第 4 卷第 1 期 2006 年 3 月
动力学与控制学报
JOURNAL OF DYNAMICS AND CONTROL
Vol.4 No.1 Mar. 2006

基于动力特性的结构损伤识别方法

李学平 余志武
(中南大学土木建筑学院,长沙 410075)

摘要 介绍了一种基于结构动力特性变化的损伤识别方法.通过引入一个损伤分布函数,讨论了均质等截面 Bernoulli-Euler 梁的动力响应,构造出“损伤影响矩阵”.该矩阵反映了结构由于损伤所引起的振型耦合,最后介绍了基于损伤影响矩阵的结构损伤定位和评估方法.

关键词 结构损伤,损伤分布函数,损伤影响矩阵,损伤识别

引言

结构损伤诊断方法的研究越来越受到广大学者的关注,利用不同的损伤识别参数对结构损伤进行诊断也正成为热点.结构内部损伤的存在将导致结构振动响应、固有频率、模态振型和模态阻尼等动力特性的改变[1],这些变化反过来可以作为结构损伤评估的依据.目前已有许多研究人员提出了多种基于试验数据的损伤识别参数,如模态频率[2]、模态振型、应变能[3]、传递函数、柔度矩阵[5]、残余模态力和频响函数[4]等.本文通过引入损伤分布函数,构造了一个新的损伤诊断参数——损伤影响矩阵,为进一步的结构损伤评估建立了理论基础.

1 梁结构的动力响应分析

1.1 未损伤梁的动力分析

为简单起见,忽略剪切变形和转动惯量的影响,讨论均质等截面 Bernoulli-Euler 梁.设梁的长度为 L,单位长度的质量为 ρA,未损伤时的弹性模量为 E,梁作微幅振动的运动方程为

$$EI\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+\rho A\ddot{w}=f(x,t) \tag{1}$$

其中 $w(x,t)$ 是弯曲挠度,$f(x,t)$ 是外部激励,EI 是未损伤梁的抗弯刚度.

式(1) 的强迫振动响应可由 N 个正则振型叠加而得

$$w(x,t)=\sum_{m=1}^{N}W_m(x)q_m(t) \tag{2}$$

其中 $q_m(t)$ 为模态坐标,$W_m(x)$ 为满足下面特征方程的正则振型

$$EIW_m''''-\rho A\Omega_m^2W_m=0 \quad (m=1,2,\cdots,N) \tag{3}$$

而且由正交性条件有

$$\int_0^L\rho AW_mW_ndx=\delta_{mn} \tag{4}$$

$$\int_0^L EIW_m''W_n''dx=\Omega_m^2\delta_{mn} \tag{5}$$

其中 Ω_m 是完好梁的固有频率,δ_{mn} 是 Kronecker 符号.

将式(2) 代入式(1),并应用方程(4) 和(5) 便得到了模态方程

$$\ddot{q}_m+\Omega_m^2q_m=f_m(t) \quad (m=1,2,\cdots,N) \tag{6}$$

其中为模态力

$$f_m(t)=\int_0^L f(x,t)W_mdx \tag{7}$$

假设在梁的 $x=x_0$ 处作用一个集中力为

$$f(x,t)=F_0\delta(x-x_0)e^{i\omega t} \tag{8}$$

其中 F_0 为激励的幅值,ω 为激励的频率.将上式代入式(7) 得

$$f_m(t)=W_m(x_0)F_0e^{i\omega t} \tag{9}$$

因此方程(6) 的解为

$$q_m(t)=\frac{W_m(x_0)}{\Omega_m^2-\omega^2}F_0e^{i\omega t}=Q_me^{i\omega t} \tag{10}$$

2005-10-16 收到第 1 稿,2005-11-25 收到修改稿.

那么,只要将式(10) 代入式(2) 便可得到未损伤梁的振动响应.

1.2 损伤梁的动力分析

设由于梁的损伤所引起的在损伤位置弹性模量的减少为

$$E_d(x) = E(1 - d(x)) \tag{11}$$

其中 E_d 是损伤状态的有效弹性模量,$d(x)$ 是与损伤状态有关的损伤分布函数,当 $d(x) = 1$ 代表梁完全损伤;当 $d(x) = 0$ 则代表梁完好无损.在这里我们假设损伤不引起质量的变化,且损伤沿梁的厚度均匀分布.将式(11) 代入式(1),则得到梁在损伤后的运动方程

$$EI\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - \frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(EI_D(x)\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right) + \rho A\ddot{w} = f(x,t) \tag{12}$$

其中 EI_D 为损伤引起的弯曲刚度的减少

$$EI_D(x) = \int_A Ed(x)y^2 dA \tag{13}$$

利用完好梁的正则振型,损伤梁的运动方程(12) 的通解可构造为

$$\bar{w}(x,t) = \sum_{m=1}^{N} W_m(x)\bar{q}_m(t) \tag{14}$$

将上式代入式(12),并利用方程(4) 和(5) 便得到了损伤梁模态运动方程

$$\ddot{\bar{q}}_m + \Omega_m^2\bar{q}_m - \sum_{n=1}^{N}\lambda_{mn}\bar{q}_n = f_m(t) \quad (m = 1,2,\cdots,N) \tag{15}$$

上式左边第三项反映出损伤的影响,其中 λ_{mn} 定义为

$$\lambda_{mn} = EI\int_0^L d(x)W_m''W_n''dx \tag{16}$$

λ_{mn} 是一个对称矩阵,与模态曲率和损伤分布函数有关,称之为“损伤影响矩阵”.由上式可以看出,正则振型对于弯曲刚度不再具有正交性,即 λ_{mn} 非对角线上的元素不再为零,而体现出损伤引起的模态坐标间的相互耦合,这是具有损伤结构的一个重要特征.

进一步,损伤梁的固有频率 $\bar{\Omega}_m$ 可由下式获得

$$\det[(\Omega_m^2 - \bar{\Omega}_m^2)\delta_{mn} - \lambda_{mn}] = 0 \tag{17}$$

在强迫振动下,方程(15) 的解可假设为

$$\bar{q}_m(t) = q_m(t) + \Delta q_m(t) \tag{18}$$

其中 $q_m(t)$ 是未损伤结构的模态坐标,$\Delta q_m(t)$ 是损伤引起的解的摄动,将此式代入式(15) 得

$$\Delta\ddot{q}_m + \Omega_m^2\Delta q_m - \sum_{n=1}^{N}\lambda_{mn}\Delta q_n = \sum_{n=1}^{N}\lambda_{mn}q_n \quad (m = 1,2,\cdots,N) \tag{19}$$

再将式(10) 代入上式得右边,其解为

$$\Delta q_m(t) = \sum_{n=1}^{N}\sum_{l=1}^{N}[(\Omega_m^2 - \omega^2)\delta_{ml} - \lambda_{ml}]^{-1}\lambda_{mn}Q_n e^{i\omega t} \tag{20}$$

由于式(19) 左边第三项很小,可以忽略不计,故式(20) 可近似地写为

$$\Delta q_m(t) = \sum_{n=1}^{N}\frac{\lambda_{mn}Q_n}{\Omega_m^2 - \omega^2}e^{i\omega t} \tag{21}$$

把式(10) 和式(21) 代入式(14) 便可得损伤结构在强迫振动下的响应为

$$\bar{w}(x,t) = \left[\sum_{m=1}^{N}\frac{W_m(x)W_m(x_0)}{\Omega_m^2 - \omega^2} + \sum_{m=1}^{N}\sum_{n=1}^{N}\lambda_{mn}\frac{W_m(x)}{\Omega_m^2 - \omega^2}\frac{W_m(x_0)}{\Omega_n^2 - \omega^2 - \omega^2}\right]\times F_0e^{i\omega t} \equiv W(x)e^{i\omega t} \tag{22}$$

2 损伤识别

由方程(16) 知,损伤影响矩阵依赖于结构损伤沿梁的分布情况,一旦损伤分布函数 $d(x)$ 被确定,损伤影响矩阵能被计算.考虑如图 1 所示结构,设梁在某处有一贯穿整个厚度方向的损伤 $D(0 \leqslant D \leqslant 1)$,损伤的长度为 $2\bar{x}$,其中点坐标为 $x = x_0$,因此损伤分布函数可描述为

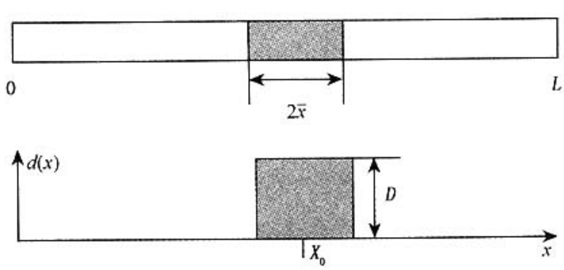

图 1　损伤 D

Fig.1　damage of magnitude D

$$d(x) = D\{H[x - (x_0 - \bar{x})] - H[x - (x_0 + \bar{x})]\} \tag{23}$$

其中 $H(x)$ 是 Heviside 单元函数.将式(23) 代入式

(16) 便得

$$\lambda_{mn} = \left(EI\int_{x_0-\bar{x}}^{x_0+\bar{x}} W''_m W''_n dx\right) D \equiv k_{mn} D \tag{24}$$

如果结构存在处局部损伤,则上式可以推广为

$$\lambda_{mn} = \sum_{j=1}^{S}\left(EI\int_{x_{0j}-\bar{x}_j}^{x_{0j}+\bar{x}_j} W''_m W''_n dx\right) D_j \equiv \sum_{j=1}^{S} k^j_{mn} D_j \tag{25}$$

忽略损伤影响矩阵的耦合项,上式可近似地写为

$$\lambda_{mn} = \sum_{j=1}^{S}\left(EI\int_{x_{0j}-\bar{x}_j}^{x_{0j}+\bar{x}_j} W''^2_m dx\right) D_j \equiv \sum_{j=1}^{S} \bar{k}^j_{mn} D_j \tag{26}$$

将式(26) 代入式(17) 便可得到一组关于未知量 D_j 的代数方程

$$[\bar{k}_{mj}]\{D_j\} = \{\Omega^2_m - \bar{\Omega}^2_m\} \quad (m = 1,2,\cdots,N;\ j = 1,2,\cdots,S) \tag{27}$$

即

$$\{D_j\} = [\bar{k}_{mj}]^{-1}\{\Omega^2_m - \bar{\Omega}^2_m\} \tag{28}$$

至此,不管是通过试验测试还是理论计算,一旦未损伤结构和损伤结构的模态数据(固有频率和振型) 已知,方程(28) 便完全可解,这样也就同时把各个局部损伤的位置以及损伤程度确定下来.

3 数值模拟

下面通过一计算实例说明本方法的有效性. 设一混凝土简支梁,长为 $L = 3.6$ m,截面尺寸为宽 $b = 0.2$ m,高 $h = 0.6$ m,密度为 2350 kg/m^3,弹性模量 $E = 28$ GPa. 在 $x_1/L = 0.25$ 处有一损伤,$D_1 = 0.15$ 在 $x_2/L = 0.45$ 处有一损伤,$D_2 = 0.3$. 损伤识别结果如图 2.

4 结论

1) 通过引入损伤分布函数,分析了损伤结构的动力响应.

2) 构造了一个损伤影响矩阵,该矩阵能反映出由于损伤所引起的结构振型耦合.

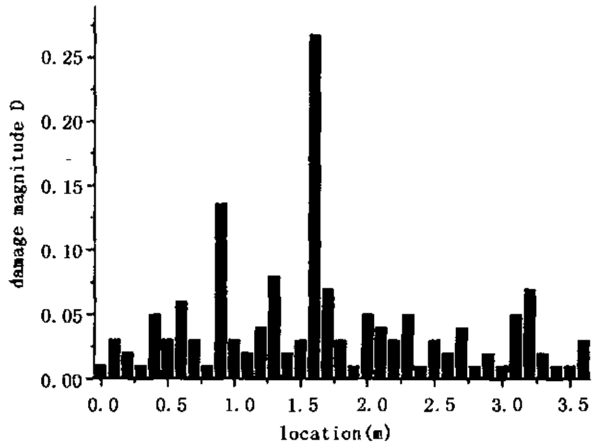

图 2 损伤识别结果

Fig. 2 Damage identification result

3) 不管是通过试验测试还是理论计算,一旦未损伤结构和损伤结构的模态数据有频率和振型) 已知,就可以同时把各个局部损伤的位置以及损伤程度确定下来.

参 考 文 献

1 Doebling SW, Farra CR. A summary review of vibration-based damage identification method. *Shock Vibr Dig*, 1998,30(2) :91~105.

2 Salawu OS. Detection of structural damage through changes in frequency. A review. *Engng Struct*, 1997,19 (9) :718~723.

3 Pandey AK, Biswas M. Damage detection from changes in curvature mode shapes. *Journal of sound and vibration*, 1991,145 :321~332.

4 Usik Lee, Jinho Shin. A frequency response function-based structural damage identification method. *Computers and structures*, 2002,80 :117~132.

5 李国强等. 弯剪型悬臂结构损伤识别的柔度法. 地震工程与工程振动. 1999,19(1) :31~37(Li Guoqiang, Hao Kunchao. A deflection approach for damage identification of cantilever-type structures with bending and shear deformation. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 1999,19(1) :31~37(in Chinese)).

STRUCTURAL DAMAGE IDENTIFICATION METHOD BASED ON DYNAMIC PROPERTIES

Li Xueping Yu Zhiwu
(*School of Civil Engineering*, *Central South University*, *Changsha* 410075, *China*)

Abstract A structural dynamic properties-based damage identification method was proposed. The dynamic response of the uniform Bernoulli-Euler beam was discussed by introducing a damage distribution function, and a "damage influence matrix (DIM)" was constructed, which can show the structural modal coupling induced by damage. The method of structural damage location and assessment based on DIM was also introduced.

Key words structural damage, damage distribution function, damage influence matrix, damage identification

Received 16 October 2004, revised 25 November 2005.