

考虑内流压力时输流曲管的混沌运动及其抑制模型*

王琳 倪樵 黄玉盈

(华中科技大学土木工程与力学学院, 武汉 430074)

摘要 考虑内部流体压力因素的影响,研究了具有非线性运动约束输流曲管的混沌运动及其抑制模型.首先,在输流曲管的运动微分方程中计入流体压力作用项,并采用微分求积法对此方程进行离散化处理.然后,通过数值迭代计算,分析了在流体压力这一参数区域内曲管的多种运动形态(包括混沌运动).研究表明,流体压力因素对曲管的动力响应有较大的影响,在实际工程中应给予充分考虑.在此基础上,提出了一种曲管的混沌抑制模型,有效的消除了系统的混沌运动.

关键词 输流曲管,混沌运动,流体压力,抑制

引言

迄今,输流曲管模型作为一种典型工程结构,已成为结构动力学研究的新范例.由于该问题本身的复杂性,其研究工作主要集中于线性振动方面的内容.学术界陆续研究了线性条件下输流曲管的动力特性,如临界流速、固有频率和失稳方式等^[1-3].目前,对于输流曲管非线性振动方面的研究还很不充分,大都限于对此模型的非线性运动方程进行理论推导^[4,5].最近,文献[6-8]初步研究了具有运动约束作用下输流曲管的分岔与混沌行为,采用牛顿法导出了具有运动约束作用输流曲管的控制方程,此方程包含了流体压力的作用项;然而,在数值计算时,该文却没有考虑流体压力的影响.文献[2]的分析结果表明,流体压力的大小对曲管的固有频率有一定的影响.因此,若考虑流体压力的作用,曲管的非线性动力响应可能会随之发生一定的改变,这就是本文所要进行的主要工作之一.此外,本文还提出一种抑制混沌的简易模型,可有效的消除曲管系统的混沌运动.

1 分析模型

本文所研究的输流曲管模型如图1所示.在 θ_c 处设置有运动约束,此约束可用非线性弹簧来描述.设定 θ 为关于角度的坐标,曲管在切向和径向的位移分别为 w 和 u .根据文献[6,9],运动约束的作用可写成如下形式的非线性力

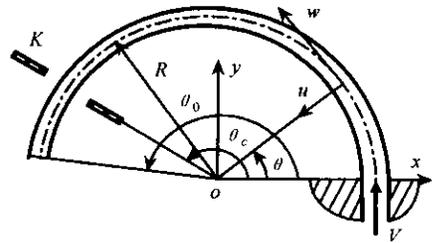


图1 输流曲管结构示意图

Fig.1 A schematic diagram of the curved pipe conveying fluid

$$f = Ku^3 \delta(\theta - \theta_c) \quad (1)$$

式中, K 表示非线性刚度系数, δ 表示Dirac delta函数.由文献[6]可知,输流曲管的运动微分方程可写成

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^6 w}{\partial \theta^6} + \left(2 + \frac{AR^2 p}{EI} + \frac{MR^2 V^2}{EI}\right) \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^4} + \\ & \left(1 + \frac{AR^2 p}{EI} + \frac{2MR^2 V^2}{EI}\right) \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \\ & \frac{MR^2 V^2}{EI} w + \frac{2MR^3 V}{EI} \frac{\partial^4 w}{\partial t \partial \theta^3} + \\ & \frac{2MR^3 V}{EI} \frac{\partial^2 w}{\partial t \partial \theta} + \frac{(M+m)R^4}{EI} \times \\ & \frac{\partial^4 w}{\partial t^2 \partial \theta^2} - \frac{(M+m)R^4}{EI} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \\ & \frac{3R^4}{EI} \left[K \left(\frac{\partial w}{\partial \theta} \right)^2 \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right] \delta(\theta - \theta_c) + \\ & \frac{R^4}{EI} \left[K \left(\frac{\partial w}{\partial \theta} \right)^3 \right] \delta'(\theta - \theta_c) = 0 \quad (2) \end{aligned}$$

其中, V 表示曲管内部流速, R 为曲管轴心线的半径, m 为曲管单位长度的质量, EI 为曲管的有效弯

曲刚度, A 为流体的横截面积, M 为管内流体单位长度的质量, p 为管内流体压力.

将方程(2)作无量纲化后可得

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\theta_0^6} \frac{\partial^6 \xi}{\partial \zeta^6} + (2 + \mu + v^2) \frac{1}{\theta_0^4} \frac{\partial^4 \xi}{\partial \zeta^4} + (1 + \mu + \\ & 2v^2) \frac{1}{\theta_0^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial \zeta^2} + v^2 \xi + 2\beta^{1/2} v \frac{1}{\theta_0^3} \times \\ & \frac{\partial^4 \xi}{\partial \tau \partial \zeta^3} + 2\beta^{1/2} v \frac{1}{\theta_0} \frac{\partial^2 \xi}{\partial \tau \partial \zeta} + \frac{1}{\theta_0^2} \times \\ & \frac{\partial^4 \xi}{\partial \tau^2 \partial \zeta^2} - \frac{\partial^2 \xi}{\partial \tau^2} + 3 \left[k \frac{\partial^2 \xi}{\partial \zeta^2} \left(\frac{\partial \xi}{\partial \zeta} \right)^2 \right] \times \\ & \delta(\zeta - \zeta_c) + \left[k \left(\frac{\partial \xi}{\partial \zeta} \right)^3 \right] \times \\ & \frac{\partial \delta(\zeta - \zeta_c)}{\partial \zeta} = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

上式中, θ_0 为曲管的张角, 其无量纲参数为 $\xi = w/R$, $\eta = u/R$, $\zeta = \theta/\theta_0$, $\beta = M/(m + M)$, $v = (M/EI)^{1/2} RV$, $\tau = [EI/(M + m)]^{1/2} t/R^2$, $k = K(R^6/EI\theta_0^5)$, $\mu = AR^2 p/EI$. 在方程(3)中, 参数 μ 反映了流体压力的作用, 这一参数在文[6]的数值分析中被忽略为零($\mu = 0$). 因此, 流体压力这一因素对曲管的非线性动力响应如何影响, 尚未得以揭示, 值得进一步考究. 引入曲管的边界条件^[2]后, 可对方程(3)定解. 曲管系统的边界条件可写成

$$\xi(0, \tau) = \eta(0, \tau) = \frac{\partial \eta(0, \tau)}{\partial \zeta} = 0 \quad (4a)$$

$$\frac{1}{\theta_0^3} \frac{\partial^3 \xi(1, \tau)}{\partial \zeta^3} + \frac{1}{\theta_0} \frac{\partial \xi(1, \tau)}{\partial \zeta} = 0 \quad (4b)$$

$$\frac{1}{\theta_0^4} \frac{\partial^4 \xi(1, \tau)}{\partial \zeta^4} + \frac{1}{\theta_0^2} \frac{\partial \xi^2(1, \tau)}{\partial \zeta^2} = 0 \quad (4c)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\theta_0^5} \frac{\partial^5 \xi(1, \tau)}{\partial \zeta^5} + \frac{1}{\theta_0^3} \frac{\partial \xi^3(1, \tau)}{\partial \zeta^3} + 2\beta^{1/2} v \times \\ & \frac{1}{\theta_0^2} \frac{\partial^3 \xi(1, \tau)}{\partial \tau \partial \zeta^2} + 2\beta^{1/2} v \frac{\partial \xi(1, \tau)}{\partial \tau} + \\ & \frac{1}{\theta_0} \frac{\partial^3 \xi(1, \tau)}{\partial \tau^2 \partial \zeta} + v^2 = 0 \end{aligned} \quad (4d)$$

2 运动方程的离散化

本文采用微分求积法(DQM)对输流曲管在空间域上直接进行离散化, 从而可以得到较为简洁的非线性动力学方程组. 微分求积法本质上是把函数在给定网点上的各阶导数值近似的用域上全部网点处的函数值的加权和表示. 有关此法的详细过程, 可参阅文献[7, 10], 此处不再赘述. 取网点数 N

$= 12$, 采用下列公式划分区域 $\zeta(0 \leq \zeta \leq 1)$ 得到非均匀网点

$$\begin{aligned} & \zeta_1 = 0, \zeta_2 = \Delta, \zeta_3 = 2\Delta, \\ & \zeta_{N-2} = 1 - 2\Delta, \zeta_{N-1} = 1 - \Delta, \zeta_N = 1, \\ & \zeta_i = \frac{1}{2} \left[1 - \cos \left(\frac{i-3}{N-4} \pi \right) \right], \\ & (i = 4, 5, \dots, N-3) \end{aligned}$$

Δ 是为了引入边界条件而采用的邻接处理, Δ 为小量 ($\Delta = 10^{-3} \sim 10^{-6}$). 将微分求积法应用于本文所研究的管道模型, 可得到运动方程(3)和系统边界条件(4)的DQM格式为

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^N \left[\frac{1}{\theta_0^6} A_{ij}^{(6)} + \frac{1}{\theta_0^4} (2 + \mu + v^2) A_{ij}^{(4)} + \right. \\ & \left. \frac{1}{\theta_0^2} (1 + \mu + 2v^2) A_{ij}^{(2)} \right] \xi_j + \\ & v^2 \xi_i + 2\beta^{1/2} v \sum_{j=1}^N \left(\frac{1}{\theta_0^3} A_{ij}^{(3)} + \right. \\ & \left. \frac{1}{\theta_0} A_{ij}^{(1)} \right) \dot{\xi}_j + \sum_{j=1}^N \frac{1}{\theta_0^2} A_{ij}^{(2)} \ddot{\xi}_j - \\ & \ddot{\xi}_i + 3k \left(\sum_{j=1}^N A_{ij}^{(1)} \xi_j \right)^2 \times \\ & \left(\sum_{j=1}^N A_{ij}^{(2)} \xi_j \right) + kA_{cc}^{(1)} \left(\sum_{j=1}^N \times \right. \\ & \left. A_{ij}^{(1)} \xi_j \right)^2 \left(\sum_{j=1}^N A_{ij}^{(1)} \xi_j \right) = 0 \\ & (i = 4, 5, \dots, N-3) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\xi_1 = 0, \sum_{j=1}^N A_{2j}^{(1)} \xi_j = 0, \sum_{j=1}^N A_{3j}^{(2)} \xi_j = 0 \quad (6a)$$

$$\sum_{j=1}^N \frac{1}{\theta_0^3} A_{N-2j}^{(3)} \xi_j + \sum_{j=1}^N \frac{1}{\theta_0} A_{N-2j}^{(1)} \xi_j = 0 \quad (6b)$$

$$\sum_{j=1}^N \frac{1}{\theta_0^4} A_{N-1j}^{(4)} \xi_j + \sum_{j=1}^N \frac{1}{\theta_0^2} A_{N-1j}^{(2)} \xi_j = 0 \quad (6c)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^N \frac{1}{\theta_0^5} A_{Nj}^{(5)} \xi_j + \sum_{j=1}^N \frac{1}{\theta_0^3} A_{Nj}^{(3)} \xi_j + \\ & 2\beta^{1/2} v \sum_{j=1}^N \frac{1}{\theta_0^2} A_{Nj}^{(2)} \dot{\xi}_j + \dot{\xi}_N + \\ & \sum_{j=1}^N \frac{1}{\theta_0} A_{N-2j}^{(1)} \ddot{\xi}_j + v^2 = 0 \end{aligned} \quad (6d)$$

将式(5)和(6)合并写成动力学方程组的形式为

$$[M] \ddot{\xi} + [G] \dot{\xi} + [K] \xi = \{Q\} \quad (7)$$

式中 $[M]$ 是质量阵, $[K]$ 是刚度阵, $[G]$ 是陀螺阵, $\{Q\}$ 为外载荷矢量. $[K]$ 和 $[G]$ 中含有无量纲流速、流体压力和质量比等参数. 式(7)构成了输

流曲管的非线性动力学方程组,求解此方程可以获得管道各网点处的动态响应情况。

3 流体压力因素对曲管动力响应的影响

对于图 1 所示的输流曲管,文献[6]的研究表明,系统在流速参数区域内存有复杂的分岔。例如,

在某些参数取值时,曲管将以周期运动的形态出现,其周期运动的形式也很多,包括周期 1,周期 2 和周期 4 等;而在某些参数取值时,曲管的振动还会出现混沌运动。可见,由于运动约束产生了非线性因素,曲管的动力响应情况比较复杂。

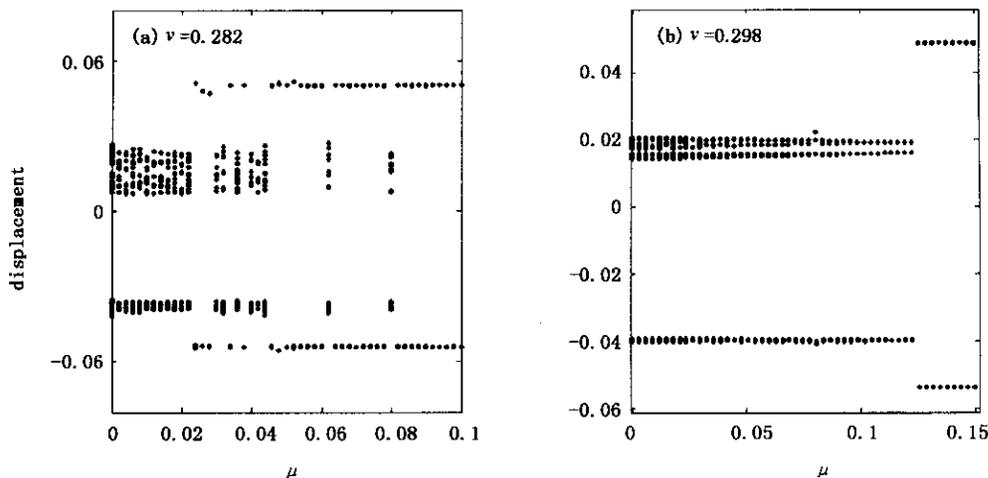


图 2 以 μ 为控制参数的分岔图

Fig.2 Bifurcation diagrams as μ is varied

然而,文[6]设定 $\mu = 0$,其研究结果忽略了流体压力因素的影响。本文的主要兴趣在于,当考虑不同流体压力取值时,曲管的动力响应将会如何发生变化。为此,数值分析中将考查曲管自由端的动力响应(位移和速度)。除了 μ 和 v 之外,其余系统参数的选取仍与文[6]相同,即 $k = 1000, \beta = 0.50, \Delta = 10^{-3}, N = 12, c = N - 3, \theta_0 = 0.75\pi$ 。

首先以流速 $v = 0.282$ 为例,研究流体压力参数 μ 对系统动力响应的影响。数值计算中,作分岔图来分析曲管的各种振动形态。如图 2(a) 所示,当 $\mu = 0$ 时,系统的运动是混沌的,此时忽略了流体压力的作用;若逐渐增大 μ 值,系统会突然出现周期 1 运动形态;继续增大 μ 的取值,曲管的振动在混沌与周期 1 之间更替。当 μ 较大时,系统会稳定在周期 1 运动形态。

再以流速 $v = 0.298$ 为例,分析不同 μ 取值下系统的动力响应。如图 2(b) 所示,随着 μ 由小到大的连续变化,系统将首先出现混沌运动形态,然后以倍周期分岔的规律逐渐变化至周期 2 运动。这一分岔过程中,系统将依次出现混沌、周期 2^n (n 为正整数)、……、周期 4 和周期 2 运动形式。值得指出的是,在倍周期分岔过程中,系统还存有周期 3 运动

的窗口(如 $\mu = 0.081$)。不仅如此,在 $\mu = 0.125$ 时,系统将由周期 2 运动演化为周期 1 运动,但其振动幅值有跳跃(不连续)的现象。这种跳跃现象在输流直管的混沌行为中也有类似的结果^[7],其产生的机理尚需作进一步的研究。为了更清楚的显示输流曲管的各种动力响应,图 3 给出了几种典型振动形态的相轨线,包括多种形式的周期解和混沌解。

4 输流曲管的混沌抑制模型

前文的研究表明,输流曲管系统在某些条件下有出现混沌运动的可能。这种混沌运动所对应的功率谱曲线具有宽带性质,在工程实际中通常是有害的,因而需采取合理的措施来消除或抑制此类运动的发生。本文提出一种简易的混沌抑制模型,可有效的消除该系统的混沌运动。针对原有的曲管模型,在管道和运动约束之间设置橡胶垫(可看作是线性弹簧)。这样,运动约束和线性弹簧对曲管的作用力可以表示为

$$f = (Ku^3 + K_1u)\delta(\theta - \theta_c)$$

上式中, K_1 表示线性弹簧的刚度系数。类似的,可采用文献[2,6]的推导过程,得到如下形式的运动微分方程

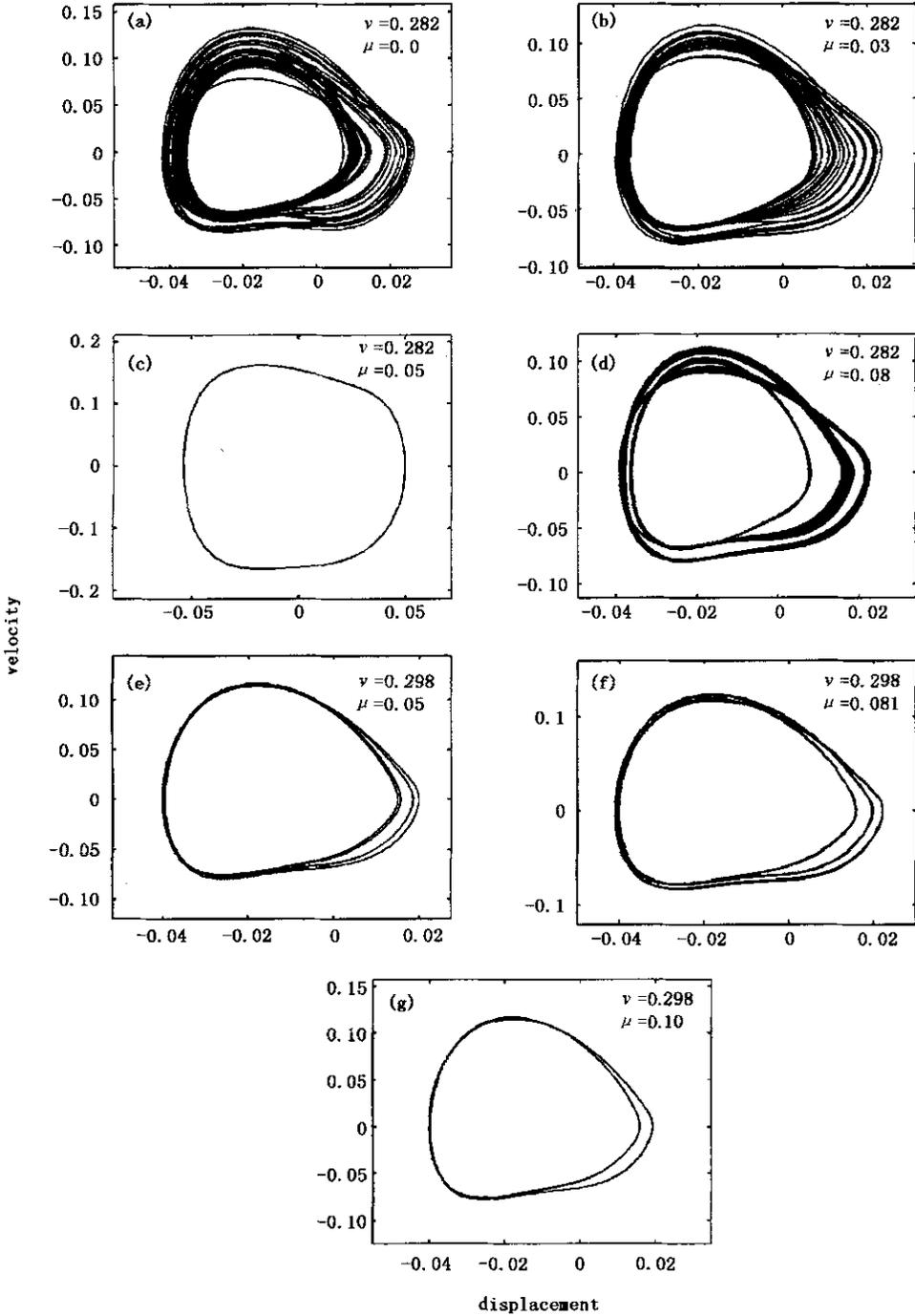


图3 μ 在不同取值时系统动力响应的相轨线图

Fig.3 Phase portraits of the dynamic responses for the system as μ is varied

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{\theta_0^6} \frac{\partial^6 \xi}{\partial \zeta^6} + (2 + \mu + v^2) \frac{1}{\theta_0^4} \frac{\partial^4 \xi}{\partial \zeta^4} + (1 + \mu + \\
 & 2v^2) \frac{1}{\theta_0^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial \zeta^2} + v^2 \xi + 2\beta^{1/2} v \frac{1}{\theta_0^3} \times \\
 & \frac{\partial^4 \xi}{\partial \tau \partial \zeta^3} + 2\beta^{1/2} v \frac{1}{\theta_0} \frac{\partial^2 \xi}{\partial \tau \partial \zeta} + \frac{1}{\theta_0^2} \times \\
 & \frac{\partial^4 \xi}{\partial \tau^2 \partial \zeta^2} - \frac{\partial^2 \xi}{\partial \tau^2} + \left[k_1 \frac{\partial^2 \xi}{\partial \zeta^2} + \right. \\
 & \left. 3k \frac{\partial^2 \xi}{\partial \zeta^2} \left(\frac{\partial \xi}{\partial \zeta} \right)^2 \right] \delta(\zeta - \zeta_c) + \\
 & \left[k_1 \frac{\partial \xi}{\partial \zeta} + k \left(\frac{\partial \xi}{\partial \zeta} \right)^3 \right] \times \\
 & \frac{\partial \delta(\zeta - \zeta_c)}{\partial \zeta} = 0 \tag{8}
 \end{aligned}$$

其中 $k_1 = K_1 R^4 / EI \theta_0^3$. 方程(8)经 DQM 离散后, 可通过数值迭代加以求解. 当 $v = 0.282, \mu = 0.03$

时,分别取 $k_1 = 0$ 和 $k_1 = 100$ 进行数值计算. 两种不同情况下输流管自由端的动力响应曲线如图4所示. 从该图可以看出,当 $k_1 = 0$ 时,系统处于混沌运动状态,此时,对应于没有设置橡胶垫的情形;当 $k_1 = 100$ 时,由于橡胶垫的存在,系统的混沌运动

消失,并于短时间内在平衡位置趋于稳定. 数值计算还表明,当 $k_1 > 8$ 时,系统的混沌运动均可得到有效的抑制;即便 k_1 逐渐增大至 1000,系统仍然没有出现混沌.

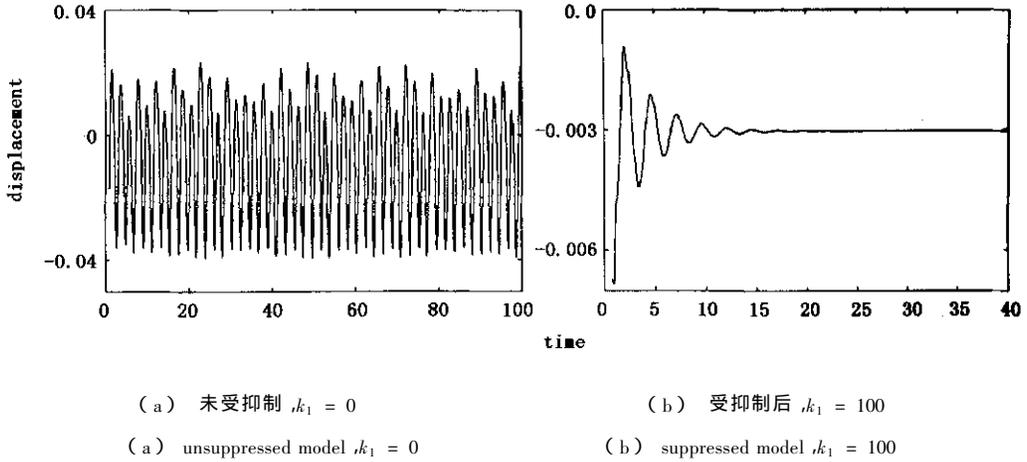


图4 输流曲管混沌运动受到抑制前后, $v = 0.282$, $\mu = 0.03$

Fig.4 The suppressed and un-suppressed cases of chaos for the curved pipe conveying fluid, $v = 0.282$, $\mu = 0.03$

5 结论

研究输流曲管的混沌运动及其抑制模型具有重要的科学意义,因为对于实际系统而言,混沌运动通常是有害的. 本文的主要贡献是,对所分析的输流曲管模型,考虑了流体压力因素的影响,数值分析表明这一因素对系统的动力响应具有较大的影响. 因此,在工程实际中,必须合理的考虑流体压力的取值,以便真实的预测结构本身的振动规律. 同时,文中还提出一种简单有效的混沌抑制模型,为工程实际管道系统的减振与管路的设计提供了理论依据.

参 考 文 献

- 1 Chen SS. Out-of-plane vibration and stability of curved tubes conveying fluid, ASME. *Journal of applied Mechanics*, 1973, 40: 362 ~ 368
- 2 Chen SS. Vibration and stability of a uniformly curved tube conveying fluid. *Journal of Acoustical Society of America*, 1972, 51: 223 ~ 232
- 3 Chen SS. Flow-induced in-plane instabilities of curved pipe. *Nuclear Engineering and Design*, 1972, 23: 29 ~ 38

- 4 Ko CL and Bert CW. A perturbation solution for non-linear vibration of uniformly curved pipes conveying fluid. *International Journal of Non-linear Mechanics*, 1986, 21: 315 ~ 325
- 5 Dupuis C and Rousselet J. The equations of motion of curved pipes conveying fluid. *Journal of Sound and Vibration*, 1992, 153: 473 ~ 489
- 6 Ni Qiao, Wang Lin, Qian Qin. Bifurcations and chaotic motions of a curved pipe conveying fluid with nonlinear constraints. *Computers and Structures*, 2006, 84: 708 ~ 717
- 7 倪樵,王琳,黄玉盈,何玉明. 谐波激励作用下输流曲管的混沌振动研究, 固体力学学报, 2005, 26(3): 1 ~ 7 (Ni Qiao, Wang Lin, Huang Yuying, He Yuming. Chaotic vibrations of a fluid-conveying curved pipe subjected to harmonic excitation. *Acta Mechanica Solida Sinica*, 2005, 26(3): 1 ~ 7 (in Chinese))
- 8 王琳,倪樵,黄玉盈. 环境阻尼作用下 Kelvin-Voigt 型输流曲管的混沌运动. 动力学与控制学报, 2005, 3(2): 44 ~ 49 (Wang Lin, Ni Qiao, Huang Yuying. The chaotic motions of a Kelvin-Voigt type curved pipe conveying fluid with environmental damping. *Journal of Dynamics and Control*, 2005, 3(2): 44 ~ 49 (in Chinese))
- 9 Paidoussis MP, Li GX, Moon FC. Chaotic oscillations of the autonomous system of a constrained pipe conveying fluid. *Journal of Sound and Vibration*, 1989, 135(1): 1 ~ 19
- 10 Ni Qiao, Huang Yuying. Differential quadrature method to

stability analysis of pipes conveying fluid with spring support.

Acta Mechanica Sinica, 2000, 13 : 320 ~ 327

CHAOTIC VIBRATION AND SUPPRESSION OF A FLUID-CONVEYING CURVED PIPE BY CONSIDERING THE EFFECT OF INTERNAL FLUID PRESSURE*

Wang Lin Ni Qiao Huang Yuying

(*School of Civil Engineering and Mechanics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China*)

Abstract Taking into account the effect of internal fluid pressure, the chaotic vibration and suppression of a fluid-conveying curved pipe subjected to motion-limiting constraint were investigated. With a fluid-pressure term added, the equation of motion for the fluid-conveying curved pipe was discretized by differential quadrature method. In the parameter region of fluid pressure, several motions (include chaotic vibration) were detected via numerical iterative calculations. It is shown that the fluid pressure factor greatly influences the dynamic responses of the pipe, which should be considered adequately in practical applications. Based on this, to suppress the chaotic vibration, a modified curved pipe model was undertaken, which can eliminate the chaotic vibration effectively.

Key words fluid-conveying curved pipe, chaotic vibration, fluid pressure, suppression