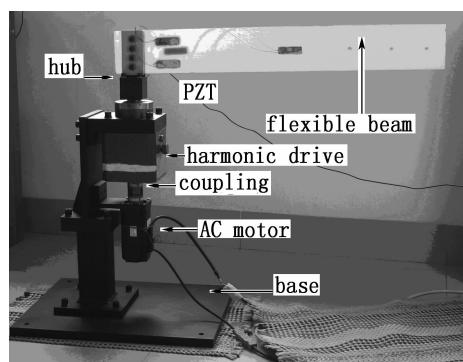


图 2 实验装置照片

Fig. 2 Photograph of the experimental set-up

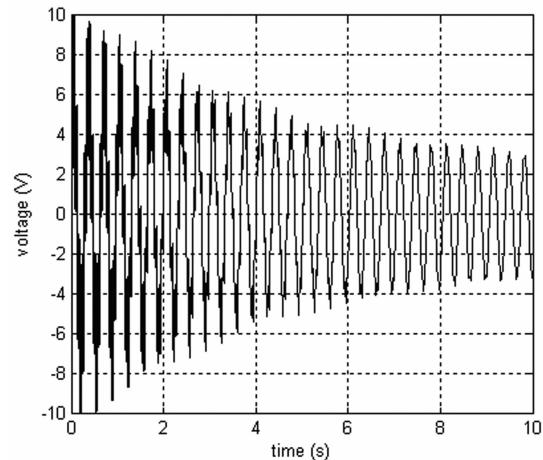


图 3 前 2 阶弯曲振动模态信号

Fig. 3 The free vibration of the first two bending modes

因为谐波齿轮的大传动比, 反向驱动能力很差, 其扭转刚度远大于梁的刚度, 所以边界条件近似为悬臂梁。为了辨识柔性模态频率, 通过外部激励梁的振动, 采集 PZT 信号得到后进行分析得到。激励梁的前二阶弯曲模态振动, 测量的传感器的信号如图 3 所示, 经过快速傅立叶变换(FFT)得到频

率响应曲线及拟合曲线如图4所示,从中可知模态频率分别为: $\omega_1 = 2.95\text{Hz}$ , $\omega_2 = 15.51\text{Hz}$ .

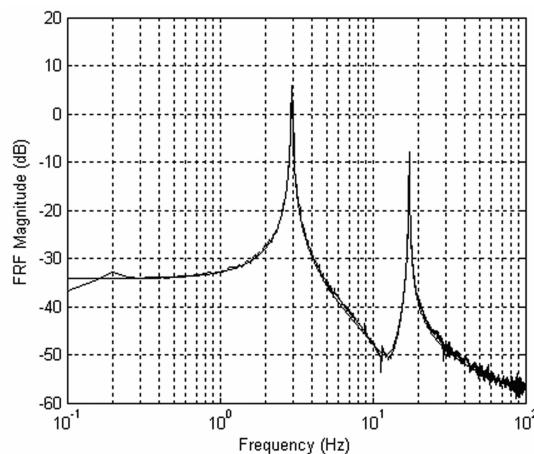


图4 前二阶模态频率响应曲线及拟合曲线

Fig. 4 PD control for the first two modes' vibration

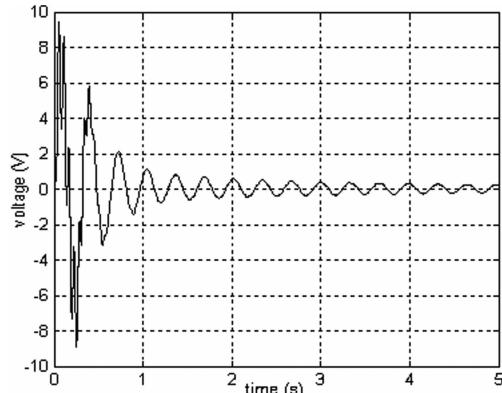


图5 前二阶模态PD控制

Fig. 5 PD control for the first two modes' vibration

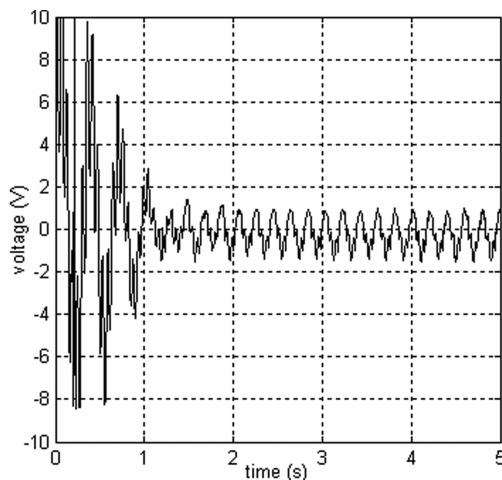


图6 前二阶模态硬变结构控制

Fig. 6 Hard VSC control for the first two modes' vibration

在柔性梁的振动主动控制时,交流伺服电机采用速度控制方式,这样可以克服采用力矩控制方式

时的力矩死区特性。分别采用式(12)和式(13)的控制方法,对位置设定点进行振动主动控制,具体方法为将期望的角位移及角速度设为0,通过外部分别激励前二阶弯曲模态的振动,通过压电片反馈电机控制来抑制振动。图5~图8为控制柔性梁前二阶弯曲振动模态时压电传感器测量信号,分别为采用PD控制、硬变结构控制、柔化变结构控制和增益选择变结构控制的实验结果。从实验结果可知,采用PD控制对大幅值振动很快抑制到较小的幅值,但小幅值振动持续较长时间。硬变结构控制将产生高频震颤,采用柔化变结构控制使得稳态高频震颤消除,但动态过程变化仍然剧烈,这是由于幅值A选择较大。增益选择变结构控制可以保证幅值A选择较小,对大幅值振动由选择增益来快速抑制,这样使得动态过渡过程及控制在稳态时系统的控制性能均较好。实验结果表明采用控制方法的有效。

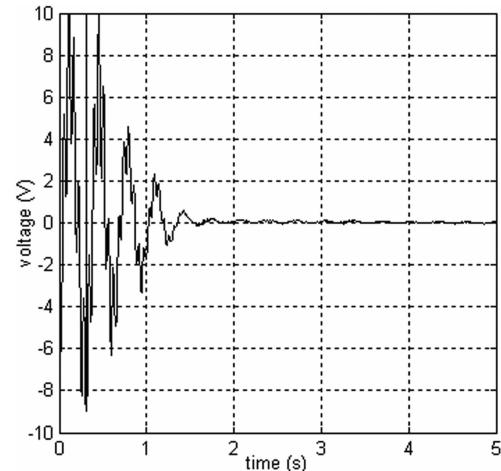


图7 前二阶模态柔化变结构控制

Fig. 7 Soft VSC control for the first two modes' vibration

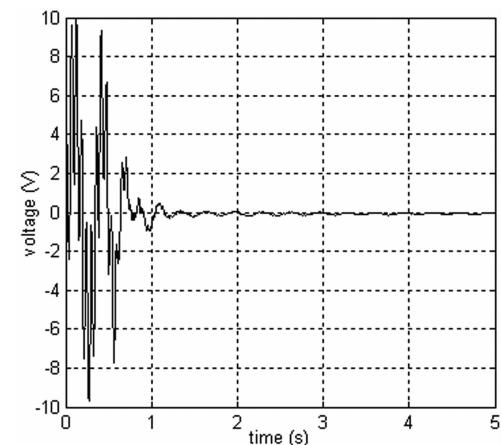


图8 增益选择柔化变结构控制

Fig. 8 Gain select soft VSC control

具有挑战性的问题是同时控制柔性机械臂的转动和振动抑制。因为在转动控制过程中,尤其是在起动和停止阶段将会使柔性梁产生大幅值振动。当电机控制以  $146.5\text{ (r} \cdot \text{min}^{-1}\text{)}$  的恒速度转动时,即柔性臂的刚性转动速度为  $1.465\text{ (r} \cdot \text{min}^{-1}\text{)}$ ,柔性臂的机动幅度为  $\pi/2$  弧度。由于电机力矩扰动及柔性臂惯量因素会引起振动,如图 9 所示,图中的两幅图分别为电机端的转动速度以及由压电传感器测量的量的振动。可知,柔性梁在起动和停止时会激励产生大幅值的振动并且将持续很长时间。

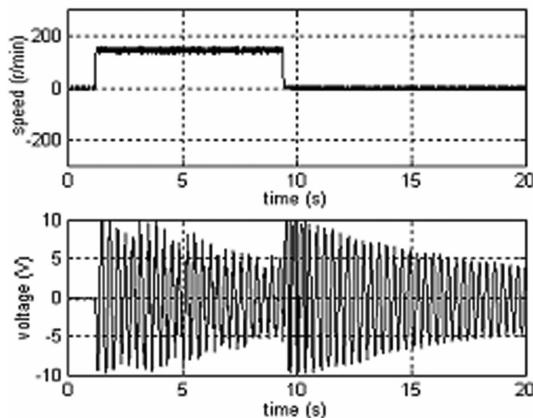


图 9 转动时未主动振动控制控制

Fig. 9 Slewing and without control for vibration

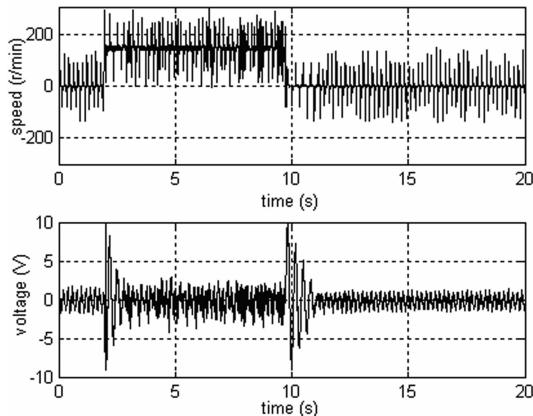


图 10 转动时硬变结构控制

Fig. 10 Slewing and hard VSC control for vibration

在同样条件下,当柔性梁振动主动控制方法采用硬变结构控制、柔化变结构控制和增益选择变结构控制的实验结果分别如图 10、图 11 和图 12 所示。这里控制参数都分别调节最好时的实验结果,从中可知硬变结构控制将使系统产生高频震颤,柔化变结构控制有效地解决了震颤问题。采用增益选择变结构控制方法,使得柔性机械臂的振动被快速

有效地抑制,尤其是在电机启动阶段和停止运行阶段时惯性因素和电机力矩产生的振动。速度曲线在启动和停止阶段主动控制过程产生波动,这就是电机主动振动控制加入的原因。

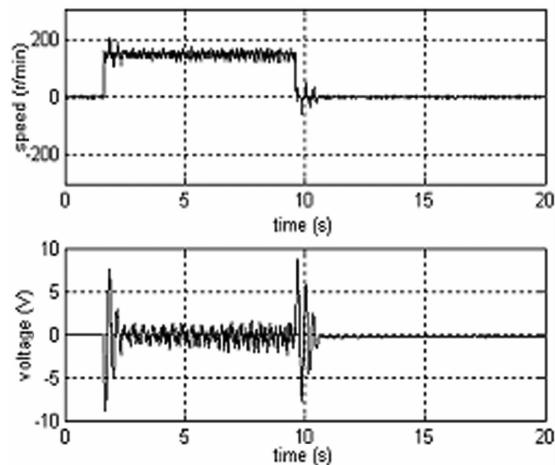


图 11 转动时柔化变结构控制

Fig. 11 Slewing and soft VSC control for vibration

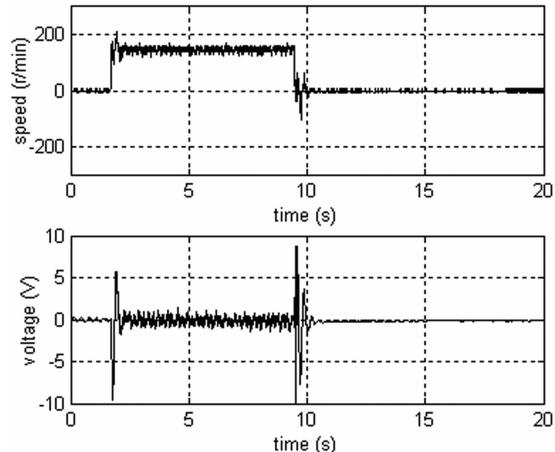


图 12 转动时增益选择柔化变结构控制

Fig. 12 Slewing and gain select soft VSC control for vibration

### 3 结论

本文采用压电传感器对单自由度柔性机械臂进行模态辨识及振动主动控制研究。设计了滑模变结构控制器,并对角位置设定点的前二阶弯曲振动模态控制;以及旋转运动时进行柔性梁的主动振动控制。建立了单自由度柔性机械臂的实验平台,进行了几种算法的比较实验研究,分别采用了比例反馈 PD 控制,硬变结构控制,柔化变结构控制,及增益选择变结构控制,通过实验研究结果的比较验证了采用方法的有效性,振动被快速地抑制。

## 参 考 文 献

- 1 Dong Sun, James K. Mills, Jinjun Shan, et al. A PZT Actuator Control of a Single-Link Flexible Manipulator Based on Linear Velocity Feedback and Actuator Placement. *Mechatronics*, 2004, 14: 381 ~ 401
- 2 Shuzhi S. Ge, T. H. Lee, and G. Zhu. Improving Regulation of a Single-Link Flexible Manipulator with Strain Feedback. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1998, 14(1): 179 ~ 185
- 3 D. G. Wilson, G. P. Starr, G. G. Parker, R. D. Robinett. Robust Control Design for Flexible-Link/Flexible-Joint Robots. Proc. of the 2000 IEEE Inter. Confer. Robotics and Automation, San Francisco, CA, 2000: 1496 ~ 1501
- 4 Wen-Jun Cao, Jian-Xin Xu. A Learning Variable Structure Controller of a Flexible One-Link Manipulator. *Journal of Dynamic systems, Measurement and Control*, 2000, 122: 624 ~ 631
- 5 S. S. Ge, T. H. Lee, G. Zhu, F. Hong. Variable Structure Control of a Distributed-Parameter Flexible Beam. *Journal of Robotic Systems*, 2001, 18(1): 17 ~ 27
- 6 冯纯伯,费树岷.非线性控制系统分析与设计.北京:电子工业出版社,1997:119 ~ 179 ( Feng Chunbai, Fei Shumin. Analysis and Design of Non-linear System. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 1997: 119 ~ 179 ( in Chinese ) )
- 7 胡跃明.变结构控制理论与应用.北京:科学出版社,2003: 19 ~ 38 ( Hu Yuemin. Theory and Application of Variable Structure Control. Beijing: Science Press, 2003: 19 ~ 38 ( in Chinese ) )
- 8 C. R. Fuller, S. J. Elliott, Nelson P. A. Active control of vibration. San Diego, CA92101: Academic Press, 1996

## STUDY ON VARIABLE STRUCTURE VIBRATION CONTROL FOR FLEXIBLE MANIPULATOR \*

Qiu Zhicheng

( College of Mechanical Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510641, China)

**Abstract** When the manipulator is lightweight, especially for space application, the robotic systems are subject to high degree of flexibility and encounter unavoidable mechanical vibration. In this paper, the experimental set-up of flexible manipulator was designed and built to verify the approach proposed for actively controlling the unwanted residual vibration. The control scheme consists of one AC servomotor actuator to drive the flexible link through harmonic gear speed reduction, and piezoelectric ceramics (PZT) patch attached to the surfaces of the flexible link used as sensors. Several active vibration controllers including the modal PD, soft variable structure control (VSC) and gain select VSC method were investigated to suppress the unwanted vibration due to environmental stimulation, especially the undesirable oscillations caused by the motor torque during the hub slewing motion. The comparative experimental results showed that the vibration of the system was significantly suppressed, and the adopted control methods were effective.

**Key words** flexible manipulator, active vibration control, piezoelectric structure, variable structure control

Received 20 May 2006, revised 7 September 2006.

\* The project supported by the National Science Foundation of China (60404020) and the Natural Science Foundation of Guangdong Province (05006499)