

Host - Parasitoid 系统的分岔与混沌控制*

褚衍东¹ 李险峰¹ 张建刚²

(1. 兰州交通大学非线性研究中心, 兰州 730070) (2. 兰州交通大学数理与软件工程学院, 兰州 730070)

摘要 用数值模拟的方法,研究了 Host - Parasitoid 模型. 该模型是一类非线性离散系统,反映了在一定的时间和空间内,寄生虫和寄宿主之间的生存状态. 通过调节各种影响下的分岔参数,可以观察到系统具有周期泡,倍周期分叉,间歇混沌和 Hopf 分岔等复杂非线性动力学现象,揭示了系统通向混沌的途径. 利用不同周期遍历下的奇怪吸引子和具有分形边界的吸引盆对系统的非线性特性进行了深入的探讨. 最后利用参数开闭环控制法对系统的混沌状态进行了有效的控制. 数值仿真和理论分析表明,选择相应的控制参数可将该系统的混沌状态控制到不同的稳定周期运动.

关键词 Host - Parasitoid 模型,分岔,混沌,吸引盆,混沌控制

引言

自从 1976 年英国生态学家 R. May 在《自然》杂志上提出第一个由倍周期分岔通向混沌的实例^[1]—Logistic 映射以来,许多生态数学模型继而建立起来并得到了广泛的研究. 在 Moran - Ricker 生态模型^[2]中,没有考虑寄生虫的影响,方程如下

$$H_{t+1} = H_t \exp(r(1 - H_t/K)) \quad (1)$$

其中 H_t 为寄宿主在某一代 t 的数量 ($t = 0, 1, 2, \dots$); r 是寄宿主的繁殖率; K 是寄宿主生存空间的容量. 该模型的平衡状态为 $H_{t+1} = H_t$. 在 r 的取值区间内 $0 < r < 2$, 系统在区间内是稳定的,不稳定区间是 $r \in (2, 2.6924)$, 在 $r > 2.6924$ 时系统(1)处于混沌运动状态. Host - Parasitoid 模型反映了在一定的时间和空间内寄宿主和寄生虫的相互作用,由下式给出

$$H_{t+1} = H_t \exp[r(1 - H_t/K)] \quad (2)$$

$$P_{t+1} = H_t [1 - \exp(-aP_t^{-m+1})]$$

P_t 是寄宿主在某一代 t 的数量 ($t = 0, 1, 2, \dots$); a 为寄生虫能成功找到寄宿主的效率; m 是寄宿主和寄宿主之间的相互干扰系数. 这是一个简单的 Nicholson - Bailey Host - Parasitoid 模型,但是它能反映出草食节肢动物(寄宿主)和它的寄生虫在一定的时间和空间内的生存状态. 许多学者已经研究了系统(2) $m = 0$ 时的非线性行为^[3],复杂的动力

学特征已经被揭示出来,例如高周期轨道和混沌等现象. 但是,对于相互依赖生存的寄宿主和寄生虫来说,二者是相互影响和制约的. 因此,在实际的研究和应用中,不仅要研究系统随寄宿主的繁殖率 r 的变化对系统的影响,还需研究寄生虫能成功找到寄宿主的效率 a 和相互干扰系数 m 的变化对系统的影响.

近几十年来,混沌控制和混沌同步的研究也得到了蓬勃的发展,并迅速的成为了混沌研究领域的重要热点^[4]. 许多学者针对不同的系统,提出了一系列的混沌控制方法或者利用改进的控制方法对其研究的系统进行了有效的控制^[5-8]. 陈立群和刘延柱改进和推广了开闭环控制并提出参数开闭环控制^[9-11],对一些离散和连续的非线性系统进行了有效的控制. 本文利用此控制法对 Host - Parasitoid 模型的混沌运动状态首次进行了有效的控制,进一步验证了该方法的适用性和鲁棒性.

1 Host - Parasitoid 系统的分岔

为了更清楚地认识系统的特征,通常采用余维一的方式,这种分岔方式简单但能明了的表现出系统对某一个特定的参数依赖性. 图 1(a)给出了 Host - Parasitoid 模型在没有相互干扰系数情况下的分岔图—寄生虫的数量与分岔参数 a 的关系的图像(其中 $r = 2.4$),当参数 a 从 0.257 开始增加

时,反映了寄宿主和寄生虫能共同的稳定的生存状态;当参数 a 继续增大,系统将经历拟周期运动,其中在 $a = 0.639$ 处发生 Hopf 分岔,中间有一段较短的周期窗口,继而在 $a = 1$ 后进入混沌状态.但是一旦考虑干扰系数 m 的影响,系统在长时间内变得更为复杂.图 1(b)给出了当干扰系数 $m = 0.5$ 时,系统(2)随参数 a 变化的分岔图像.一开始,系统经历了较长的周期 2 状态,然后经历了一段寄宿主和寄生虫能稳定地共同生存的状态之后,通过 Hopf 分岔进入混沌.可以计算系统(2)在 $a = 0.8$ 时发生 Hopf 分岔,这就表明在相空间中,系统有闭环伴随的拟周期运动状态.随着分岔参数的进一步

增大,系统将呈现出由稳定的周期运动状态和混沌状态交替出现的现象,在这些周期运动状态中不断有周期泡和岔式分岔等出现(图 2(a)、2(b)).当取 r 作为分岔参数时,图 3(a)、3(b)分别给出了干扰系数 $m = 0$ 和 0.5 时,寄生虫数量 P_t 随寄生主的繁殖率 r 的变化的分岔图,可以发现在没有干扰系数 m 的情况下,寄生虫和寄宿主有较长的稳定共同存在区间,系统这时经历了倍周期分岔通向混沌,倍周期分岔发生在 $r = 4.306$ 处.图 4(a)、4(b)分别给出了系统(2)在不同初值下,寄生虫数量 P_t 随干扰系数 m 变化的分岔图.

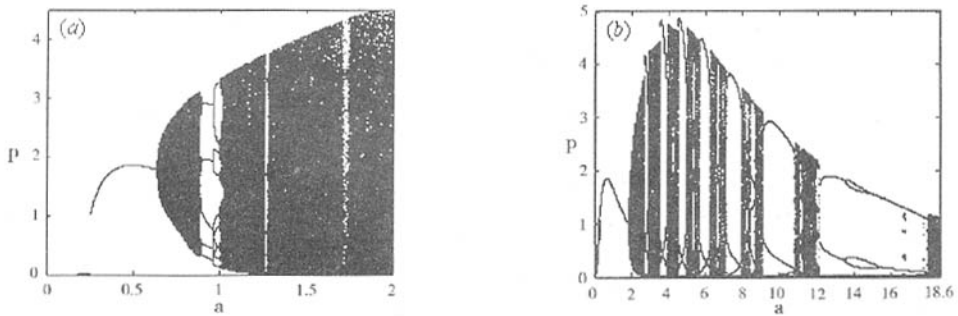


图 1 寄生虫数量 P_t 随参数 a 变化的分岔图

Fig. 1 Bifurcation diagrams of parasitoid population P_t with respect to parameter a

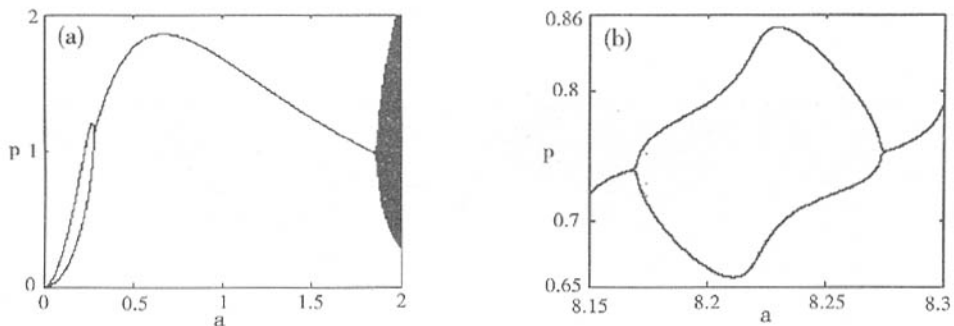


图 2 图 1(b)中的放大分岔图

Fig. 2 Local enlarged bifurcation diagrams in Fig. 1(b)

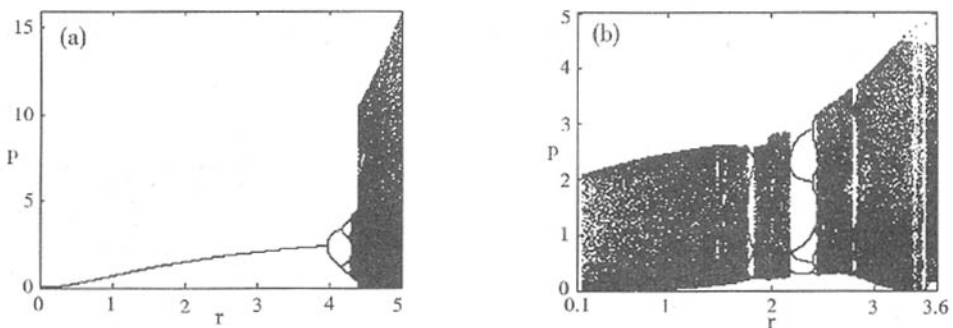


图 3 寄生虫数量 P_t 随寄生主本身增长率 r 变化的分岔图

Fig. 3 Bifurcation diagrams of parasitoid population P_t with respect to parameter r

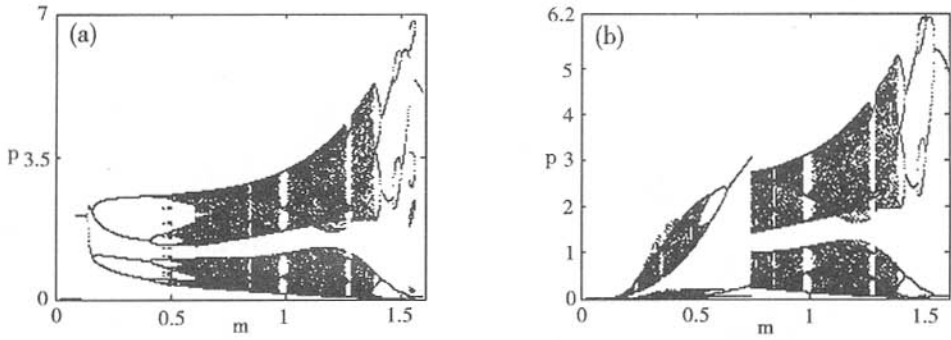


图4 寄生虫数量 P_i 随干扰系数 m 变化的分岔图

Fig. 4 Bifurcation diagram of parasitoid population P_i with respect to parameter m

2 Host - Parasitoid 系统通向混沌的道路及吸引盆结构

考虑图 1(a) 中参数下, Host - Parasitoid 系统通向混沌的途径, 从 Hopf 分岔点附近的相图(图

5) 可以看出, 系统(2) 在图 1(a) 的参数下, 从开始稳定的单焦点经过吸引不变圈、吸引不变圈的不断膨胀、破裂, 锁相到更高周期的吸引子上, 最后进入混沌运动状态. 图 6 给出了 Host - Parasitoid 系统

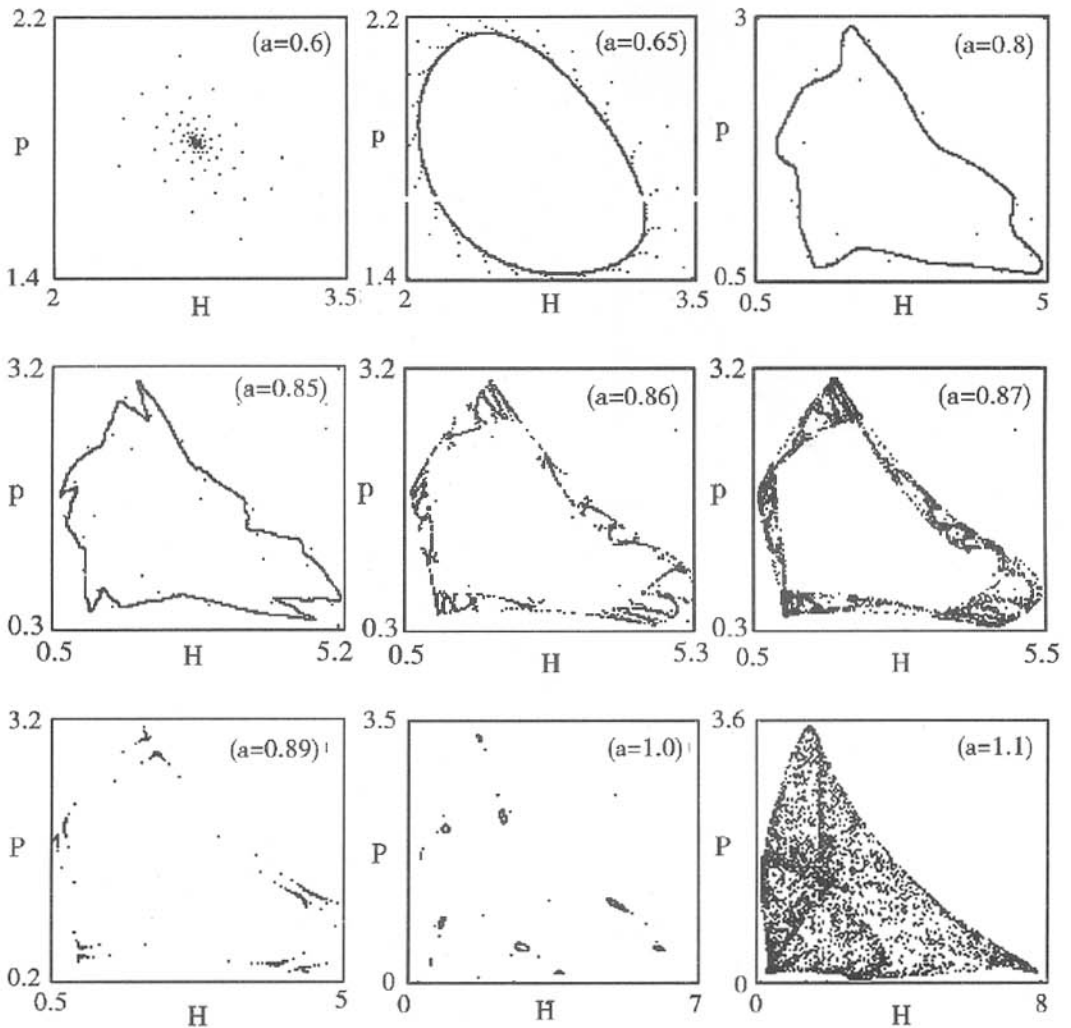


图5 Host - Parasitoid 系统在 Hopf 分岔点附近的相图

Fig. 5 Phase diagrams near Hopf bifurcation point of Host - Parasitoid system

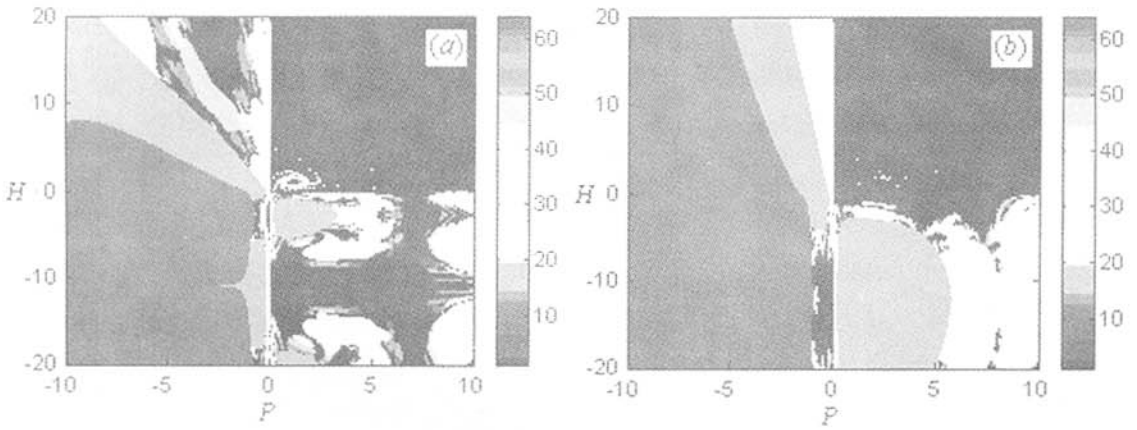


图 6 Host - Parasitoid 系统在不同参数下的吸引盆

Fig. 6 Basins of attractors of Host - Parasitoid system under different parameters

的吸引子及其稳定流形的最终状态的一部分图像。吸引盆为使动力学行为趋近于某个吸引子的全体初值的集合^[12],也就是说吸引盆上所有的点都趋向于吸引子。通过计算 Host - Parasitoid 系统在不同周期遍历下的吸引盆边界的分形维数,可知盆边界具有非整数维数边界,这些分形盆的边界仍是由不稳定不变集的稳定流形构成。图 6(a)、6(b)分别是系统(2)的稳定吸引不变圈($a = 1.9$)和含有稳定的焦点的吸引盆($a = 0.5$)。

3 Host - Parasitoid 系统的混沌控制

对图 1(a)的混沌状态(其中参数 $r = 2.4$ $K = 5$ $\mu = 1.1$)进行控制。设系统(2)被控制后的状态方程为

$$H_{t+1} = H_t \exp[r(1 - H_t/K)] + \mu_t \tag{3}$$

$$P_{t+1} = H_t [1 - \exp(-aP_t)] + v_t$$

根据控制到的目标 $g_t = (g_t^x, g_t^y)$,由参数开闭环控制法,有下式

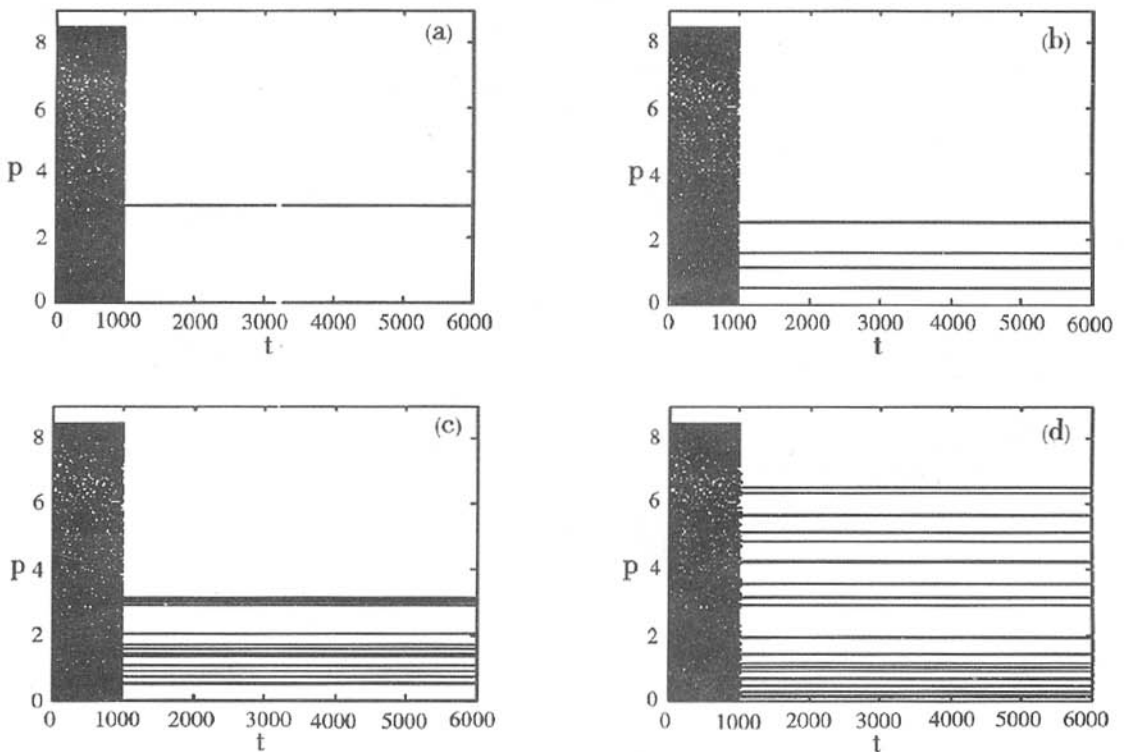


图 7 Host - Parasitoid 系统在控制后的周期轨道

Fig. 7 Periodic orbits under parameter open - plus - closed - loop method of Host - Parasitoid system

$$\begin{pmatrix} \mu_{i+1}^x \\ v_{i+1}^x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_{i+1}^x \\ g_{i+1}^y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} g_{i+1}^x \exp[r(1 - g_{i+1}^x/K) - ag_{i+1}^y] \\ g_i^y [1 - \exp(-ag_i^y)] \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} (1 - g_i^x r/K) \exp[r(1 - g_i^x/K) - ag_i^y] - A_1 & -g_i^x a \exp[r(1 - g_i^x/K) - ag_i^y] \\ 1 - \exp(-ag_i^y) & g_i^x a \exp(-ag_i^y) - A_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g_i^x - H_i \\ g_i^y - P_i \end{pmatrix} \quad (4)$$

其中定义矩阵 $A = \text{diag}(A_1, A_2)$ 并且 $|A_1| < 1, |A_2| < 1$.

将方程(4)代入到系统(3)中,然后通过构造正定的 Lyapunov 函数判断 Host - Parasitoid 系统的夹带边界就可以确定合适的控制目标 (g_i^x, g_i^y) .

设在 $t_0 = 1000$ 加入参数开闭环控制 $A_1 = 0.6, A_2 = 0.5$, 可以将 Host - Parasitoid 系统分别控制到稳定的周期轨道. 图 7(a), 7(b), 7(c) 和图 7(d) 分别为系统(2)的混沌运动状态被控制到的周期 1 轨道、周期 4 轨道、周期 15 轨道和周期 22 轨道.

4 结论

通过数值模拟的方法,研究了一种非线性离散系统 Host - Parasitoid 模型,得出了寄宿主和寄生虫二者的相互作用不仅能破坏系统的稳定,还能影响到系统的不稳定.通过取不同的分岔参数,分析了 Host - Parasitoid 模型的复杂的动力学行为.通过数值仿真,可以观察到岔式分岔伴随着倍周期分岔出现,奇怪吸引子、分形边界的吸引盆、间歇混沌和 Hopf 分岔等.最后利用参数开闭环控制法将系统的混沌状态有效的控制到了稳定的周期轨道.

参 考 文 献

- 1 May R. M. Simple mathematical models with very complicated dynamics. *Nature*, 1976, 261: 459 ~ 467
- 2 Moran PAP. Some remarks on animal population dynamics. *Biometrics*, 1950, 6: 250 ~ 257
- 3 Cailin Xu, Mark S. Boyce Dynamic complexities in a mutual interference host - parasitoid model. *Chaos, Solitons & Fractals* 2005, 24: 175 ~ 182
- 4 陈保颖, 包芳勋. 连续混沌系统的混沌同步控制. 动力学与控制学报, 2004, 2(4): 14 ~ 18. (Chen Baoying, Bao Fangxun. Chaos synchronization control of continuous chaotic systems. *Journal of dynamics and control*, 2004, 2

(4): 14 ~ 18 (in Chinese))

- 5 王立国, 黄文虎, 徐殿国等. 转子 - 轴承系统响应的分岔与混沌控制分析. 动力学与控制学报, 2004, 2(4): 39 ~ 43. (Wang Ligu, Huang Wenhui, Xu Dianguo, et. Analyzing and controlling bifurcation and chaos. *Journal of dynamics and control*, 2004, 2(4): 39 ~ 43 (in Chinese))
- 6 余龙华, 柳贵东, 施晓红. 磁悬浮系统的 Hopf 分岔自适应控制研究. 动力学与控制学报, 2006, 4(1): 54 ~ 58. (She Longhua, Liu Guidong, Shi Xiaohong. Adaptive control of magnetism system according to Hopf bifurcation. *Journal of dynamics and control*, 2006, 4(1): 54 ~ 58 (in Chinese))
- 7 蒋贵荣, 陆启韶, 钱临宁. 一类脉冲动力系统的状态反馈控制. 动力学与控制学报, 2005, 3(4): 17 ~ 23. (Jiang Guirong, Lu Qishao, Qian Linning. State feedback control of a class of impulsive dynamic systems. *Journal of dynamics and control*, 2005, 3(4): 17 ~ 23. (in Chinese))
- 8 梁建术, 陈子恕. Bonhoeffer - Van der Pol 方程的混沌控制. 动力学与控制学报, 2004, 2(3): 42 ~ 47. (Liang Jianshu, Chen Yushu. Control of chaotic Bonhoeffer - Van Der Pol equation. *Journal of dynamics and control*, 2004, 2(3): 42 ~ 47 (in Chinese))
- 9 Li - Qun Chen. An open - plus - closed - loop control for discrete chaos and hyperchaos. *Physics Letters A*, 2001, 281: 327 ~ 333
- 10 Li - Qun Chen, Yan - Zhu Liu. The modified open - plus - closed - loop control of chaos in nonlinear oscillations. *Physics Letters A*, 1998, 245(1 - 2): 87 ~ 90
- 11 Li - Qun Chen, Yan - Zhu Liu. A parametric open - plus - closed - loop approach to control chaos in nonlinear oscillations. *Physics Letters A*, 1999, 262(4 - 5): 350 ~ 357
- 12 刘延柱, 陈立群. 非线性振动. 北京: 高等教育出版社, 2001, 279 ~ 280 (Liu Y Z, Chen L Q. *Nonlinear Vibrations*. Bei jing: High Education Press, 2001, 279 ~ 280 (in Chinese))

BIFURCATION AND CHAOS CONTROLLING IN HOST - PARASITOID SYSTEM *

Chu Yandong¹ Li Xianfeng¹ Zhang Jiangang²

(1. *Nonlinear Science Research Center , Lanzhou Jiaotong University , Lanzhou 730070 , China*)

(2. *School of Mathematics , Physics and Software Engineering , Lanzhou Jiaotong University , Lanzhou 730070 , China*)

Abstract By numerical simulation method , we studied the Host - Parasitoid model , which was a nonlinear discrete system to describe the interaction between the population of herbivorous arthropods and their insect parasitoids. Many forms of complex dynamics were observed , including the periodic bubbles , pitchfork bifurcation with period - doubling cascade , Hopf bifurcation and intermittent chaos. The nonlinear characteristic of the system was discussed in detail and illustrated by periodic or chaotic attractors , basins of attractors with fractal boundaries. All the methods confirmed the passing of the system from regularity to chaos. The effect of the parameters change in the system could be found in the bifurcation diagrams and the phase graphics near the Hopf bifurcation point. Finally , the system could be controlled from chaos to different periodic orbits effectively by using the parameters open - plus - close control law.

Key words Host - Parasitoid system , bifurcation , chaos , basins of attraction , chaos control