

横向磁场中矩形薄板在分布载荷作用下混沌分析(II)*

朱为国^{1,2} 白象忠¹

(1.燕山大学建筑工程与力学学院,秦皇岛 066004)(2.淮阴工学院交通工程系,淮安 223001)

摘要 在应用 Melnikov 函数方法,给出受横向分布载荷作用下,矩形薄板的磁弹性耦合系统发生混沌运动的条件和混沌运动判据的基础上,建立了 Duffing 振动系统的微分方程,针对薄板的磁弹性耦合振动系统做了混沌运动分析.应用 Matlab 程序,对系统的混沌特性作了仿真实验分析,给出了不同 γ 值时的相图和位移波形图,并将本文(I)中 Melnikov 函数法的判断条件与仿真结果作比较,两者的结果是一致的,而且仿真实验反映的混沌更具有丰富的数字特性.本文给出的方法可以推广到其他不同边界条件和不同外载荷条件下弹性薄板的磁弹性振动问题的研究.

关键词 混沌运动, Melnikov 函数, Matlab 仿真, 相图, 位移波形图, Smale 马蹄变换

引言

混沌是一种貌似无规则的运动,指在确定性非线性系统中,不需要附加任何随机因素亦可出现类似随机的行为(内在的随机性).混沌系统的最大特点就在于系统的演化对初始条件十分敏感,因此从长期意义上讲,系统的未来行为是不可预测的^[1-5].混沌是非线性科学中十分活跃、应用前景极为广阔的领域^[6-16].目前,国内外学者对机械载荷作用下板的混沌运动作了大量的研究,也取得了许多研究成果^[6-9].特别是国内学者对非线性弹性矩形板横向微扰动时的混沌运动作了研究^[10,11],但是对机械载荷作用与磁弹性耦合作用下混沌问题的研究还不多见.近些年来,机械工程中特别是微机械工程中,存在许多涉及非铁磁载流薄板在电磁场与机械荷载共同作用下的振动问题,使对载流薄板的磁弹性混沌问题研究成为工程设计人员极度关注的研究课题之一.

本文在应用 Melnikov 函数方法,给出受横向均布载荷作用下,矩形薄板的磁弹性耦合系统发生混沌运动的条件的基础上,建立其 Duffing 振动系统的微分方程,并对该系统数学模型进行 Matlab 仿真实验分析,给出了不同 γ 值时的相图和位移波形图,并对其进行了对比分析.

1 磁弹性薄板振动系统混沌运动仿真模型建立

当四边简支的金属矩形薄板,置于横向磁场 $\vec{B}(0, 0, B_z)$ 中,同时受有横向均布载荷 $\vec{P}(0, 0, P_3)$ 作用,由《横向磁场中矩形薄板在分布载荷作用下混沌分析(I)^[12]》知,可以建立其 Duffing 振动系统为

$$\ddot{X} + \delta\dot{X} + \alpha X - \beta X^3 = \gamma \cos(\omega t) \quad (1)$$

对该系统数学模型进行 Matlab 仿真实验分析,仿真模型如图 1 所示.基于 Matlab/Simulink 模块建立的仿真模型中, Sine Wave 为正弦/余弦波信息源输入,将 \ddot{X} (加速度)对时间积分(Integrator),得到 \dot{X} (速度),由示波器 Scope 输出速度波形图,再将 \dot{X} (速度)积分(Integrator1)得到 X (位移),由示波器 Scope1 输出位移波形图, XY Graph 输出速度-位移相图,再将 X (位移)积分两次(Integrator2、Integrator3)得到 X^3 项,将各项增益(Gain、Gain1、Gain2、Gain3)后叠加,则构成如图 1 所示的该连续系统模型.

有一由铁材料制成的薄板,板厚为 $h = 1 \times 10^{-4}$ m,密度为 $\rho = 7850$ kg/m³,弹性模量 $E = 200$ GPa,泊松比 $\nu = 0.25$,电导率 $\sigma = 6.3 \times 10^6$ ($\Omega \cdot \text{m}$)⁻¹.为了便与计算,边长取 $a = b = \pi$ m,共振时 $\omega = 1$.将已知参数代入文献[12]的(8)式中的各

项系数的表达式中得

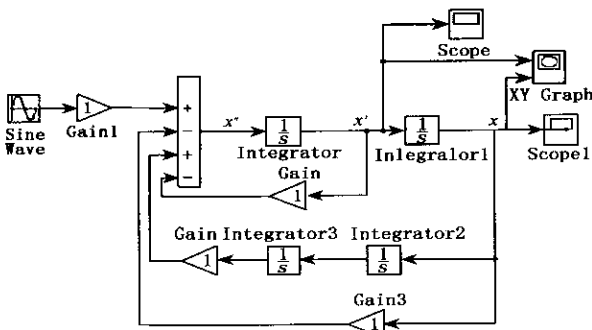


图 1 系统(1)的仿真模型

Fig.1 Simulated model of(1) system

$$\alpha \approx 0.0906, \beta \approx 1.3588 \times 10^7 w_0^2,$$

$$\delta \approx 1.3376 \times 10^{-6} B_z^2, \gamma \approx 1.2739 p/w_0$$

同时将这些参数代入文献[12]的(23)式中,由计算得知,只要 $p > 1.3 \times 10^{-9} B_z^2$ 时,该系统就可能存在 Smale 马蹄变换意义下的混沌运动.

2 MATLAB 数值仿真分析

数值仿真模拟是针对横向磁场中的矩形薄板进行的.采用四阶龙格-库塔法编制 Matlab 仿真程序.计算时,给定在 $w_0 = 1 \times 10^{-3} \text{ m}$, $B_z = 0.5 \text{ T}$ 的条件下,取不同的 γ 值进行仿真计算,得出了不同值时的相图和位移波形图如图 2 至图 15 所示.

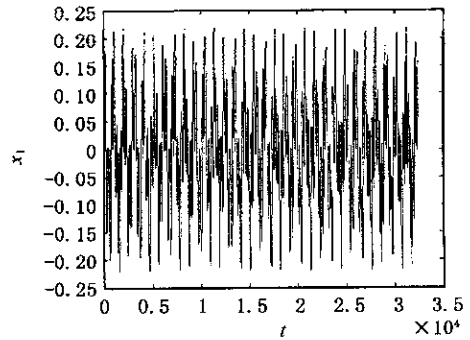
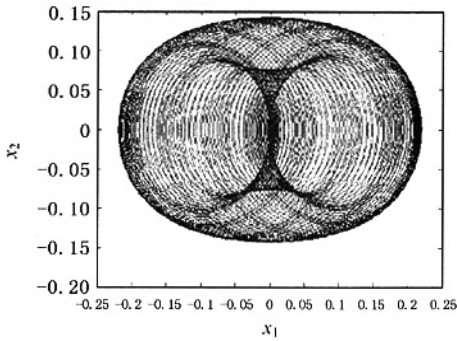


图 2 $\gamma = 0.1$ 时的相图和位移波形图

Fig.2 Phase diagram and wave of displacement when $\gamma = 0.1$

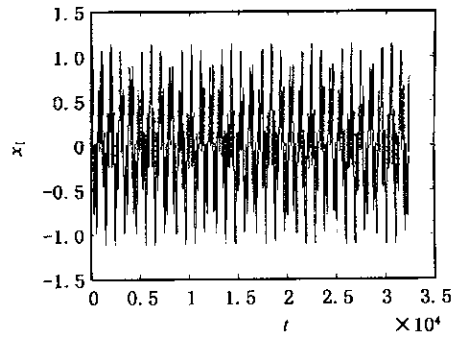
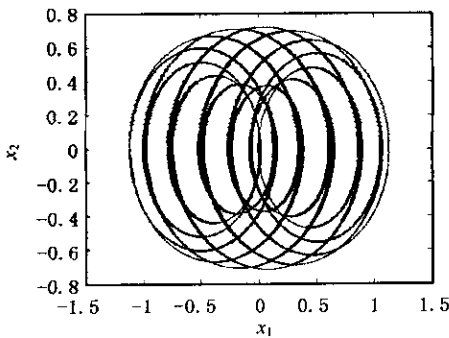


图 3 $\gamma = 0.5$ 时的相图和位移波形图

Fig.3 Phase diagram and wave of displacement when $\gamma = 0.5$

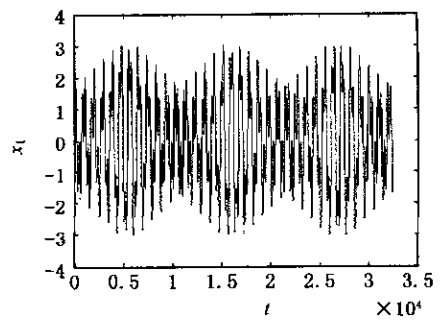
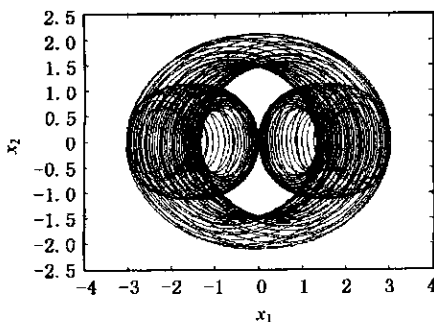


图 4 $\gamma = 1.00$ 时的相图和位移波形图

Fig.4 Phase diagram and wave of displacement when $\gamma = 1.00$

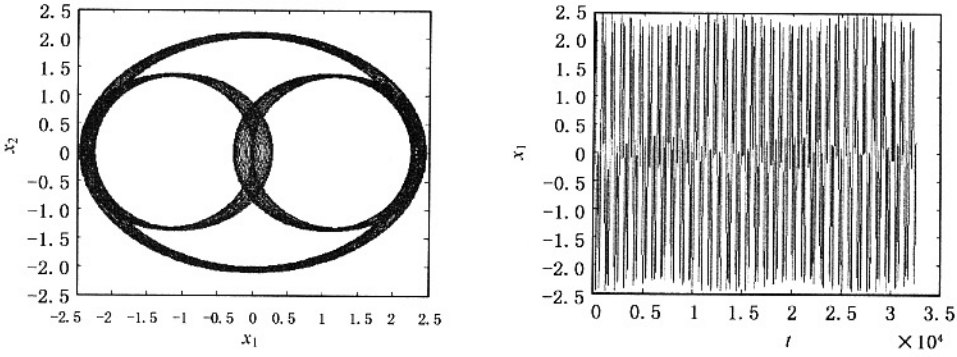


图5 $\gamma = 1.40$ 时的相图和位移波形图

Fig.5 Phase diagram and wave of displacement when $\gamma = 1.40$

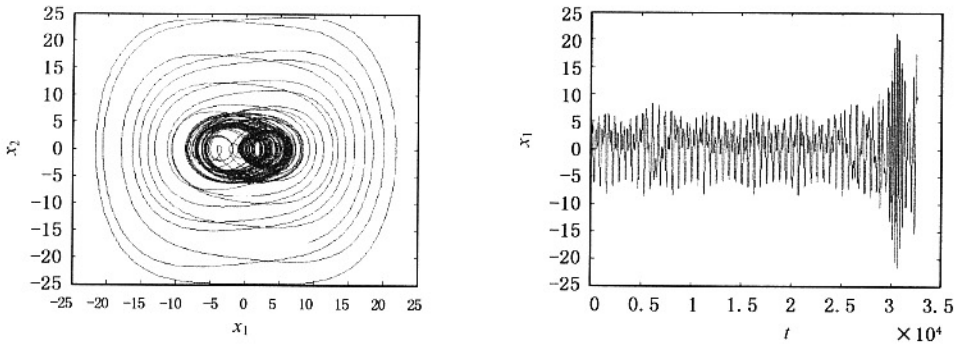


图6 $\gamma = 2.80$ 时的相图和位移波形图

Fig.6 Phase diagram and wave of displacement when $\gamma = 2.80$

由图 2, 可以看出, 当 γ 很小 ($p > 1.3 \times 10^{-9} B_2^2$) 时, 系统处于混沌运动状态; 由图 3 至图 5, 系统进入交叠的大周期状态, 相图形状变化较大, 呈现不同的轮胎状, 随着 γ 的增大相图变稠密, 振荡周期也发生变化. 图 6 说明, 当 $\gamma = 2.80$ 时系统由大周期向混沌状态发展过程.

大周期状态逐步向混沌过渡, 其中图 9 和图 14 则说明系统已完全进入混沌状态.

图 10 至图 13, 系统由混沌状态向大周期状态发展, 到图 14 又进入混沌状态, 而图 15 则又呈现大周期状态, 而且同样可以看出图 11 与图 15 的相图形状基本相同.

由图 7 至图 9 以及图 10 至图 14 可见, 系统又由

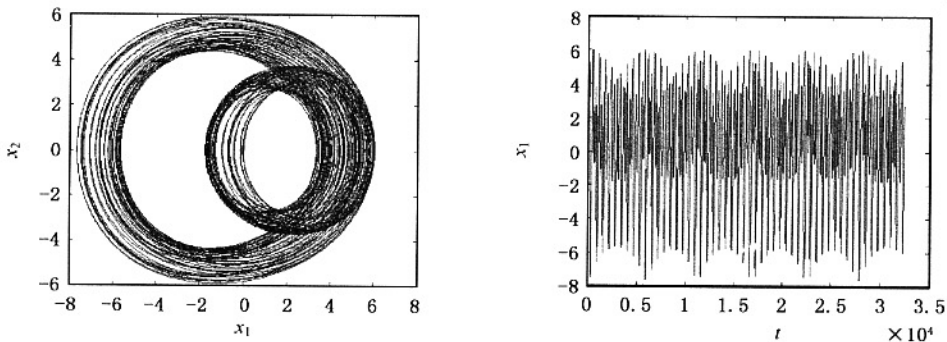


图7 $\gamma = 3.20$ 时的相图和位移波形图

Fig.7 Phase diagram and wave of displacement when $\gamma = 3.20$

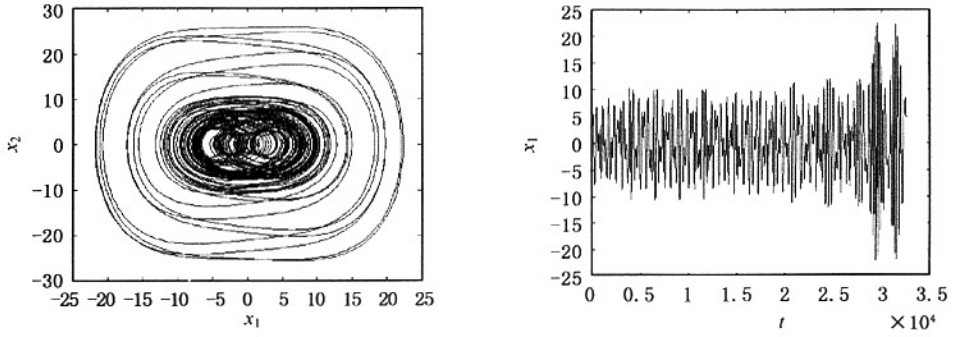


图 8 $\gamma = 3.28$ 时的相图和位移波形图

Fig.8 Phase diagram and wave of displacement when $\gamma = 3.28$

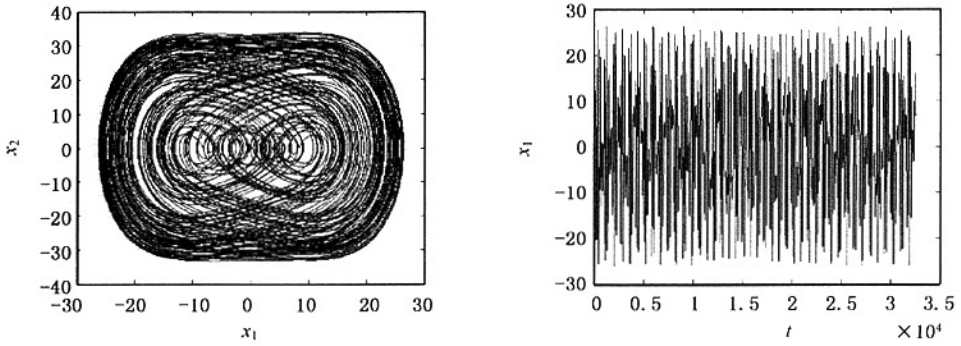


图 9 $\gamma = 9.652$ 时的相图和位移波形图

Fig.9 Phase diagram and wave of displacement when $\gamma = 9.652$

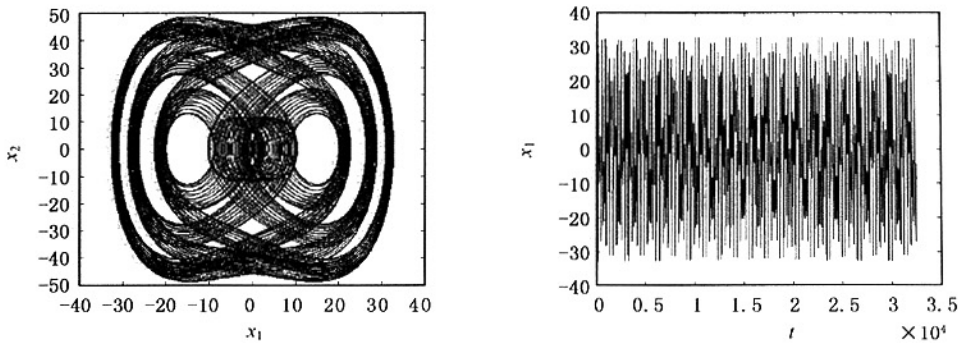


图 10 $\gamma = 29.00$ 时的相图和位移波形图

Fig.10 Phase diagram and wave of displacement when $\gamma = 29.00$

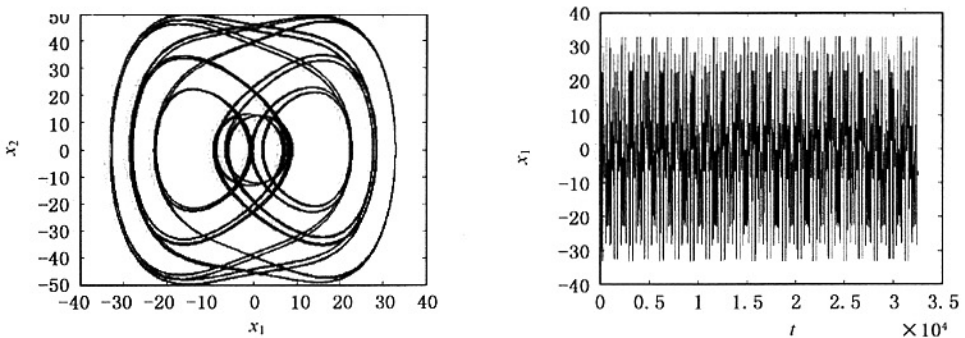


图 11 $\gamma = 30.00$ 时的相图和位移波形图

Fig.11 Phase diagram and wave of displacement when $\gamma = 30.00$

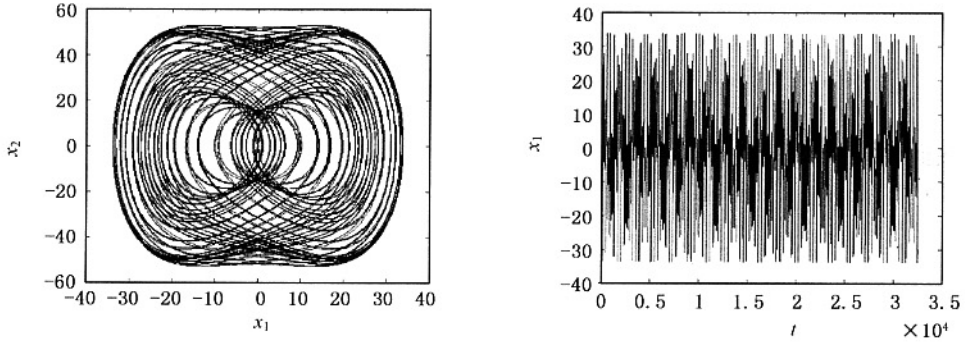


图 12 $\gamma = 32.00$ 时的相图和位移波形图

Fig. 12 Phase diagram and wave of displacement when $\gamma = 32.00$

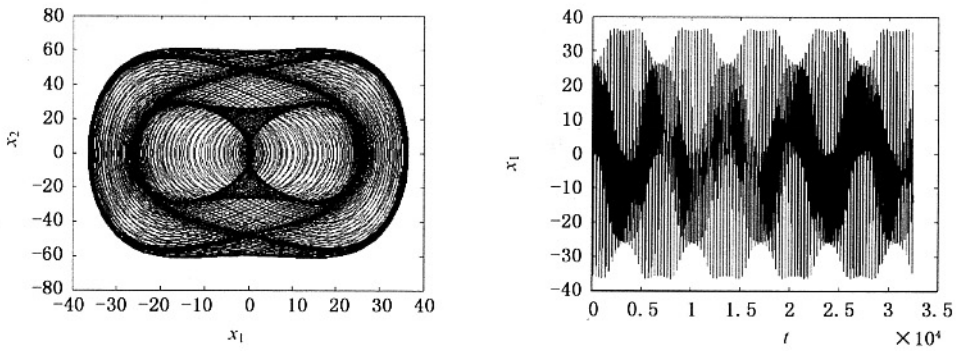


图 13 $\gamma = 39.75$ 时的相图和位移波形图

Fig. 13 Phase diagram and wave of displacement when $\gamma = 39.75$

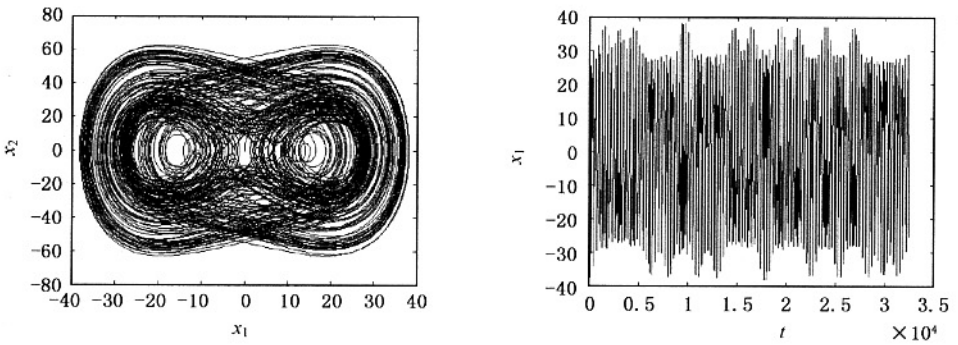


图 14 $\gamma = 50.00$ 时的相图和位移波形图

Fig. 14 Phase diagram and wave of displacement when $\gamma = 50.00$

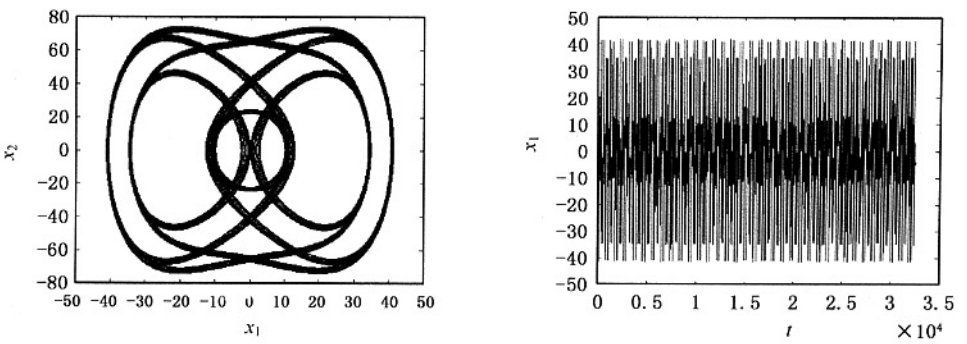


图 15 $\gamma = 80.00$ 时的相图和位移波形图

Fig. 15 Phase diagram and wave of displacement when $\gamma = 80.00$

在给定的条件下,由文献[12]的 Melnikov 方法判断可知:当 p 为很小值($p < 1.3 \times 10^{-9} B_z^2 = 3.25 \times 10^{-10}$)时,系统可能发生混沌运动,而由数值仿真结果可知:在此给定条件下,该系统的运动状态十分复杂,即在周期状态、大周期状态和混沌运动状态之间过度存在.由此可见,两者的结果是一致的.同时仿真的结果还反映了式(1)系统混沌运动的更丰富的、复杂的状态特性.在其他参数一定的条件下,随着 $\chi(p)$ 的增加,该系统的运动状态从周期态到混沌态,再到大尺度周期态变化,在混沌过

程中又含有周期的窗口.这些是动力系统混沌运动的独特的数字特性,对了解混沌运动规律性十分重要,而用 Melnikov 理论的解析方法是无法得到丰富的数字特性的.

图 16 至图 19 是当选取同样的状态参数,铁制薄板在力、磁耦合作用下,取 $\gamma = 50$ 时,变化电磁场强度 B_z 的情况下得到的相轨迹图形.从图形可以看出,仅在 $\gamma = 50$ 的特定条件下,随着电磁场强度 B_z 的增加,相图变化不太大,几乎处于同一混沌运动状态.

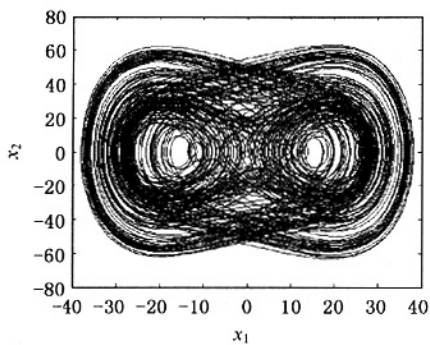


图 16 $\gamma = 50, B_z = 1.0 \times 10^{-6} \text{T}$ 时的相图

Fig. 16 Phase diagram when $\gamma = 50, B_z = 1.0 \times 10^{-6} \text{T}$

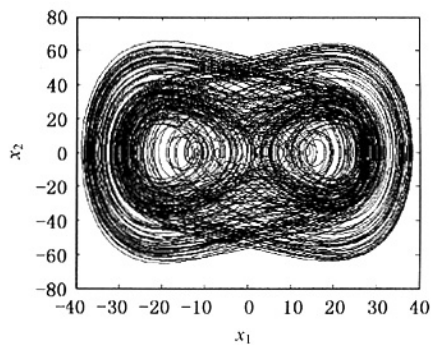


图 17 $\gamma = 50, B_z = 0.2 \text{T}$ 时的相图

Fig. 17 Phase diagram when $\gamma = 50, B_z = 0.2 \text{T}$

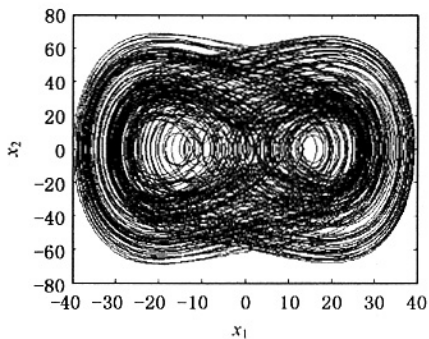


图 18 $\gamma = 50, B_z = 0.6 \text{T}$ 时的相图

Fig. 18 Phase diagram when $\gamma = 50, B_z = 0.6 \text{T}$

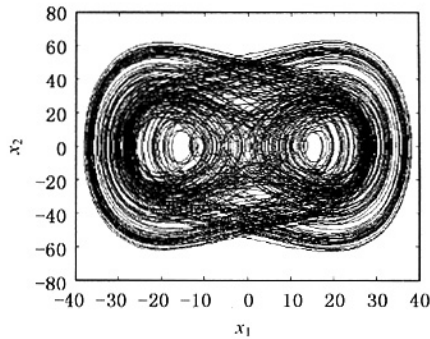


图 19 $\gamma = 50, B_z = 1 \text{T}$ 时的相图

Fig. 19 Phase diagram when $\gamma = 50, B_z = 1 \text{T}$

3 结论

本文对薄板的磁弹性耦合振动系统做了混沌运动分析.用 Matlab 程序对系统的混沌特性作了仿真实验.并将(I)文中 Melnikov 函数方法的判断条件与仿真结果作比较,两者的结果是一致的,而且仿真实验反映的混沌更具有丰富的数字特性.本文给出的求解方法可以推广应用到不同边界条件和不同外载荷条件下薄板的磁弹性振动问题的研究中.

本文的研究结果,可供机械工程和微机械中载流电磁结构的安全性、可靠性设计时参考.

参 考 文 献

- 1 陈予恕. 非线性振动系统的分岔与混沌理论. 北京: 高等教育出版社, 1993(Chen Yushu. Bifurcation and Chaos Theory of Nonlinear Oscillation System. Beijing: Higher Education Publishing House 1993(in Chinese))
- 2 王聪玲, 龙运佳. 关于混沌振动的研究. 中国农业大学学报, 1997, 2(6): 23 ~ 27(Wang Congling, Long Yunjia.

- Study on Chaotic Vibration. *Journal of China Agriculture University*, 1997, 2(6): 23 ~ 27 (in Chinese))
- 3 黄润生编著. 混沌及应用. 武汉: 武汉大学出版社, 2000 (Huang Runsheng. Chaos and Application. Wuhan: Wuhan University Publishing House 2000 (in Chinese))
 - 4 魏高峰, 高洪芬, 崔海梅. 混沌振动的产生及其特性. 山东轻工业学院学报, 2002, 16(2): 22 ~ 24 (Wei Gaofeng, Gao Hongfen, Cui Haimei. On Chaotic Vibration and Its Geometrical Characteristics. *Journal of Shandong Institute of Light Industry*, 2002, 16(2): 22 ~ 24 (in Chinese))
 - 5 李银山, 李欣业, 刘波. 分岔混沌非线性振动及其在工程中的应用. 河北工业大学学报, 2004, 33(2): 96 ~ 103 (LI Yinshan, LI Xinye, LIU Bo. Bifurcation, Chaos, Nonlinear Oscillations and Their Application in Engineering. *Journal of Hebei University of Technology*, 2004, 33(2): 96 ~ 103 (in Chinese))
 - 6 袁尚平, 张惠侨, 孙东. 简支矩形屈曲薄板非线性振动特性及分叉分析. 机械设计与研究, 1997, 2(4): 6 (Yuan Shangping, Zhang Huiqiao, Sun Dong. Nonlinear Vibration Characteristics and Bifurcation Analysis of Rectangular Thin Plate Simply Supported. *Design and Research of Machine*, 1997, 2(4): 6 (in Chinese))
 - 7 赵永刚. 圆薄板在复合载荷作用下的非线性振动问题. 甘肃工业大学学报, 1997, 23(4): 92 ~ 95 (Zhao Yonggang. Non-linear Vibration Problem of Circular Plate under Multiple Loads. *Journal of Gansu University of Technology*, 1997, 23(4): 92 ~ 95 (in Chinese))
 - 8 孙中奎, 徐伟, 杨晓丽. 谐和激励与随机噪声作用下具有势的 Duffing 振子的混沌运动. 动力学与控制学报, 2005, 3(3): 13 ~ 22 (Sun Zhongkui, Xu Wei, Yang Xiaoli. Effect of Random Noise on Chaotic Motion of A Particle in Apotential. *Journal of Dynamics and Control*, 2005, 3(3): 13 ~ 22 (in Chinese))
 - 9 梁建术, 陈予恕. Bonhoeffer-Van Der Pol 方程的混沌控制. 动力学与控制学报, 2004, 2(3): 42 ~ 47 (Liang Jiangshu, Chen Yushu. Control of Chaotic Bonhoeffer-Van Der Pol Equation. *Journal of Dynamics and Control*, 2004, 2(3): 42 ~ 47 (in Chinese))
 - 10 韩强, 张年梅, 张善元, 杨桂通. 非线性弹性矩形板横向微扰动时的混沌运动(I). 太原工业大学学报, 1997, 28(3): 15 ~ 18 (Han Qiang, Zhang Nianmei, Zhang Shanyuan, Yang Guitong. The Chaotic Motion of a Nonlinear Elastic Rectangular Plate(I). *Journal of Taiyuan University of Technology*, 1997, 28(3): 15 ~ 18 (in Chinese))
 - 11 韩强, 张年梅, 张善元, 杨桂通. 非线性弹性矩形板横向微扰动时的混沌运动(II). 太原工业大学学报, 1997, 28(4): 13 ~ 17 (Han Qiang, Zhang Nianmei, Zhang Shanyuan, Yang Guitong. The Chaotic Motion of a Nonlinear Elastic Rectangular Plate(II). *Journal of Taiyuan University of Technology*, 1997, 28(4): 13 ~ 17 (in Chinese))
 - 12 朱为国, 白象忠. 横向磁场中矩形薄板在分布载荷作用下混沌分析(I). 动力学与控制学报, 2006, 4(2): 156 ~ 161 (Zhu Weiguo, Bai Xiangzhong. The Chaos Analysis of Rectangular Plate under Uniform Load in Transverse Magnetic Field(I). *Journal of Dynamics and Control*, 2006, 4(2): 156 ~ 161 (in Chinese))
 - 13 任九生, 程昌钧. 地基波动影响下非线性粘弹性桩的混沌运动分析. 动力学与控制学报, 2005, 3(1): 29 ~ 33 (Ren Jiusheng, Cheng Changjun. Chaotic motion analysis in piles of nonlinear viscoelastic materials considering the motion of ground soul. *Journal of Dynamics and Control*, 2005, 3(1): 29 ~ 33 (in Chinese))
 - 14 刘伟, 张劲夫. 粘弹性传动带的分岔特性和混沌振动分析. 动力学与控制学报, 2005, 3(3): 63 ~ 68 (Liu Wei, Zhang Jinfu. Analysis of bifurcation and chaotic motion on transmission visco-elastic belts. *Journal of Dynamics and Control*, 2005, 3(3): 63 ~ 68 (in Chinese))
 - 15 孔令勇, 岳宝增. 外扰力矩作用下附三转子航天器混沌动力学分析. 动力学与控制学报, 2006, 4(1): 27 ~ 31 (Kong Lingyong, Yue Baozeng. Analysis on chaotic attitude dynamics of spacecraft with three rotors subjected to external perturbation torques. *Journal of Dynamics and Control*, 2006, 4(1): 27 ~ 31 (in Chinese))
 - 16 王琳, 倪樵, 黄玉盈. 流动压力作用下板状叠层结构的分岔与混沌. 动力学与控制学报, 2006, 4(1): 32 ~ 36 (Wang Lin, Ni Qiao, Huang Yuying. Bifurcation and chaos in a parallel plate-type structure under flowing pressure. *Journal of Dynamics and Control*, 2006, 4(1): 32 ~ 36 (in Chinese))

THE CHAOS ANALYSIS OF RECTANGULAR PLATE UNDER DISTRIBUTED LOAD IN TRANSVERSE MAGNETIC FIELD(II)*

Zhu Weiguo^{1,2} Bai Xiangzhong¹

(1. Department of Civil Engineering and Mechanics , Yanshan University , Qinhuangdao 066004 ,China)

(2. Transportation Engineering Department , HuaiYin Institute of Technology , Huaian 223001 ,China)

Abstract Under the conditions of chaos and on the basis of the chaos criterion for the system about Smale horse hoof commutation of thin rectangular plate in the transverse electro-magnetic field under distributed transverse loads , the differential equations of Duffing vibration system were built by the method of Melnikov function . The chaotic motion of the coupled vibration of the thin elastic-magnetic plate was analyzed. The vibration system was simulated by Matlab program , the chaotic characteristics were analyzed , and the phase diagrams and wave diagrams of displacement with different γ were obtained. The results were compared with those obtained by Melnikov function method in paper(I) , and the two results were identical. The chaotic motion of the simulating experiment was of more digital characteristics. The method in this paper can be extended to study the elastic-magnetic vibration of thin plate under different boundary conditions and different external loads .

Key words chaos , melnikov function , Matlab simulation , phase diagram , wave diagram of displacement , Smale horse hoof commutation