

带刚性基柔性附件振动鲁棒控制*

王 锋 唐国金 李道奎

(国防科技大学航天与材料工程学院,长沙 410073)

摘要 研究了刚体基上柔性附件的振动鲁棒控制问题.介绍了结构奇异值 μ 理论,基于此理论设计鲁棒控制器,用压电材料作传感器和作动器(μ),用输出乘性不确定性结构来描述低阶标称模型与实际系统的误差,给出了系统 μ 控制器综合框架.以柔性梁附件为对象示例了分析过程.数值仿真结果表明 μ 控制器具有良好的鲁棒性能,用于振动控制是必要且可行的.

关键词 振动控制 结构奇异值理论 柔性附件

引言

从结构的角度,很多的航天器可以简化为刚体加柔性附件的形式.柔性附件的动力学特点是容易振动,并与航天器主体的姿态运动相耦合而影响到航天器的工作性能甚至运动稳定性.因此,附件的振动抑制研究不论过去还是将来都有重要的工程意义^[1,2].为了减轻附加质量和提高控制效果,振动主动控制已经逐渐取代传统的被动控制,并成为研究的热点,各种现代控制理论被应用于结构振动控制^[1,3].

空间结构的动力学模型通常是利用有限元方法得到,然后用实验数据进行修正.这样得到的模型的特点是在低频段比较精确,而高频段精度较差.数学模型与实际结构之间必然存在误差.因此,对于高可靠性的空间结构来说,振动控制器必须对系统数学模型的不准确性具有鲁棒性.因此,鲁棒控制理论应用于结构振动控制是必然的. NASA 的 Langley 研究中心对结构建模的不确定性以及 H_∞ 和 μ 控制理论的应用进行了深入的理论和实验研究^[4-6].

本文以中心刚体加柔性附件的结构为对象,采用嵌入式压电材料为致动器和传感器,初步研究了结构奇异值 μ 理论在结构振动控制中的应用,介绍了 μ 控制的基本理论,建立了考虑模型不确定性的振动控制系统分析框图,将其纳入 μ 控制的综合框架,然后可以利用 Matlab 工具箱设计鲁棒控制器.

1 结构奇异值理论^[7]

H_∞ 鲁棒控制的基本思想是引入适当的加权传递函数来描述系统模型的不确定性,建立一个包含各加权函数和反馈控制器的广义系统,然后通过极小化广义系统传递函数的 H_∞ 范数来设计得到鲁棒控制器.结构奇异值理论则进一步将系统不确定性结构化,并将其从广义系统分离出来,表示成线性分式变换的形式,如图 1 所示.广义系统

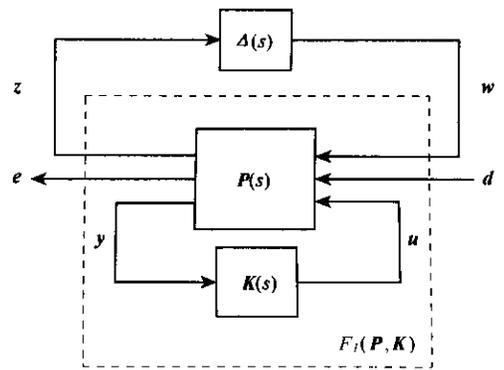


图 1 含不确定性控制系统

Fig. 1 Uncertainty control system

$$G(s) = F_l(P, K) \quad (1)$$

这里 F_l 表示下线性分式变换,下文将出现的 F_u 表示上线性分式变换,具体可参见文献[7].在任意频率 $s = s_0$ 处,系统不确定性传递函数 $\Delta(s_0) \in \underline{\Delta}$, $\underline{\Delta}$ 是如下定义的结构矩阵集合

$$\underline{\Delta} = \{\text{diag}(\Delta_1, \dots, \Delta_F) \mid \Delta_i \in C^{n_i \times n_i}\} \quad (2)$$

其中 $\text{diag}(\cdot)$ 表示分块对角矩阵, 所谓结构性即指这种分块结构. 对任意 $\omega \in R$, 矩阵 $G(j\omega)$ 关于 $\Delta(j\omega)$ 的结构奇异值定义为

$$\mu_{\Delta}(G(j\omega)) = \frac{1}{\min_{\Delta(j\omega) \in \underline{\Delta}} \{\sigma(\Delta(j\omega)) : \det(I - GA) = 0\}} \quad (3)$$

对于图 1 所示系统, 下面的定理给出了与结构奇异值相关的系统稳定的条件^[7]:

定理 1 令 $\beta > 0$, 则图 1 所示系统对所有满足 $\Delta(\cdot) \in \underline{\Delta}$ 且 $\|\Delta\|_{\infty} < \frac{1}{\beta}$ 的 $\Delta(s)$ 是适定的和稳定的, 当且仅当 $\sup_{\omega \in R} \mu_{\Delta}(G(j\omega)) \leq \beta$.

设计控制器 $K(s)$ 满足定理 1 的条件, 还只是使得闭环系统鲁棒稳定, $K(s)$ 的全部任务还应当使闭环系统在稳定的同时获得最好的鲁棒性能. 设从扰动输入 d 到系统性能输出 e 的传递函数为

$$M(s) = F_u(G, \Delta) \quad (4)$$

则在保持系统稳定的前提下, 系统的性能要求可以由如下优化问题表征

$$\min_{K(s)} \|M(s)\|_{\infty} \quad (5)$$

设向量 d, e 的长度分别为 p, q , 定义增广不确定性传递函数矩阵

$$\tilde{\Delta}(s) = \begin{bmatrix} \Delta(s) & \\ & \Delta_p(s) \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中 $\Delta_p(\cdot) \in C^{p \times q}$, $\tilde{\Delta}(\cdot)$ 属于式 (7) 定义的增广结构性矩阵集合

$$\underline{\Delta} = \{\text{diag}(\Delta_1, \Delta_2) \mid \Delta_1 \in \underline{\Delta}, \Delta_2 \in C^{p \times q}\} \quad (7)$$

则定理 2 将指出, 系统鲁棒性能问题可以转化为具有增广不确定性的鲁棒稳定性问题^[7], 见图 2.

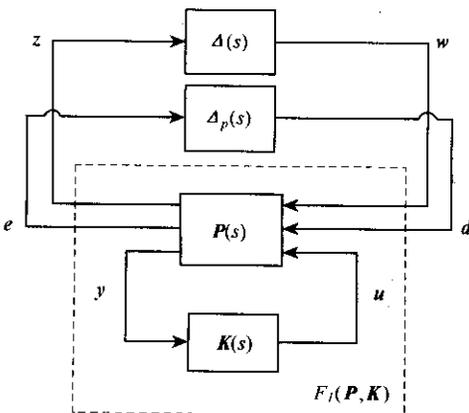


图 2 鲁棒性能等价于鲁棒稳定性

Fig. 2 Robust performance to robust stability

定理 2 令 $\beta > 0$ 则图 1 $\Delta(\cdot) \in \underline{\Delta}$ 且 $\|\Delta\|_{\infty} < \frac{1}{\beta}$ 的 $\Delta(s)$ 是适定的和稳定的且满足性能指标 $\|M(s)\|_{\infty} \leq \beta$ 当且仅当

$$\sup_{\omega \in R} \mu_{\Delta}(G(j\omega)) \leq \beta$$

通常认为在选择加权函数时已将适当的系数吸收进 $P(s)$ 从而在定理 1、2 中可取 $\beta = 1$. 根据定理 2, 式 (5) 的控制器设计问题最终即为

$$\min_{K(s)} \sup_{\omega \in R} \mu_{\Delta}(F_r(P, K)) \leq 1 \quad (8)$$

然而, 与标准的 H_{∞} 控制器设计不同 (8) 式尚无解析方法求解, 而且由 (3) 式可以看出, 结构奇异值也不容易计算, 目前较好的办法是将其转化为如下的 H_{∞} 范数优化问题

$$\min_{K(s)} \inf_{D(s) \in H_{\infty}} \|DF_r(P, K)D^{-1}\|_{\infty} \quad (9)$$

通过循环迭代 K 和 D 来求得次优的控制器, 此即所谓算法 $D-K$, 详见文献 [7].

2 刚柔耦合结构动力学方程

为简明, 本文的研究对象取为如图 3 所示的带旋转刚性基座的柔性梁, 并含有嵌入式的压电作动器和传感器, 系统所受扰动为作用于基座的扰动力矩 T .

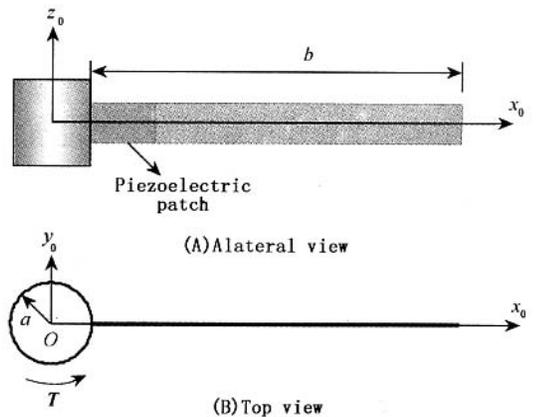


图 3 带旋转基座的柔性梁

Fig. 3 Flexible beam with rotating base

假设基座的旋转角速度较小且梁发生小变形的条件下, 可得到较简单的系统有限元方程^[8,9]

$$\begin{bmatrix} I & -B \\ -B^T & E \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\theta} \\ \ddot{q} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \Gamma \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{q} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \Omega \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \theta \\ q \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} T + \begin{bmatrix} 0 \\ B_a \end{bmatrix} V_a \quad (10a)$$

$$q_s = [0 \quad C_s \begin{bmatrix} \theta \\ q \end{bmatrix}] \quad (10b)$$

式中, θ 是中心刚体的转动自由度, q 是基座固定条件下梁的前 n 阶振动模态坐标向量, I 是整个结构绕 oz_0 轴的转动惯量, $B = [B_1 \dots B_n]$ 其中 B_i 是梁的第 i 阶模态振动与基座转动的耦合量, E 是 n 阶单位矩阵, $\Gamma = \text{diag}(2\xi_i, \omega_i)$, $\Omega = \text{diag}(\omega_i^2)$, ξ_i 是第 i 阶模态阻尼比, ω_i 是第 i 阶模态振动频率. V_a, q_s 分别是各作动器电压输入向量和传感器电荷输出向量, B_a 和 C_s 为相应的输入、输出矩阵. 我们的控制目标是附件梁的振动而不是基座的转动,

因此由 (10a) 的第一式得 $\dot{\theta} = \frac{T}{I} + \frac{B}{I}\ddot{q}$, 代入第二式

$$\text{可消去 } \theta, \text{ 同时引入状态空间向量 } \eta = \begin{Bmatrix} q \\ \dot{q} \end{Bmatrix} \quad (10)$$

式变为

$$\dot{\eta} = A\eta + B_T T + \bar{B}_a V_a \quad (11a)$$

$$q_s = \bar{C}_s \eta \quad (11b)$$

为了评价控制性能, 取梁自由端振动挠度(不包括刚体位移)为性能输出

$$y = C_p q \quad (11c)$$

式(11)即为系统控制方程, 其中

$$A = \begin{bmatrix} 0 & E \\ -Q^{-1}\Omega & -Q^{-1}\Gamma \end{bmatrix}$$

$$B_T = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{I}Q^{-1}B^T \end{bmatrix}, \bar{B}_a = \begin{bmatrix} 0 \\ Q^{-1}B_a \end{bmatrix}$$

3 振动鲁棒控制分析框架

将系统(11)写成传递函数的形式为

$$\begin{bmatrix} y(s) \\ q_s(s) \end{bmatrix} = G(s) \begin{bmatrix} T(s) \\ V_a(s) \end{bmatrix} \quad (12)$$

其中

$$G(s) = \begin{bmatrix} C_s \\ C_p \end{bmatrix} (sI - A)^{-1} [B_T \quad \bar{B}_a] \quad (13)$$

在对挠性卫星的建模中, 模型不确定性既来自模态截断和参数误差, 也有线性假设带来的非线性以及被忽略的压电传感/作动器的动态特性, 对这些复杂的模型误差, 在此采用输出乘性不确定性来综合描述, 在性能输出和传感器输出通道分别引入不确定性传递函数 $\Delta G_y(s)$ 和 $\Delta G_s(s)$, 如图 4 所示, 即假设实际系统的传递函数为

$$\tilde{G}(s) = \begin{bmatrix} I + \Delta G_y(s) & 0 \\ 0 & I + \Delta G_s(s) \end{bmatrix} G(s) \quad (14)$$

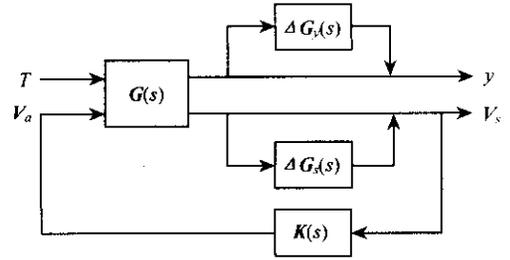


图 4 乘性模型不确定性

Fig. 4 System with multiplicative uncertainties

为了定量描述模型摄动, 将 $\Delta G_y(s)$ 和 $\Delta G_s(s)$ 表示成固定加权函数矩阵与有界不确定传递函数矩阵相乘的形式

$$\Delta G_y(s) = W_{y_2}(s) \cdot \Delta_y(s) \cdot W_{y_1}(s),$$

$$\|\Delta_y(s)\|_\infty \leq 1$$

$$\Delta G_s(s) = W_{s_2}(s) \cdot \Delta_s(s) \cdot W_{s_1}(s),$$

$$\|\Delta_s(s)\|_\infty \leq 1$$

并引入对应的虚拟扰动 w_y, w_s 和虚拟输出 z_y, z_s . 此外, 为了描述鲁棒性能再引入相应的虚拟不确定函数 $\Delta_\mu(s)$, 则最终系统框架整理成如图 5 所示, 其中除前面提及的各传递函数外, W_T 是为了描述扰动输入而引入, W_a 是为了限制作动器输入电压而引入的, W_p 是为了进一步调节控制性能而引入的, K_s 则是传感器放大器, 一般取为常矩阵. 至此, 已将问题纳入 μ 控制的标准分析框架, 只要按照控制目标和对系统不确定性的估计合理选定各加权函数, 即可通过 $D-K$ 迭代算法设计出控制器 $K_s(s)$. 值得指出的是, 因为广义模型中引入了各种加权函数以及 $D-K$ 迭代中引入了标定矩阵 $D(s)$, 使得设计出的控制器与标称模型相比具有较高的阶次, 通常需要进行控制器降阶, 得到一低阶的控制器^[7].

4 仿真算例

取中心刚体的半径 $a = 0.05$ m, 质量为 $m = 8.55$ kg, 附件梁材料为铝, 尺寸为 0.5 m \times 0.025 m \times 0.001 m, 划分为 20 个单元. 采用一个压电作动器和传感器, 材料为 PZT-5A, 厚度为 0.1 mm, 与梁同宽, 分别嵌入梁的上下表层, 位置位于梁固支端

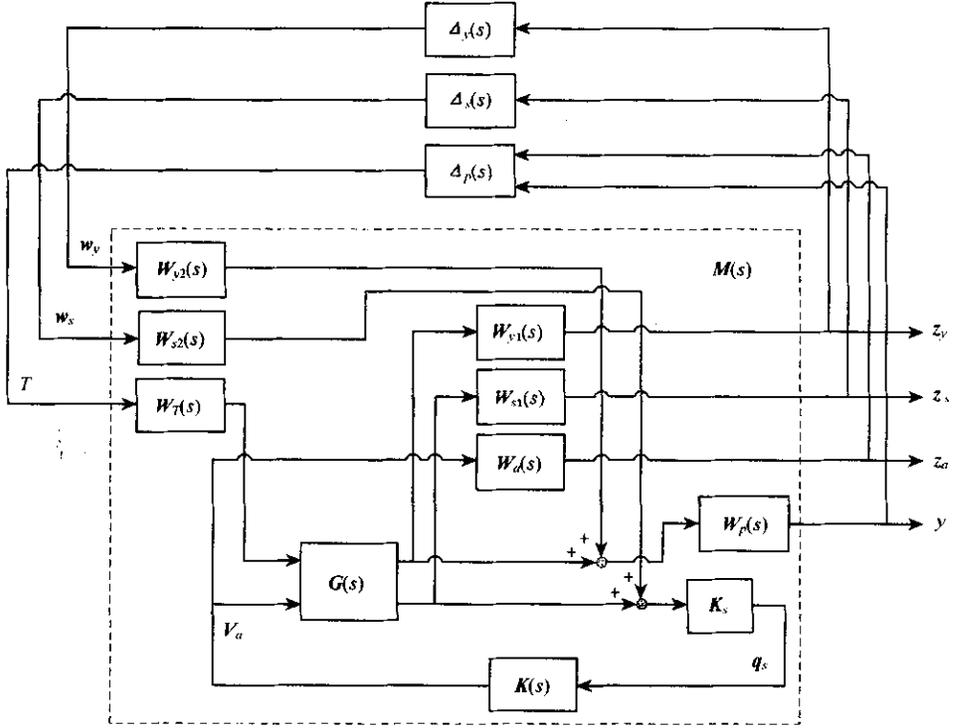


图5 μ控制分析框图

Fig.5 Analysis frame for μ controller

根部,长度占三个单元.结构整体的转动惯量为 $I = 0.0135 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.

取梁的前三阶振动模态来建立对象的标称模型,各阶阻尼比均取0.005,于是式(11)是只有6阶的低阶系统.系统不确定加权函数取为

$$W_{y1}(s) = \frac{2s + 200}{s + 2000} \times 10, W_{y2} = 0.1$$

$$W_{s1}(s) = \frac{2s + 200}{s + 2000} \times 10^3, W_{s2} = 10^{-3}$$

此时 $W_{y1} \cdot W_{y2} = W_{s1} \cdot W_{s2} = \frac{2s + 200}{s + 2000}$,即两个通道都假设在低频段至少10%、在高频段最多200%的模型摄动,可认为这足以包络系统的综合误差.因为系统的转动惯量很小,因此假设所受扰动

也较小,取 $W_T(s) = \frac{0.01s + 10}{s + 100}$,能量主要集中于低频段,最大幅值不超过 $0.1 \text{ N} \cdot \text{m}$.一般,附件的低频响应较大且自然衰减慢,因此将低频段作为控制重点,取 $W_p(s) = \frac{1.5 \times (s + 350)}{s + 60}$.取 $W_a(s) = 10^{-3}, K_s = 10^6$.采用 Matlab 软件的工具箱 dkit

经4次迭代得到一20阶的控制器,然后用平衡降阶法降为9阶,降阶前后控制器的频响曲线如图6所示,二者差别很小,所以,控制器降阶不仅必要而且

完全可行.

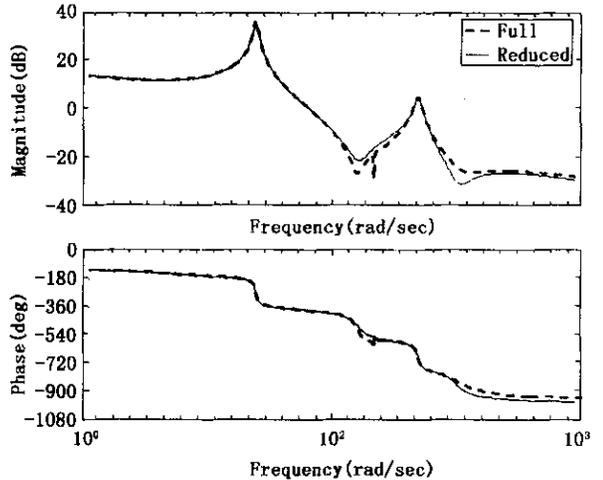


图6 控制器降阶前后的频响曲线

Fig.6 Frequency response of full and reduced controller

在 $1 - 1000 \text{ rad/s}$ 频段上,闭环系统的结构奇异值 μ 曲线见图7,其峰值小于1,因此闭环满足设计的鲁棒稳定和鲁棒性能要求.

将控制器用于全阶系统(114阶)系统后,开环和闭环频响曲线示于图8中,可以看到,附件前3阶的振动得到很好的抑制,从图9所示的系统脉冲

(0.01 个单位)响应曲线也可以验证这一点.这也说明,基于低阶标称系统设计的控制器对于舍弃的高阶特性具有鲁棒性.

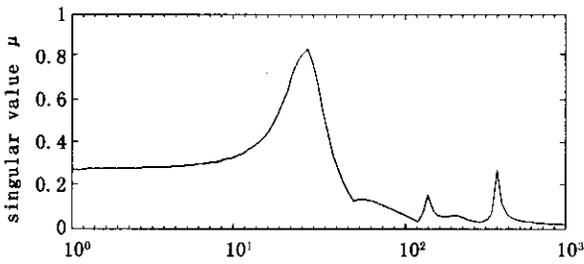


图 7 闭环系统结构奇异值曲线

Fig. 7 Structured singular value of closed loop

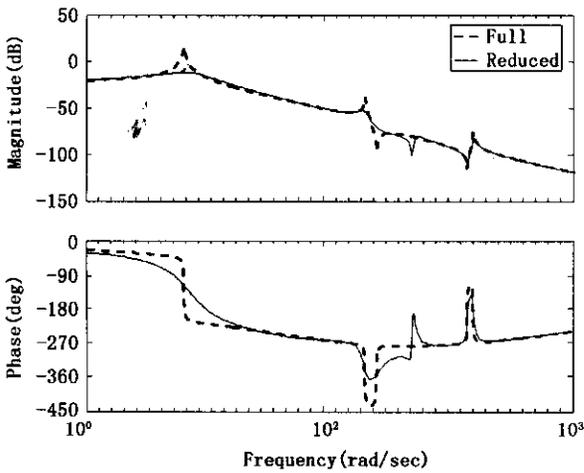


图 8 开环和闭环频响特性对比

Fig. 8 Comparison between frequency responses of open and closed loop

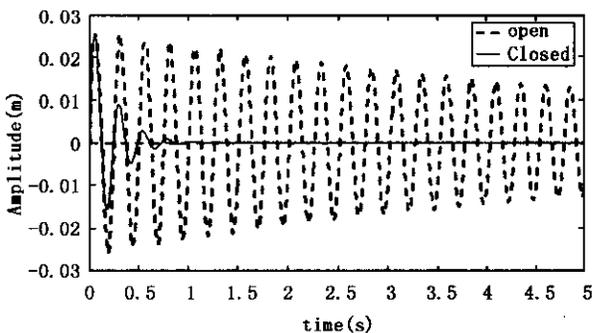


图 9 系统开环和闭环脉冲响应

Fig. 9 Impulse responses of open and closed loop

5 结论

本文研究了基于结构奇异值 μ 理论用压电作动和传感器进行柔性附件振动抑制的问题,结果表明:1) μ 控制器具有很好的鲁棒稳定性和鲁棒性

能 2) 压电材料用于柔性结构的振动控制是可行的.在 μ 控制设计中,比较重要的工作是合理选择各种性能加权函数,特别是不确定性加权函数,后者影响到控制器用于实际系统时的鲁棒性,要求设计者能比较准确的估计不确定性的界;同时,各加权函数也需要在设计过程中不断调整.综合平衡稳定与性能之间相互矛盾的要求,通常要反复多次才能获得比较满意的控制器.

参 考 文 献

- 1 黄文虎,王心清,张景绘,郑钢铁.航天柔性结构振动控制若干进展.力学进展,1997,27(1):5~18. Huang WH, Wang XQ, Zhang JH et al. Some advances in the vibration control of aerospace flexible structures. *Advances in Mechanics*, 1997, 27(1): 5~18 (in Chinese)
- 2 Whorton MS. High performance robust control of flexible space structures. NASA/TM-1998-207954, 1998
- 3 Hyland DC, Junkins JL, Longman RW. Active control technology for large space structures. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1993, 16(5): 801~821
- 4 Balas GJ. Vibration attenuation of the NASA Langley evolutionary structure experiment using and structured singular value robust control techniques. NASA-CR-200674, 1996
- 5 Lim KB. Closed Form Solution for minimum norm model-validating uncertainty. American Control Conference, Albuquerque, 1997: 1929~1933
- 6 Lim KB, Giesy DP. Computation of LFT uncertainty bounds with repeated parametric uncertainties. American Control Conference, Philadelphia, Pennsylvania, 1998: 1018~1022
- 7 周克敏, Doyle J C, Glover K. 鲁棒与最优控制.北京:国防工业出版社, 2002. Zhou KM, Doyle JC, Glover K. Robust and optimal control. Beijing: National Defence Industry Press, 2002
- 8 Ha SK, Keilers C, Chang FK. Finite element analysis of composite structures containing distributed piezoceramic sensors and actuators. *AIAA Journal*, 1992, 30(3): 772~780
- 9 古渊, 陈伟民, 蹇开林, 等. 具有刚性基的柔性结构振动主动控制. 振动工程学报, 1999, 12(4): 546~552. Gu Y, Chen WM, Jian KL et al. Active vibration control of flexible structure on rotating rigid base. *Journal of Vibration Engineering*, 1999, 12(4): 546~552 (in Chinese)

ROBUST VIBRATION CONTROL OF FLEXIBLE APPENDANT STRUCTURE ON RIGD BASE^{*}

Wang Feng Tang Guojin Li Daokui

(College of Aerospace and Material Engineering ,National University of Defense Technology ,Changsha 410073 ,China)

Abstract Robust vibration control of flexible appendant structures on a rigid base was investigated. The Structured Singular Value(μ) theory was applied to design a robust vibration controller , and piezoelectric patches were used as actuators and sensors. Output multiplicative uncertainty structure was adopted to depict the discrepancies between nominal model and real system , and μ controller synthesis framework was formed. A flexible beam appended to a rigid base was taken as an example to illustrate the μ controller design process. The simulation results showed that the μ controller exhibited good performance. So , it 's feasible to apply Structured Singular Value theory in vibration control of flexible appendant structures.

Key words vibration control ,Structured Singular Value theory ,flexible appendant structure