

磁悬浮系统的 HOPF 分岔自适应控制研究

余龙华 柳贵东 施晓红

(国防科技大学机电工程与自动化学院磁悬浮技术研究中心,长沙 410073)

摘要 磁悬浮固有系统是非线性的,也是本质不稳定的,其稳定性设计比较复杂,特别是在受到较大干扰和对象参数发生较大变化时,系统容易失去稳定并发散.理论分析与试验表明,这种现象的数学解释就是系统出现了 HOPF 分岔.为此,本文提出了一种用 HOPF 分岔规律调整非线性系统 PID 控制器参数的自适应设计方法,通过辨识干扰或者对象参数的变化,自动调整控制参数,使闭环系统远离 HOPF 分岔点,从而继续保持稳定.以悬浮质量突变为例的仿真表明,由此整定悬浮控制比例增益参数,可使磁悬浮系统获得较大的状态稳定范围,并有效回避自激振动.

关键词 磁悬浮, HOPF 分岔, 自适应控制

引言

用线性化方法设计磁悬浮 PID 控制器,可在一定程度上保证磁悬浮系统的稳定性^[1].但由于客观上磁悬浮系统是结构本质不稳定的非线性系统,因此,线性化方法设计的磁悬浮 PID 控制器,不一定能保证系统获得较大的状态稳定范围,从而系统受到干扰后容易发生振动^[2].

研究表明,磁悬浮系统在受到干扰后发生振动与非线性方程的 HOPF 分岔相对应.也就是说,如果在确定磁悬浮 PID 控制器参数时,增加一个约束项,使 PID 控制器参数远离 HOPF 分岔点,那么本质非线性的磁悬浮系统,就可以获得较大的状态稳定范围,从而允许系统偏离平衡点一个较远的距离,或者说可以有效避免系统受到某种干扰后发生自激振动.

1 单自由度磁悬浮系统模型

图 1 是磁悬浮系统的原理图,它由电磁铁、间隙传感器、放大及校正装置、电流驱动器和悬浮对象等元件组成.

对于更为复杂的磁悬浮系统,如磁悬浮列车^[3]、磁悬浮轴承^[4]等,其基本悬浮原理也与此类似.电磁铁线圈中通以一定的电流会产生电磁力,只要控制电磁铁线圈中的电流,使之产生的电磁力

与悬浮对象的重量相平衡,悬浮对象就能悬浮在空中.当然,要使悬浮对象能稳定的悬浮,还需要一个高性能的悬浮控制器.

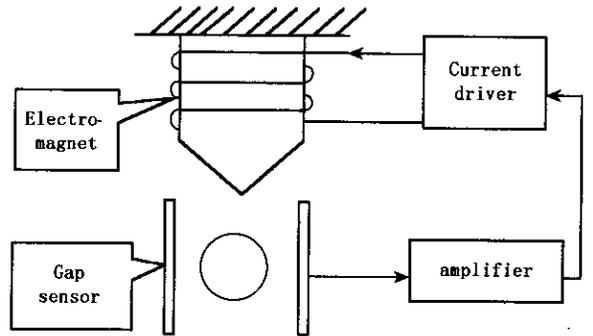


图 1 磁悬浮系统示意图

Fig. 1 The Sketch Map of the Maglev System

为了节约篇幅,本文不从原理上对磁悬浮系统的模型进行推导,在此仅给出相应的闭环数学模型^[5,6]

$$\begin{cases} \dot{s} = y \\ \dot{y} = g - \frac{kI^2}{ms^2} \\ \dot{I} = -\left(\frac{s}{2k}R - \frac{y}{s}\right) + \frac{s}{2k}[U + K_P(s - s_0) + K_D y] \end{cases} \quad (1)$$

其中 s 是悬浮间隙,方向向下; s_0 是理想悬浮间隙; \dot{y} 是悬浮间隙的变化速度; g 是重力加速度; k 是电磁铁常数,由电磁铁自身参数决定; m 是悬浮

物质量 ; I 是控制电流 ; R 是电磁铁线圈的电阻 ; U 是电磁铁线圈两端的电压 ; K_P 是比例反馈系数 ; K_D 是微分反馈系数.

其中 K_P 和 K_D 是系统中可以调节的参数.

2 系统分析

令 $\dot{s} = 0, \dot{y} = 0, \dot{I} = 0$, 则在工作区间内可得到系统的唯一奇点

$$s_0 = I_0 \sqrt{\frac{k}{mg}}, y_0 = 0, I_0 = \frac{U}{R} \quad (2)$$

系统在这个奇点处的 Jacobian 矩阵为

$$A(K_P, K_D) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{2g}{s_0} & 0 & -\frac{2}{s_0} \sqrt{\frac{kg}{m}} \\ \frac{K_P s_0}{2k} & \frac{s_0 K_D}{2k} + \sqrt{\frac{mg}{k}} & -\frac{R s_0}{2k} \end{bmatrix} \quad (3)$$

该线性系统在此奇点处的特征方程为

$$|\lambda I - A| = \lambda^3 + \frac{R s_0}{2k} \lambda^2 + K_D \sqrt{\frac{g}{km}} \lambda + K_P \sqrt{\frac{g}{km}} - \frac{g}{k} R \quad (4)$$

相应的劳斯表如表 1 所示.

表 1 磁悬浮系统的 Jacobian 矩阵劳斯表^[7]

Table 1 Routh Table of the Maglev System Jacobian Matrix^[7]

λ^3	$c_{1,1} = 1$	$c_{1,2} = K_D \sqrt{\frac{g}{km}}$
λ^2	$c_{2,1} = \frac{R s_0}{2k}$	$c_{2,2} = K_P \sqrt{\frac{g}{km}} - \frac{g}{k} R$
λ^1	$c_{3,1} = \frac{2}{s_0} \sqrt{\frac{mg}{k}} \left(\sqrt{\frac{mg}{k}} + \frac{K_D s_0}{2k} - \frac{K_P}{R} \right)$	
λ^0	$c_{4,1} = K_P \sqrt{\frac{g}{km}} - \frac{g}{k} R$	

根据上面劳斯表, 可以得到如下结论: 当

$$R \sqrt{\frac{mg}{k}} < K_P < \frac{R s_0}{2k} K_D + R \sqrt{\frac{mg}{k}} \text{ 时 } c_{4,1} > 0,$$

$c_{3,1} > 0$, 此时上面劳斯表的第一列的符号全为正,

矩阵 A 所有特征根皆具有实部为负的特征根, 因此系统 (1) 在工作点处所对应的近似线性系统稳定. 由于矩阵 A 不存在纯虚根, 因此系统 (1) 的奇点是双曲奇点; 同时, 系统 (1) 在此奇点附近的偏导数处处存在, 根据有关定理, 系统 (1) 在工作点

处和它所对应的近似线性系统具有相同的拓扑结构, 因此系统 (1) 在该点附近也稳定.

当 $c_{4,1} = 0$ 处和 $c_{3,1} = 0$ 处分别存在两个分岔. 在工程实际中, 由于 $K_P > R \sqrt{\frac{mg}{k}}$, 所以 $c_{4,1} = 0$ 不会出现. 也就是说, 系统只有可能在 $c_{3,1} = 0$ 出现分岔. 下面判断这个分岔是 Hopf 分岔.

当 $c_{3,1} = 0$, 系统中存在一对纯虚根, 且另外一个根是负实根. 这对纯虚根是

$$\lambda = \alpha(K_P, K_D) \pm \omega(K_P, K_D)j \quad (5)$$

其中 $\alpha(K_P, K_D) = 0, \omega(K_P, K_D) = \sqrt{K_D \sqrt{\frac{g}{mk}}}$ 经计算,

$$\alpha'(K_P, K_D) = \frac{E s_0}{2g} \left(\frac{R}{K_P} - 1 \right) \quad (6)$$

在工程中, 由于 $K_P \gg R$, 所以

$$\alpha'(K_P, K_D) < 0$$

故磁悬浮系统在 $c_{3,1} = 0$ 处发生 Hopf 分岔, 也就是说, 系统在此处存在周期解, 即在此处出现稳定的自激振动.

我们把能使系统保持稳定的 K_P 取值区间定义为

$$W = (K_{PL}, K_{PR}) \quad (7)$$

其中 K_{PL} 和 K_{PR} 分别是比例反馈系数 K_P 的左极点和右极点

$$K_{PL} = R \sqrt{\frac{mg}{k}}, K_{PR} = R \sqrt{\frac{mg}{k}} + \frac{R s_0}{2k} K_D$$

3 自适应参数设计

自适应控制器参数设计的主要内容是适当选择悬浮间隙系数 K_P 和微分反馈系数 K_D , 使他们符合下面两个条件:

- 1) $K_P \in W$;
- 2) K_P 和 K_{PR} 保持一定距离.

条件 1) 保证了系统的稳定性, 条件 2) 能保证系统不发生 Hopf 分岔.

在磁悬浮系统工作过程中, 悬浮质量常常发生变化. 根据式 (7), 区间 W 是悬浮质量的函数, 随着悬浮质量的变化, 区间 W 也相应的发生平移. 如果 K_P 始终保持不变, 那么它就又可能从 W 溢出或接近 K_{PR} , 第一种情况会造成系统失稳; 第二种情况

会使系统发生自激振动. 为了避免这两种情况的发生, 比例反馈系数必须能在系统运行过程中根据悬浮质量 m 的变化而响应的做出调整, 使其始终属于区间 W 且远离 K_{PR} .

一种直观的方法是实时的测量悬浮质量 m , 再根据悬浮质量 m 自适应地调节比例反馈系数, 使其满足条件 1) 和条件 2). 然而在工程实际中, 悬浮质量不能实时测量. 为了克服以上困难, 必须找出一个能反映质量变化全部信息而且能实时测量的系统状态.

根据式(6), 在系统达到稳态时, 电磁铁的电流、电磁铁两端的电压以及悬浮质量满足以下关系

$$I_0 = s_0 \sqrt{\frac{mg}{k}}, I_0 = \frac{U}{R} \quad (8)$$

为了使得式(8)能够在系统的动态调节过程中成立, 可以采用高速电流环反馈控制手段, 补偿由于磁悬浮线圈电感导致的电流滞后, 使得磁悬浮系统的电流与质量变化一致. 这样就能够根据电流计算质量的实时变化. 此时, 合并上面两式, 得

$$U = R s_0 \sqrt{\frac{mg}{k}} \quad (9)$$

在上式中, 由于重力加速度 g 和电磁铁常数 k 是常量, 悬浮间隙 s_0 和电磁铁线圈中的电阻 R 是给定值, 所以电磁铁两端电压是悬浮质量的单值函数, 且悬浮质量是唯一的自变量, 也就是说, 电磁铁电压的变化能完全反映悬浮质量的变化. 电磁铁线圈两端的电压是控制量, 它可以直接测量, 所以我们可以根据电磁铁两端的电压变化自适应的调整比例反馈系数 K_p , 使它符合条件 1) 和条件 2), 自适应调整律如下

$$K_p^* = \frac{U}{s_0} + \frac{R s_0}{4k} K_D \quad (10)$$

4 仿真验证

下面给出一组试验中的数据(取自国防科技大学磁悬浮中心的单转向架悬浮试验).

表2 单转向架系统结构参数

Table 2 Structure Parameters of the Single Levitation Chassis

k	$m(kg)$	$R(\Omega)$	$I_0(A)$	$g\left(\frac{m}{s^2}\right)$	K_D	$s_0(m)$
7.5599×10^{-4}	750	2	31.2	9.81	100	0.01

根据式(7), 可以计算

$$W = (6239.3 \quad 7562.1)$$

仿真一

令 $K_{P0} = 6300$, 显然 $K_p \in W$ 在系统运行 40 秒后, 悬浮质量突然减小 15% 时的系统阶跃响应.

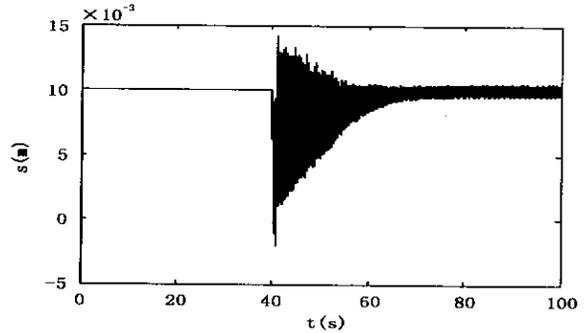


图2 K_p 固定, 系统运行 40 秒后, 悬浮质量减小 15% 时的系统阶跃响应

Fig. 2 System Step Response While the Mass Decreases 15% and K_p is fixed After Running 40 s

从图2可以看到, 系统运行 40 秒后, 由于悬浮重量突然减少, 系统经历了一个暂态的调整过程, 重新回到稳态后, 系统产生了一个明显的自激振动.

由于悬浮质量减小, 根据式(7)可以计算, 区间 W 向左平移 486.95 个单位. 由于 K_{P0} 值固定, K_{P0} 和 K_{PR} 之间的距离减少了 486.95 个单位. 因为 K_{P0} 比较接近 K_{PR} , 所以系统产生了自激振动.

仿真二

令比例反馈系数随悬浮质量变化而按 Hopf 分岔规律调整.

系统的阶跃响应和比例系数变化曲线分别如图3和图4所示.

从图3中可以看到, 在系统运行 40 秒后, 悬浮质量突然减小, 等系统重新达到稳态时, 悬浮间隙仍保持在理想悬浮间隙附近, 系统没有明显的自激振动; 而图4中, 在悬浮质量减小后, 比例反馈系数也相应的减小.

根据仿真一中的计算, 悬浮质量减小 15% 后, W 向左平移 486.95 个单位. 根据式(9), 电磁铁线圈两端的电压减小了 7.8%, 又根据式(7)可以计算, K_p 也向左移动了 486.95 个单位. 所以, K_p 和 W 之间的相对位置没有发生变化, 因此, 系统的动力学特性也没有发生变化. 这就是系统没有出现自激振动的原因.

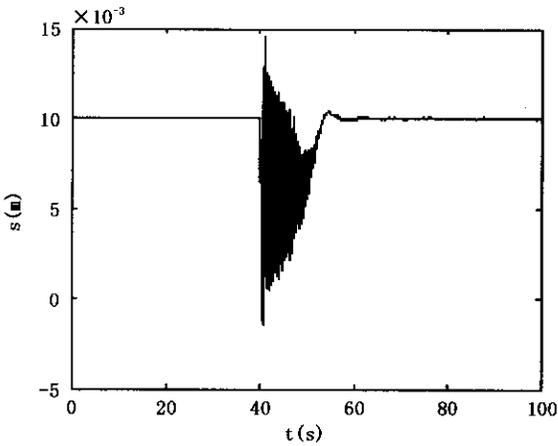


图 3 K_p 随质量的变化自动进行调整, 悬浮质量突然减小 15% 时的系统阶跃响应

Fig. 3 System Step Response While the Mass Decreases 15% and K_p is Adjusted Adaptively After Running 40 s

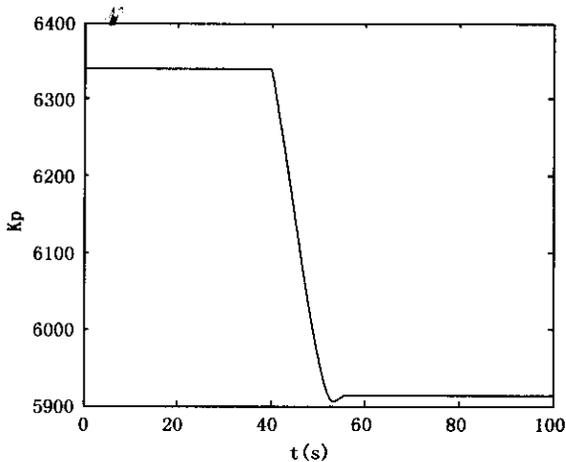


图 4 比例反馈系数的变化曲线

Fig. 4 The Variance Curve of Proportion Feedback Coefficient

5 结束语

用 Hopf 分岔规律调整非线性系统 PID 控制器参数的自适应设计方法, 去整定悬浮控制比例增益等参数, 可使磁悬浮系统获得较大的状态稳定范围, 并有效回避自激振动。该方法对于与磁悬浮系

统具有类似特点的一类非线性控制系统设计具有参考价值。

参 考 文 献

- 1 余龙华. 风洞磁悬挂天平控制问题研究. 流体力学实验与测量, 1997, 11(4): 51~56 (She Longhua. A research on magnetic suspension and balance systems' control problem. *Experiments and Measurements in Fluid Mechanics*, 1997, 11(4): 51~56 (in Chinese))
- 2 李云钢, 常文森. 磁悬浮列车悬浮系统的串级控制. 自动化学报, 1999, 25(2): 32~38 (Li Yungang, Chang Wensen. Serial control of levitation system of magnetic vehicle. *Transactions of automation*, 1999, 25(2): 32~38 (in Chinese))
- 3 吴祥明. 磁悬浮列车. 上海科学技术出版社, 2003 (Wu xiangming. *Maglev Vehicle*. Shanghai Science and Technology Press, 2003 (in Chinese))
- 4 年珩, 贺益康. 感应型无轴承电机磁悬浮力解析模型及其反馈控制. 中国电机工程学报, 2003, 23(11): 139~144 (Nian Heng, He Yikang. Analytical Modeling and Feedback Control of the Magnetic Levitation Force for an Induction-type Motor without bearing. *Proceedings of the CSEE* 2003, 23(11): 139~144 (in Chinese))
- 5 Sinha PK. *Electro-Magnetic Suspension Dynamics & Control*. Peter Peregrinus Ltd., London, United Kingdom, 1987
- 6 柳贵东, 余龙华. Hopf 分岔的劳斯判据及磁悬浮系统的振动分析. 振动、测试与诊断, 2003, 23(4): 276~278 (Liu Guidong, She Longhua. Louts Criterion for Hopf Bifurcation and Analysis of Vibration of Maglev System. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2003, 23(4): 276~278 (in Chinese))
- 7 Hassard BD, Kazarinoff ND, Wan YH. *Theory and Applications of Hopf Bifurcation*. Cambridge University Press, 1981

ADAPTIVE CONTROL OF MAGLEV SYSTEM ACCORDING TO HOPF BIFURCATION

She Longhua Liu Guidong Shi Xiaohong

(*MagLev Research Center of National University of Defense Technology ,Changsha 410073 ,China*)

Abstract Maglev system is nonlinear and unstable essentially. It is complicated to design a stable system , especially when the system is under large-scale disturbance and parameter variance , which make the system lose stability and emanation easily. Theoretical analysis and experiments show that this phenomenon is due to the HOPF bifurcation in the mathematical model. This paper gives an adaptive control law , which adjusts PID control parameters of the nonlinear system according to the HOPF bifurcation. Through discrimination of the disturbance and object parameters , the controller adjusts the feedback coefficients to make the system far from the HOPF bifurcation point and maintain the stability of the maglev system. Simulation result by changing mass suddenly indicates that adjusting proportion gain parameter using this method can magnify the state stability range of the maglev system and reject the self-excited vibration efficiently.

Key words Maglev , HOPF Bifurcation , Adaptive Control