

椭圆柱体二维液态声子晶体声波禁带的研究

黄飞 何 铿

(华中科技大学力学系, 武汉 430074)

摘要 将椭圆柱体引入2维声子晶体中,采用平面波展开法计算了该系统的声波禁带结构.对于不同的椭圆柱体截面形状以及旋转角度,该体系都发现了完全禁带,但其禁带的位置与大小有很大不同.当晶格常数 $a_1=4\text{ cm}$, $a_2=3.2\text{ cm}$, 填充率 $F=0.35$ 时,椭圆柱体截面不旋转的体系只产生一个禁带,其宽度为0.453,而截面旋转 $\pi/4$ 的体系产生3个声波禁带,其宽度分别为0.458,0.023和0.062.研究结果表明:在这种2维非均匀液态体系中,声波禁带结构受到填充率,椭圆柱体截面形状以及旋转角度的影响.

关键词 声子晶体,周期性结构,声子禁带,能带结构

引言

近年来,人们对弹性波在声子晶体中传播特性的研究产生了广泛兴趣^[1~11].理论和试验研究都已证明,声子晶体可以产生一定的弹性波禁带,能够禁止某些频率的弹性波或声波在其内部传播.声子晶体在工程上具有广泛的应用前景,如环境的减振降噪,精密仪器的隔振,舰艇的消声瓦等.

声子晶体(phononic crystal)一般是指由两相或者两相以上的弹性介质在空间上形成的周期性结构,通常情况下将晶体中连续的相称为基体,不连续的相称为散射体.根据声子晶体在空间坐标的分布,可以将其分为一维(1D),二维(2D),三维(3D)声子晶体:一维声子晶体,一般代表周期性层状结构;二维声子晶体,一般针对柱体材料的中心轴线平行于某一方向并将其埋入另一基体中形成的周期性点阵结构;三维声子晶体就是球形散射体埋入某一基体中形成的周期性点阵结构.

声子晶体中弹性波禁带结构的计算方法有平面波展开法(PWE)^[3~8],时域有限差分法(FDTD)^[9],多重散射法(MST)^[10]等.人们已经研究了不同结构和不同组成材料的声子晶体,3D的有面心立方结构^[11],简单立方结构等^[3];2D的有正方晶格^[4],长方晶格^[5],三角晶格^[6]以及氮化硼(BN)^[7]晶格等;其组成成分可以是固体,液体或者气体;在上述声子晶体中人们都发现了完全禁带.

人们对大量不同结构的2D双组分液态声子晶体进行了研究,但他们总是将散射体的截面形状假设为圆形或者正方形,如Kushwaha et al^[4,6]研究了圆截面散射体的正方晶格和六角晶格的2D海水/水银体系,Vasseur et al^[7,8]研究了近似BN结构的2D海水/水银体系,吴福根等人研究了具有正方形截面散射体的长方晶格2D水/水银体系^[5].到目前为止,其他截面形状的散射体很少被涉及到.

本文引入了椭圆这种散射体截面形状,采用平面波展开法计算了椭圆截面的无限水柱被水银基体包围形成长方晶格体系的禁带结构,探讨椭圆截面的形状变化以及截面绕中心轴旋转时,对弹性波禁带结构产生的影响.本文采用水(水银)的材料参数 $\rho=0.998(13.5)\times 10^3\text{ kg/m}^3$, $c_l=1496.7(1450.0)\text{ m/s}$.

1 平面波算法的基本原理

声波在液体中传播的波动方程为

$$(C_{11})^{-1} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = \nabla \cdot (\rho^{-1} \nabla \Phi) \quad (1)$$

此处 $C_{11} = \rho c_l^2$ 是体积弹性模量(bulk modulus of elasticity), ρ 为密度, c_l 为声波在液体中的传播速度.

利用2D声子晶体结构上的空间周期性,将平面波算法引入到波动方程的计算中,其基本思想是,将波动方程中的位移、弹性参数等物理量在倒

格空间以平面波叠加的形式近似展开为 Fourier 级数,然后将波动方程转化成一本征方程,求解本征值便可得到本征频率与波矢之间的色散关系,即能带结构.

图 1 为典型的 2D 长方点阵旋转椭圆截面散射柱体声子晶体的横截面图,Z 方向垂直于 XY 平面,白色表示基体 b ,黑色表示插入基体中的椭圆散射柱体 i ,它的中心轴线平行于 Z 轴, a_1, a_2 为晶格常数, α 为椭圆截面绕中心轴的旋转角度.当 b 和 i 都是液体时,采用一种密度和弹性常数与 i 相同的橡胶材料包覆 i ,即可以形成 2D 液相声子晶体^[4,6-8].

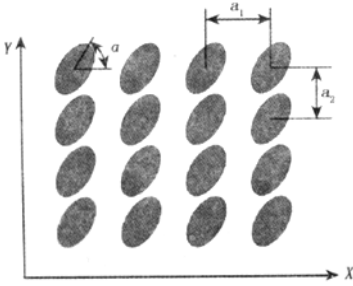


图 1 二维椭圆截面长方点阵声子晶体的横截面图

Fig.1 A transverse cross section of 2D phononic crystal: a rectangular array of infinite elliptical cylinders periodically distributed in an infinite host

根据 Bloch 理论,(1) 式的解 $\Phi(\mathbf{r}, t)$ 可以表示为

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = e^{i(\mathbf{K} \cdot \mathbf{r} - \omega t)} \sum_{\mathbf{G}} \Phi_{\mathbf{K} + \mathbf{G}} e^{i\mathbf{G} \cdot \mathbf{r}} \quad (2)$$

此处的 \mathbf{K} 为二维 Bloch 波矢, \mathbf{r} 是晶体中任意格矢量, \mathbf{G} 是倒易空间的任意格矢量^[12].利用密度和体积弹性模量的 2D 周期性,将 $\rho^{-1}(\mathbf{r})$ 和 $C_{11}^{-1}(\mathbf{r})$ 用 Fourier 级数表示

$$\zeta(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{G}} \zeta_{\mathbf{G}} e^{i\mathbf{G} \cdot \mathbf{r}} \quad (3)$$

其中

$$\zeta_{\mathbf{G}} = S^{-1} \int d^2 r \zeta(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{G} \cdot \mathbf{r}} \quad (4)$$

此处, $\zeta(\mathbf{r})$ 表示 ρ^{-1} 和 C_{11}^{-1} , S 表示单元晶格的面积,积分在整个单元晶格上进行.

假设散射体 i 的填充率为 F ,其密度和体积弹性模量表示为 ρ_i 和 C_{11i} ,相应的基体 b 的填充率为 $1 - F$,密度和体积弹性模量为 ρ_b 和 C_{11b} ,可以得到

$$\zeta_{\mathbf{G}} = \begin{cases} \zeta_i F + \zeta_b (1 - F) \equiv \bar{\zeta}, & \mathbf{G} = 0 \\ (\zeta_i - \zeta_b) P(\mathbf{G}) \equiv (\Delta \zeta) P(\mathbf{G}), & \mathbf{G} \neq 0 \end{cases} \quad (5)$$

此处的 $P(\mathbf{G})$ 定义为结构函数,它仅仅与组元 i 的几何形状有关,而与具体的排列无关.

$$P(\mathbf{G}) = S^{-1} \int d^2 r e^{-i\mathbf{G} \cdot \mathbf{r}} \quad (6)$$

此处的积分在椭圆散射柱体的横截面上进行.

$$\begin{aligned} & \text{将方程(2)、(3)和(5)代入方程(1),可以得到} \\ & [\bar{\rho}^{-1} |\mathbf{K} + \mathbf{G}|^2 - \bar{C}_{11}^{-1} \omega^2] \Phi_{\mathbf{K} + \mathbf{G}} + \sum_{\mathbf{G}' \neq \mathbf{G}} P(\mathbf{G} - \mathbf{G}') [(k + \mathbf{G}') \Delta \rho^{-1} - \Delta C_{11}^{-1} \omega_2] \Phi_{\mathbf{K} + \mathbf{G}} = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

上式可以变为标准特征方程

$$\sum_{\mathbf{G}} A_{\mathbf{G}\mathbf{G}'} \Phi_{\mathbf{K}}(\mathbf{G}') = \omega^2 \Phi_{\mathbf{K}}(\mathbf{G}) \quad (8)$$

其中 $A = M^{-1}N$,而矩阵 M 和 N 分别定义如下,

$$\begin{cases} M_{\mathbf{G}\mathbf{G}'} = P(\mathbf{G} - \mathbf{G}') (\Delta C_{11}^{-1}) (1 - \delta_{\mathbf{G}\mathbf{G}'}) + \delta_{\mathbf{G}\mathbf{G}'} \bar{C}_{11}^{-1} \\ N_{\mathbf{G}\mathbf{G}'} = [P(\mathbf{G} - \mathbf{G}') (\Delta \rho^{-1}) (1 - \delta_{\mathbf{G}\mathbf{G}'}) + \delta_{\mathbf{G}\mathbf{G}'} \bar{\rho}^{-1}] (\mathbf{K} + \mathbf{G}) (\mathbf{G} + \mathbf{G}') \end{cases} \quad (9)$$

式(8)表示对无限多个倒格矢 \mathbf{G} 进行求和,本文用 L 个倒格矢的求和来替代,只要 L 取的足够大,就可以保证结果的收敛性,这样,标准方程就变成了 $L \times L$ 的矩阵的计算.令波矢 \mathbf{K} 扫过整个不可约 Brillouin 区^[12],求解矩阵 A 的特征值后即可得到频率带 $\omega_n(\mathbf{K})$,其中 n 代表不同阶频率带.

2 椭圆截面的结构函数

本文研究了散射体截面形状为椭圆的 2D 长方点阵结构声子晶体,其倒易向量 \mathbf{G} 可以表示为

$$\mathbf{G} = h_1 \mathbf{a}_1^* + h_2 \mathbf{a}_2^* = 2\pi \left(\frac{h_1}{a_1} \mathbf{i} + \frac{h_2}{a_2} \mathbf{j} \right) \quad (10)$$

其中 $\mathbf{a}_1^* = 2\pi \mathbf{i} / a_1, \mathbf{a}_2^* = 2\pi \mathbf{j} / a_2, h_1, h_2$ 是整数,当声子晶体散射体的截面形状为椭圆时,结构函数 $P(\mathbf{G})$ 与椭圆截面的半径以及旋转角度有关,考虑以下两种情况

(1) 椭圆截面不旋转,即图 1 中 $\alpha = 0$,考虑椭圆方程

$$\frac{x^2}{r_x^2} + \frac{y^2}{r_y^2} = 1 \quad (11)$$

其中 r_x, r_y 为椭圆的半径,引入临时变量 r 和 R ,令

$$x = \frac{r_x}{R}r\cos\theta; y = \frac{r_y}{R}r\sin\theta \quad (12)$$

则椭圆截面的结构函数可以表示为

$$P(\mathbf{G}) = S^{-1} \int_i \exp(-i\mathbf{G} \cdot \mathbf{r}') dr'^2 = S^{-1} \int_0^R \frac{r_x r_y}{R^2} r dr \int_0^{2\pi} \exp\left(-i\left(\frac{2\pi}{a_1} h_x i + \frac{2\pi}{a_2} h_y j\right) \cdot \left(\frac{r_x}{R} r \cos\theta i + \frac{r_y}{R} r \sin\theta j\right)\right) d\theta = \frac{r_x r_y}{R^2 S} \int_0^R r dr \int_0^{2\pi} \exp\left[-i \cdot 2\pi \sqrt{\frac{h_1^2}{a_1^2} r_x^2 + \frac{h_2^2}{a_2^2} r_y^2} R^{-1} r \cos\theta\right] d\theta \quad (13)$$

其中

$$\theta' = \theta + \beta; \tan\beta = \frac{h_1 a_2 r_x}{h_2 a_1 r_y} \quad (14)$$

最终,结构函数为

$$P(\mathbf{G}) = 2F \frac{J_1(G_0 r_0)}{G_0 r_0} \quad (15)$$

其中

$$G_0 r_0 = 2\pi \sqrt{\frac{h_1^2}{a_1^2} r_x^2 + \frac{h_2^2}{a_2^2} r_y^2} \quad (16)$$

式中 J_1 为一阶的第一类 Bessel 函数. 填充率 $F = \pi r_x r_y / a_1 a_2$, 其最大值随着椭圆半径的变化而变化.

(2) 椭圆截面绕其中心轴旋转 α , 即图 1 中 $\alpha \neq 0$, 假设逆时针为正, 引入坐标变换

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

采用相同的方法经过变换可以得到结构函数

$$P(\mathbf{G}) = 2F \frac{J_1(2\pi \sqrt{A_1^2 r_x^2 + A_2^2 r_y^2})}{2\pi \sqrt{A_1^2 r_x^2 + A_2^2 r_y^2}} \quad (18)$$

其中

$$A_1 = \frac{h_1}{a_1} \cos\alpha + \frac{h_2}{a_2} \sin\alpha$$

$$A_2 = -\frac{h_1}{a_1} \sin\alpha + \frac{h_2}{a_2} \cos\alpha \quad (19)$$

填充率 F 的最大值随着椭圆半径以及 α 的变化而变化. 当 $a_1 = 4 \text{ cm}, a_2 = 3.2 \text{ cm}$, 椭圆的半径及 α 任意变化时, F 的最大值如图 2 实线所示, 当限定 $r_y = 0.8r_x$ 而 α 任意变化时, F 的最大值如图 2 虚线所示.

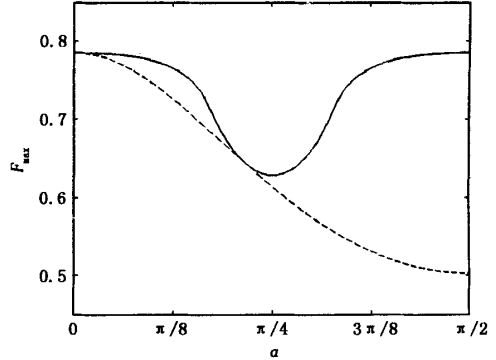


图 2 最大填充率 F_{\max} 与旋转角度 α 的关系;

实线表示椭圆截面的半径 r_x, r_y 任意变化,

虚线表示限定 $r_y = 0.8r_x$, 其中 $a_1 = 4 \text{ cm}, a_2 = 3.2 \text{ cm}$.

Fig. 2 The maximum filling fraction F_{\max} vs rotating angle α .

The solid line represents that r_x and r_y can vary arbitrarily.

The dashed line represents $r_y = 0.8r_x$. ($a_1 = 4 \text{ cm}$ and $a_2 = 3.2 \text{ cm}$)

在计算中, h_1 和 h_2 满足 $-L \leq h_1, h_2 \leq L$, 为了保证收敛性, 取 441 (即 $L = 10$) 个平面波和 4900 个 \mathbf{K} 点, 即沿着第一 Brillouin 区 (FBZ) 的 ΓX 方向取 70 个 \mathbf{K} 点. 图 3 所示即为长方点阵的 FBZ. 在本文中, 如不作特别说明, 则晶格常数取为 $a_1 = 4 \text{ cm}, a_2 = 3.2 \text{ cm}$, 填充率为 $F = 0.35$.

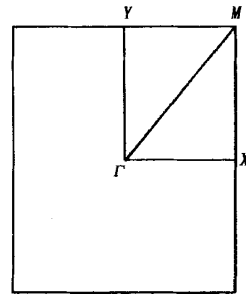


图 3 二维长方点阵第一 Brillouin 区

Fig. 3 The first Brillouin zone of the rectangular reciprocal lattice

3 计算结果分析

图 4 表示 $\alpha = 0$ 时椭圆截面散射柱体的水/水银声子晶体中前 10 阶频带结构图和 DOS 图 (density of state), 图中的阴影部分即为声波禁带. 图中纵轴表示归一化的频率 $\Omega_n = (\omega_n a^1 / 2c_l)$, 其中 $\bar{c}_l = (\bar{\rho}^{-1} / \bar{C}_{11}^{-1})^{1/2}$. 图 4(a) 的横轴表示无量纲的波矢向量 $\mathbf{k} = \mathbf{K} a_1 / 2\pi$, 它表示当 \mathbf{k} 仅仅扫过 FBZ 中 $\Gamma XMY\Gamma$ 的周边时的频率带. 图 4(b) 的横

轴 $|k|$ 代表 k 点离倒易点阵中心 Γ 点的距离, 该图表示当 k 扫描整个 FBZ 中 $M\Gamma XMY\Gamma$ 的内部时得到的频带图. 图 4(c) 表示各个频率段的 DOS, 它由图 4(b) 的结果得到, 表示了所有 k 点的频率分布特性. 图 4 中椭圆截面 $r_x:r_y = 0.8$, 从图中可以看出, 该体系得存在一个比较大的完全禁带, 其禁带宽度 $\Delta\Omega_1 = 0.453$.

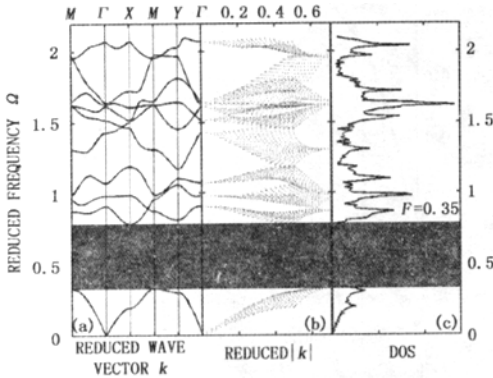


图 4 $\alpha = 0$ 时椭圆截面散射体的水 / 水银声子晶体中前 10 阶频带结构;

(a) 表示 k 扫过 $M\Gamma XMY\Gamma$ 的周边形成的频率带;
(b) 表示 k 扫过 $M\Gamma XMY\Gamma$ 的内部形成的频率带, 即 Ω_n 与 $|k|$ 的关系;

(c) 表示 DOS. 其中 $a_2:a_1 = 0.8, r_x:r_y = 0.8, F = 0.35$.

Fig. 4 The band structures and density of states for a rectangular array of elliptical water cylinders surrounded by mercury host, with $\alpha = 0$.

The left part of the triptych represents the band structure in the five principal symmetry directions, letting k scan only the periphery of irreducible region $M\Gamma XMY\Gamma$ of the first Brillouin zone.

The middle part illustrates the eigenvalues Ω_n as a function of $|k|$; i. e., the distance of a point in the irreducible part of the Brillouin zone from Γ point.

The third part shows the density of states.

($a_2:a_1 = 0.8, r_x:r_y = 0.8, F = 0.35$)

我们从 2 个方面考虑椭圆截面形状的散射体对声波禁带的位置和大小产生的影响: (1) 椭圆截面形状变化的影响, 即 $\alpha = 0$, 而椭圆半径不断变化; (2) 椭圆截面旋转角度的变化.

3.1 椭圆截面形状的影响

我们可以按 2 种情况来考虑椭圆截面形状的变化趋势: (1) 晶格常数比 $a_1:a_2$ 与椭圆半径比 $r_x:r_y$ 一定时, $\Delta\Omega_1$ 与 F 的关系, 如图 5 所示; (2) 晶格常数和填充率 F 确定时, $\Delta\Omega_1$ 随椭圆半径 r_x 的

变化规律, 如图 6 所示.

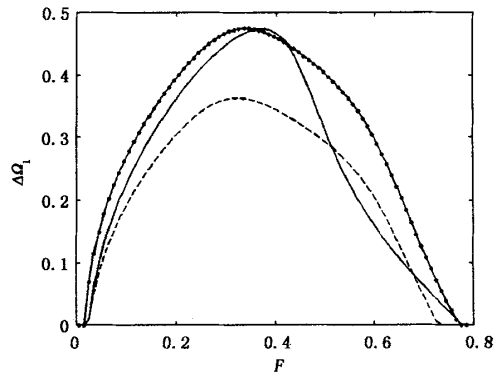


图 5 $\Delta\Omega_1$ 与 F 的关系. 实线表示 $a_2:a_1 = 0.8, r_x:r_y = 0.9$, 虚线表示 $a_1:a_2 = 0.8, r_x:r_y = 0.8$; 点实线表示正方晶格与圆截面

Fig. 5 The relations between $\Delta\Omega_1$ and F . Solid line, the case of $a_2:a_1 = 0.8$ and $r_x:r_y = 0.9$; dashed line, the case of $a_1:a_2 = 0.8$ and $r_x:r_y = 0.8$; dotted solid line, the case of square lattice with circular cross section

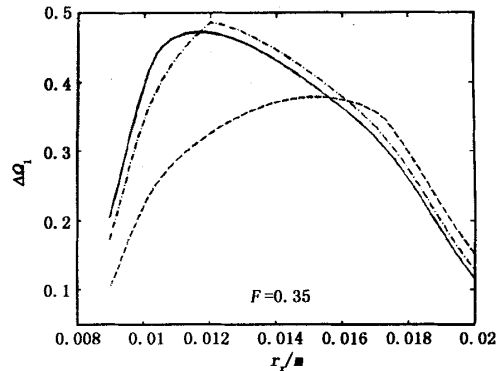


图 6 $\Delta\Omega_1$ 与 r_x 的关系, $F = 0.35$, 实线、虚线、点划线分别表示:

$a_2:a_1 = 0.8, a_1:a_2 = 0.8, a_2:a_1 = 0.9$ 的情况, 横轴表示 r_x .
Fig. 6 The relations between $\Delta\Omega_1$ and r_x . The solid line, dashed line and dot-dashed lines indicate the case of $a_2:a_1 = 0.8, a_1:a_2 = 0.8$ and $a_2:a_1 = 0.9$ with $F = 0.35$, respectively. The x-axis represents r_x .

图 5 表示第一禁带宽度 $\Delta\Omega_1$ 与填充率 F 的关系. 其中 $a_1 = 4$ cm, 实线表示 $a_2:a_1 = 0.8, r_x:r_y = 0.9$ 的情况; 虚线表示 $a_1:a_2 = 0.8, r_x:r_y = 0.8$ 的情况; 点实线表示正方晶格与圆截面的情况. 从图中可以发现, (1) 三种情况的变化趋势非常相似, $\Delta\Omega_1$ 都是随着 F 的增大先增大后减小. (2) 正方晶格与圆截面的组合产生的 $\Delta\Omega_1$ 几乎在整个 F 的变化范围内都是最大的. (3) 对于 2 种长方晶格和椭圆截面的组合情况, 可以发现, 当长方晶格的

长边长与椭圆的长半径方向一致时(虚线, $a_1 < a_2$ 且 $r_x < r_y$)产生的禁带 $\Delta\Omega_1$ 在 F 的大部分范围总是最小的.

图6表示 $\Delta\Omega_1$ 随椭圆半径 r_x 的变化规律, 其中 $a_1 = 4$ cm, 填充率 $F = 0.35$, 实线、虚线、点划线分别表示当 $a_2:a_1 = 0.8, a_1:a_2 = 0.8, a_2:a_1 = 0.9$ 时的情况, 横轴表示 r_x 的长度, 从图中可以看出, 尽管椭圆截面的填充率不变, 但其 $\Delta\Omega_1$ 随着晶格常数以及椭圆半径的变化不断改变, 当晶格常数确定时, 它随着 r_x 的增大先增大后减小. 当晶格常数比 $a_2:a_1 = 0.9$ 时, 在 $r_x = 1.2$ cm (即 $r_y = 1.34$ cm) 有最大值 $\Delta\Omega_1 = 0.487$.

3.2 椭圆截面旋转角度的影响

图7为旋转 α 的椭圆截面长方点阵水/水银声子晶体的禁带图, 其中 $\alpha = \pi/4$, 其余参数与图4相同. 从图中可以看出, 在前10阶频带中存在3个完全禁带, 第一禁带在第1频带和第2频带之间, $\Delta\Omega_1 = 0.458$; 第二禁带处于第2与第3频带之间, $\Delta\Omega_2 = 0.023$; 第三禁带处于的第4和第5频带之间, $\Delta\Omega_3 = 0.062$, 比较图7与图4可以发现, 当椭圆截面旋转一定角度时, 产生的禁带宽度与禁带数量都有很大的不同.

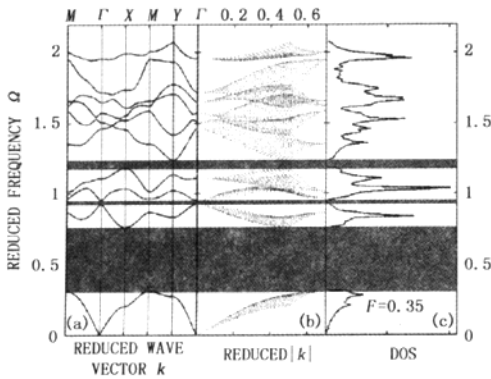


图7 旋转 $\pi/4$ 的椭圆截面水/水银声子晶体的禁带图, 其他参数与图4相同.

Fig.7 The band structures and density of states for a rectangle array of elliptical water cylinders surrounded by mercury host, with $\alpha = \pi/4$.

The other parameters are the same as those used in Fig.4

图8表示当 $a_2:a_1 = 0.8, r_y:r_x = 0.8$, 且 α 分别为 $0, \pi/8, \pi/4, 3\pi/8, \pi/2$ 时, $\Delta\Omega_1$ 随 F 的变化规律. 可以发现, 当 α 不同时, 系统所允许的最大填充率 F_{max} 不同, 按上述角度分别对应 $0.785, 0.$

$726, 0.613, 0.531, 0.503$ (见图2的虚线). 从图中还可以发现, $\Delta\Omega_1$ 随 F 的增大先增大后减小, 当 $F = 0.3 \sim 0.4$ 时, 不同角度的 $\Delta\Omega_1$ 都处于最大值的位置, 且当 α 越大时, $\Delta\Omega_1$ 下降的越快.

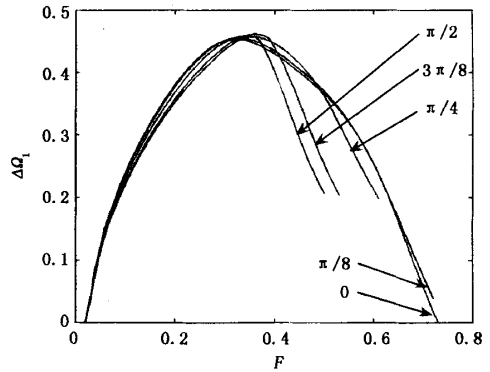


图8 当 $a_2:a_1 = 0.8, r_y:r_x = 0.8, \alpha$ 分别为 $0, \pi/8, \pi/4, 3\pi/8, \pi/2$ 时, $\Delta\Omega_1$ 随 F 的变化规律

Fig.8 The relations between $\Delta\Omega_1$ and F for five different rotating angle $0, \pi/8, \pi/4, 3\pi/8, \pi/2$, with $a_2:a_1 = 0.8$ and $r_y:r_x = 0.8$

图9表示晶格常数, 椭圆截面以及填充率确定时, $\Delta\Omega_1$ 随 α 的变化规律. 图中 $a_2:a_1 = 0.8, F = 0.35$, 虚线、实线和点划线分别对应 $r_y:r_x = 0.9, 0.8$ 和 0.7 的情况. 由图中可以看出, 当 F 一定时, $\Delta\Omega_1$ 随着 α 的增大先增大后减小, 当 r_y 与 r_x 越接近时, $\Delta\Omega_1$ 越大且随 α 的变化越缓慢, 而当 $r_y:r_x$ 的值越小时, 生成的禁带越小, 且禁带受角度变化的影响越大.

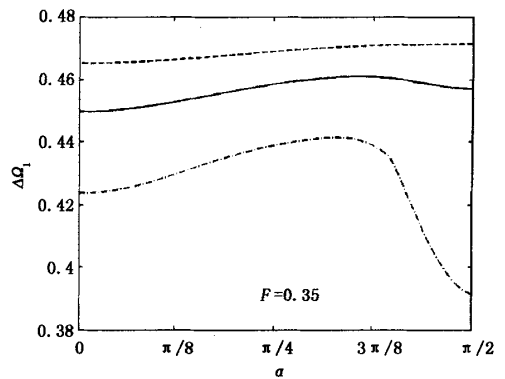


图9 当 $a_2:a_1 = 0.8, F = 0.35$ 时, $\Delta\Omega_1$ 随 α 的变化规律. 虚线、实线和点划线分别对应 $r_y:r_x = 0.9, 0.8$ 和 0.7 的情况

Fig.9 The relations between $\Delta\Omega_1$ and α with $a_2:a_1 = 0.8$ and $F = 0.35$. The dashed line, solid line and dot-dashed line represent the situation of $r_y:r_x$ being $0.9, 0.8$ and 0.7 respectively

4 结论

本文在研究2D液态声子晶体时,首次将椭圆截面形状的柱体引入长方晶格中,并采用平面波展开法计算了椭圆柱体的截面形状及旋转角度改变时对声子晶体禁带特性的影响.研究结果表明:(1)当晶格常数和填充率 F 确定时,椭圆的截面形状对完全禁带的产生具有很大影响;(2)当晶格常数,椭圆截面形状和填充率 F 都确定时,椭圆截面的旋转角度对完全禁带的产生具有一定影响.(3)对于正方形晶格,当填充率 F 一定时,圆形截面比椭圆截面产生的第一完全禁带要大.

参 考 文 献

- 1 Kushwaha M S, Halevi P, Dobrzynski L, et al. Acoustic band structure of periodic elastic composites. *Physical Review Letters*, 1993, 71(13):2022~2025
- 2 Martinez-Sala R, Sancho J, Sanchez J V, et al. *Sound attenuation by sculpture*. *Nature*, 1995, 378:241
- 3 Kushwaha M S, Djafari-Rouhani B. Complete acoustic stop bands for cubic arrays of spherical liquid balloons. *Journal of Applied Physics*, 1996, 80(6):3191~3195
- 4 Kushwaha M S, Halevi P. Giant acoustic stop bands in two-dimensional periodic arrays of liquid cylinders. *Applied Physics Letters*, 1996, 69(1):31~33
- 5 Wu Fugen, Liu Zhengyou, Liu Youyan. Acoustic band gaps in 2D liquid phononic crystals of rectangular structure. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 2002, 35(2): 162~165
- 6 Kushwaha M S, Djafari-Rouhani B. Giant sonic stop bands in two-dimensional periodic system of fluids. *Journal of Applied Physics*, 1998, 84(9):4677~4683
- 7 Vasseur J O, Djafari-Rouhani B, Dobrzynski L, et al. Acoustic band gaps in fibre composite materials of boron nitride structure. *Journal of Physics: Condensed Matter*, 1997, 9(35):7327~7341
- 8 Vasseur J O, Deymier P A, Frantzikonis G, et al. Experimental evidence for the existence of absolute acoustic band gaps in two-dimensional periodic composite media. *Journal of Physics: Condensed Matter*, 1998, 10(27): 6051~6064
- 9 Sigalas M M, Garcia N. Theoretical study of three dimensional elastic band gaps with the finite-difference time-domain method. *Journal of Applied Physics*, 2000, 87(6): 3122~3125
- 10 Kafesaki M, Economou E N. Multiple-scattering theory for three-dimensional periodic acoustic composites. *Physical Review B*, 1999, 60(17):11993~12001
- 11 Yang Suxia, Page J H, Liu Zhengyou, et al. Ultrasound Tunneling through 3D Phononic Crystals. *Physics Review Letter*, 2002, 88(10):104301
- 12 韦丹. 固体物理. 北京:清华大学出版社, 2003 (Wei Dan. *Solid State Physics*. Beijing: Tsinghua University Press, 2003 (in chinese))

ACOUSTIC BAND GAPS FOR RECTANGULAR ARRAYS OF ELLIPTICAL LIQUID CYLINDERS

Huang Fei, He Zeng

(*Department of Mechanics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China*)

Abstract The acoustic band gap structures for rectangular arrays system made of elliptical water cylinders surrounded by a mercury host were investigated by plane wave expansion method. Multiple, complete acoustic band gaps were found for different elliptical cylinder radii and rotating angles. When lattice constants $a_1 = 4$ cm, $a_2 = 3.2$ and filling fraction $F = 0.35$, there is only one complete band gap and the corresponding width is 0.453 for rotating angle being 0, but there are three complete band gaps and the corresponding widths are 0.458, 0.023 and 0.062 respectively for rotating angle being $\pi/4$. It can be concluded that, in such a simple two-dimensional inhomogeneous system of liquids, the acoustic band gap structures are affected by the filling fraction, the shape of elliptical cross section, and the rotating angle.

Key words phononic crystal, periodic structure, phononic band gap, band structure